

Konvex függvények karakterizációja szinthalmazokkal

Kánnai Zoltán

2022. április 8.

Absztrakt. A konvex függvények szinthalmazaikon keresztüli vizsgálata önmagában is érdekes dolog. De a konkáv játékok elméletében is relevanciával bír. 1986-ban Joó István egy minimax tétel bizonyításához használta a következőket: egy folytonos $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény pontosan akkor konkáv, ha bármely $c \in \mathbb{R}$ esetén az $f + c \cdot id$ függvény maximumhelyeinek halmaza zárt intervallum ([1], Lemma 1). Ezt azonban a szerző bizonyítatlanul hagyta. Nemrég Forgó Ferencsel közösen használtuk ezt a lemmát, és be is bizonyítottuk [3]. A bizonyítás azonban tipikusan egydimenziós volt, jóllehet a konvexitás/konkavitás vizsgálata főként többváltozós függvényekre releváns. Az alábbiakban Joó István e lemmájának konvex analogóját bizonyítjuk be többváltozós függvényekre. Jelesül megmutatjuk, hogy egy alulról félig folytonos függvény pontosan akkor konvex, ha bármely affin perturbációjának minimumszinthalmaza konvex. Ez azt is maga után vonja, hogy a függvény konvexitása ekvivalens azzal, hogy minden affin perturbációja kvázikonvex.

AMS Subject Classifications: 26B25, 46N10

Hivatkozások

- [1] I. Joó: *Answer to a problem of M. Horváth and A. Sövegjártó*, Annales Universitatis Scientiarum Budapestiensis de Rolando Eötvös Nominatae Sectio Mathematica 29 (1986), 203-207.
- [2] I. Joó: *A note on minimax theorems*, Annales Universitatis Scientiarum Budapestiensis de Rolando Eötvös Nominatae Sectio Mathematica 39 (1996), 175-179.
- [3] F. Forgó, Z. Kánnai: *Necessary Conditions for Concave and Cournot Oligopoly Games*, Games and Dynamics in Economics (szerk. Gian Italo Bischi, Szidarovszky Ferenc), Springer Singapore (2020), pp. 195-203.