Budapesti Corvinus Egyetem

Operációkutatás I.
Gyakorló

Szerző:

Rozemberczki Benedek

Alkalmazott Közgazdaságtan

2013. július

Tartalomjegyzék

1. Modellek felírása szövegből

2008.11.05.A. 1. feladat

A VGY vegyi gyár kétféle alapanyag keverékei formájában háromféle terméket (X, Z, Z) gyárt. Az A alapanyagból 250 hordó, a B alapanyagból 300 hordó áll rendelkezésre. Egy egységnyi alapanyagból egy adag termék készíthető. A VGY-nek megrendelése van már az X termékből 100 hordóra, az Y termékből 150 hordóra és a Z termékből 200 hordóra - legalább ennyit gyártania kell a termékekből, de többet is el tudna adni. A termékek 1 hordónyi gyártott mennyiségében a profittartalom a következő: 1 hordó X - 10 (ezer Ft), 1 hordó Y - 20 (ezer Ft), 1 hordó Z- 16 (ezer Ft). A gyár olyan gyártási tervet szeretne, amellyel a lehető legnagyobb profitot éri el.

a.) (4 pont) Írjon fel egy alkalmas lineáris programozási modellt! Adja meg a döntési változók jelentését és mértékegységét!

A döntési változók az alábbiak:

x_1, x_2, x_3 Az X,Y,Z termékekből gyártott mennyiség az A vegyületet felhasználva.

x_4, x_5, x_6 Az X,Y,Z termékekből gyártott mennyiség a B vegyületet felhasználva.

A célfüggvény ekkor az alábbi:

$$\max \quad 10 \cdot (x_1 + x_4) + 20 \cdot (x_2 + x_5) + 16 \cdot (x_3 + x_6)$$

A vegyületek miatt fennálló korlátok:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 250$$
$$x_4 + x_5 + x_6 \leq 300$$

A keresleti viszonyok miatt fennálló korlátok:

$$x_1 + x_4 \geq 100$$
$$x_2 + x_5 \geq 150$$
$$x_3 + x_6 \geq 200$$

Az előjel megkötések, amelyek a modellre vonatkoznak:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_5 \geq 0$$

A kész lineáris programozási feladat:

$$
\begin{array}{lcccccccll}
\max z & = & 10x_1 & +20x_2 & +16x_3 & +10x_4 & +20x_5 & +16x_6 & & \\
\text{s.t.} & & x_1 & +x_2 & +x_3 & & & & \leq & 250 \\
 & & & & & x_4 & +x_5 & +x_6 & \leq & 300 \\
 & & x_1 & & & +x_4 & & & \geq & 150 \\
 & & & x_2 & & & +x_5 & & \geq & 200 \\
 & & & & x_3 & & & +x_6 & \geq & 250 \\
 & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1, 2, \ldots, 6
\end{array}
$$

b.) (2 pont) Milyen feltétellel kell az előbbi modellt kiegészíteni, ha előírjuk, hogy az A és B anyagok aránya a Z termékben legalább 0,4 legyen?

Az állítás az alábbi

$$\frac{x_3}{x_6} \geq 0,4$$

Ez így linearizálható:

$$
\begin{aligned}
\frac{x_3}{x_6} &\geq 0,4 \\
x_3 &\geq 0,4 \cdot x_6 \\
x_3 - 0,4 \cdot x_6 &\geq 0 \\
5x_3 - 2 \cdot x_6 &\geq 0
\end{aligned}
$$

A kiegészített modell:

$$
\begin{array}{lcccccccll}
\max z & = & 10x_1 & +20x_2 & +16x_3 & +10x_4 & +20x_5 & +16x_6 & & \\
\text{s.t.} & & x_1 & +x_2 & +x_3 & & & & \leq & 250 \\
 & & & & & x_4 & +x_5 & +x_6 & \leq & 300 \\
 & & x_1 & & & +x_4 & & & \geq & 150 \\
 & & & x_2 & & & +x_5 & & \geq & 200 \\
 & & & & x_3 & & & +x_6 & \geq & 250 \\
 & & & & 5x_3 & & & -2x_6 & \geq & 0 \\
 & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1, 2, \ldots, 6
\end{array}
$$

2009.11.03. A. 1. feladat

A talaj előkészítéshez használt műtrágyák közül 2-féle kapható. Az X típusú tonnánként 4000 Ft-ba kerül és 20 kg kalciumot, 30 kg nitrogént, valamint 5 kg foszfort tartalmaz. Az Y típusú tonnánként 5000 Ft-ba kerül és 10 kg kalciumot, 45 kg nitrogént, valamint 2k foszfort tartalmaz. Hektáronként legalább 80 kg kalciumot és legalább 300 kg nitrogént kell kiszórni, de a kiszórt műtrágyakeverék foszfortartalma nem haladhatja meg a 3 ezreléket. A cél a lehető legolcsóbb egy hektárra kiszórható keverék összetételének meghatározása.

a.) (4 pont) Írjon fel egy alkalmas lineáris programozási modellt! Adja meg a döntési változók jelentését.

A döntési változók az alábbiak:

x_1 Az X típusból felhasznált mennyiség, tonna.

x_2 Az Y típusból felhasznált mennyiség, tonna.

A cél függvény így néz ki:

$$\min\ z = 4000x_1 + 5000x_2$$

A kalciumra vonatkozó megkötés:

$$20x_1 + 10x_2 \geq 80$$

A nitrogénre vonatkozó megkötés:

$$30x_1 + 45x_2 \geq 300$$

A foszforra vonatkozó megkötés:

$$5x_1 + 2x_2 \geq 3(x_1 + x_2)$$

Ez rendezéssel így linearizálható:

$$5x_1 + 2x_2 \leq 3(x_1 + x_2)$$
$$5x_1 + 2x_2 \leq 3x_1 + 3x_2$$
$$2x_1 - x_2 \leq 0$$

Az előjel megkötések, amelyek a modellre vonatkoznak:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A kész lineáris programozása modell ekkor:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
\max z & = & 4000 & x_1 & + & 5000 & x_2 & & \\
\text{s.t.} & & 20 & x_1 & + & 10 & x_2 & \geq & 80 \\
& & 30 & x_1 & + & 45 & x_2 & \geq & 300 \\
& & 2 & x_1 & - & & x_2 & \leq & 0 \\
& & & & & & x_i & \geq & 0 \qquad \text{és } i = 1, 2
\end{array}$$

b.) (2 pont) Milyen feltétellel kell az előbbi modellt kiegészíteni ahhoz, hogy a kiszórt műtrágyakeverék a megfelelő fertőtlenítő hatást biztosítsa? Ha a keverék csak X-et tartalmaz (Y-t nem) akkor legalább 7 tonna szükséges hektáronként a megfelelő fertőtlenítő hatás eléréséhez. Ha viszont csak Y-t tartalmaz 8 (X-et nem), akkor legalább 8 tonnát kell kiszórni hektáronként a megfelelő talajfertőtlenítő hatás eléréshez.

A feltétel így írható fel:

$$\frac{x_1}{7} + \frac{x_2}{8} \geq 1$$

Ez így is felírható:

$$8x_1 + 7x_2 \geq 56$$

A kiegészített lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
\max z & = & 4000 & x_1 & + & 5000 & x_2 & & \\
\text{s.t.} & & 20 & x_1 & + & 10 & x_2 & \geq & 80 \\
& & 30 & x_1 & + & & x_2 & \geq & 30 \\
& & 8 & x_1 & + & 7 & x_2 & \geq & 56 \\
& & 2 & x_1 & - & & x_2 & \leq & 0 \\
& & & & & & x_i & \geq & 0 \qquad \text{és } i = 1, 2
\end{array}$$

2009.11.03. B. 1. feladat

Frakk etetéséhez fehérjét, zsírt és kalciumot tartalmazó kutyaeledelt használnak. Egy kg A típusú kutyaeledel 10 dkg fehérjét, 20 dkg zsírt és 1g kalciumot tartalmaz, a B típusú kilogrammonként 30 dkg fehérjét, 10 dkg zsírt és 5g kalciumot, a C típusú pedig kilogrammonként 20 dkg fehérjét, 20 dkg zsírt és 3g kalciumot tartalmaz. Frakknak hetenként legalább 1 kg fehérjét és 80 dkg zsírt kell kapnia, és vigyázni kell arra hogy a heti kalcium bevitel 10 gramm és 30 gramm között legyen. Az A típusú kutyaeledelből 1 kg ára 600 Ft, a B-ből 1kg ára 500 Ft, a C-ből pedig 400 Ft. A cél a lehető legolcsóbb keverék összeállítása.

a.) (4 pont) Írjon fel egy alkalmas lineáris programozási modellt! Adja meg a döntési változók jelentését.

A döntési változók az alábbiak:

x_1 : Az A típusból hetente felhasznált mennyiség, kilogramm.

x_2 : A B típusból hetente felhasznált mennyiség, kilogramm.

x_3 : A C típusból hetente felhasznált mennyiség, kilogramm.

A cél függvény így néz ki:

$$\min \ z = 600x_1 + 500x_2 + 400x_3$$

A fehérjére vonatkozó korlát:

$$10x_1 + 30x_2 + 20x_3 \geq 100$$

A zsír összetételre vonatkozó korlát:

$$20x_1 + 10x_2 + 20x_3 \geq 80$$

A kalciumra vonatkozó korlátok:

$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 \geq 10$$

Az előjelekre vonatkozó korlátok:

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcrlcrlcrlcrl}
\max & z & = & 600 & x_1 & + & 500 & x_2 & + & 400 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 10 & x_1 & + & 30 & x_2 & + & 20 & x_3 & \geq & 100 \\
& & & 20 & x_1 & + & 10 & x_2 & + & 20 & x_3 & \geq & 80 \\
& & & & x_1 & + & 5 & x_2 & + & 2 & x_3 & \geq & 10 \\
& & & & x_1 & + & 5 & x_2 & + & 2 & x_3 & \leq & 30 \\
& & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1,2,3
\end{array}$$

b.) (2 pont) Milyen feltétellel kell az előbbi modell kiegészíteni ahhoz, hogy a heti kutyaeledel keverék elegendő mennyiségű C vitamint tartalmazzon? Ha Frakk csak A típusú kutyaeledelt kapna (B-t és C-t nem), akkor heti 10 kg-ra lenne szüksége. Csak B típusú kutyaeledelből heti 8 kg lenne elég, csak C típusból pedig heti 12 kg lenne elegendő.
A feltétel így írható fel:

$$\frac{x_1}{10} + \frac{x_2}{8} + \frac{x_3}{12} \geq 1$$

Ez így is felírható:

$$12x_1 + 15x_2 + 10x_3 \geq 120$$

A kiegészített lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcrlcrlcrlcrl}
\max & z & = & 600 & x_1 & + & 500 & x_2 & + & 400 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 10 & x_1 & + & 30 & x_2 & + & 20 & x_3 & \geq & 100 \\
& & & 20 & x_1 & + & 10 & x_2 & + & 20 & x_3 & \geq & 80 \\
& & & 12 & x_1 & + & 15 & x_2 & + & 10 & x_3 & \geq & 120 \\
& & & & x_1 & + & 5 & x_2 & + & 2 & x_3 & \geq & 10 \\
& & & & x_1 & + & 5 & x_2 & + & 2 & x_3 & \leq & 30 \\
& & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1,2,3
\end{array}$$

2010.01.06. A. 1. feladat

Egy mixer kétféle koktélt készít : Mojito-t és Long Island Ice Tea-t. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az egyes koktéloknak milyen az alapanyag költsége (EUR) és az elkészítési ideje.

	Anyagköltség	**Munkaidő**
Long Island	6	2
Mojito	3	4

A mixernek az alapanyagok beszerzésére összesen 60 EUR áll rendelkezésére, munkaideje pedig 1 óra, melynél többet semmi esetre sem dolgozik. Feltesszük, hogy az alapanyagokat nem munkaidőben szerzi be, munkaidőben csak koktélt kever. A Long Island ára 10 EUR a Mojito ára 6 EUR. A mixer napi bevételét (nem profitját) szeretné maximalizálni. Kérdés, hogy ehhez melyik koktélból hány darabot készítsen. Az egyszerűség kedvéért nem egész darabszám is megengedett.

a.) (5 pont) Írjon fel egy alkalmas lineáris programozási modellt! Adja meg a döntési változók jelentését.

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{A Long Island darabszáma.}$$

$$x_2 : \text{A Mojito darabszáma.}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 10x_1 + 6x_2$$

A termelési tényezőkre vonatkozó korlátok:

$$6x_1 + 3x_2 \leq 60$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 60$$

Az előjel megkötések:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
\max\ z & = & 6 & x_1 & + & 10 & x_2 & & \\
 & & 6 & x_1 & + & 3 & x_2 & \leq & 60 \\
 & & 2 & x_1 & + & 4 & x_2 & \leq & 60 \\
 & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1,2
\end{array}$$

2010.01.06. B. 1. feladat

Egy mixer kétféle koktélt készít : Mojito-t és Long Island Ice Tea-t. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az egyes koktéloknak milyen az alapanyag költsége (EUR) és az elkészítési ideje.

	Anyagköltség	**Munkaidő**
Long Island	8	3
Mojito	4	6

A mixernek az alapanyagok beszerzésére összesen 60 EUR áll rendelkezésére, munkaideje pedig 1 óra, melynél többet semmi esetre sem dolgozik. Feltesszük, hogy az alapanyagokat nem munkaidőben szerzi be, munkaidőben csak koktélt kever. A Long Island ára 10 EUR a Mojito ára 6 EUR. A mixer napi bevételét (nem profitját) szeretné maximalizálni. Kérdés, hogy ehhez melyik koktélból hány darabot készítsen. Az egyszerűség kedvéért nem egész darabszám is megengedett.

a.) (5 pont) Írjon fel egy alkalmas lineáris programozási modellt! Adja meg a döntési változók jelentését.

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{A Long Island darabszáma.}$$
$$x_2 : \text{A Mojito darabszáma.}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 10x_1 + 6x_2$$

A termelési tényezőkre vonatkozó korlátok:

$$8x_1 + 4x_2 \leq 60$$
$$3x_1 + 6x_2 \leq 60$$

Az előjel megkötések:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
\max\ z & = & 6 & x_1 & + & 10 & x_2 & & \\
 & & 8 & x_1 & + & 4 & x_2 & \leq & 60 \\
 & & 3 & x_1 & + & 6 & x_2 & \leq & 60 \\
 & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1,2
\end{array}$$

2010.01.06. A. 3. feladat

Három befektetési lehetőség közül választhatunk. Összességben 6 millió forintot fektetünk be. Az egyes befektetési lehetőségek készpénz igényét és nettó jelenértékét (millió forintban) az alábbi táblázatban láthatjuk:

Befektetési lehetőség	**Készpénz igény**	**Nettó jelenérték**
A	2	10
B	5	35
C	4	30

a.) **(2 pont)** Írjon fel egy olyan egész értékű lineáris programozási modellt, amelynek a megoldása megadja az optimális befektetési tervet!

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{Az A befektetés végrehajtása}$$
$$x_2 : \text{A B befektetés végrehajtása}$$
$$x_3 : \text{A C befektetés végrehajtása}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 10x_1 + 35x_2 + 30x_3$$

A pénz igényre vonatkozó korlát:

$$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 6$$

Az előjelekre vonatkozó korlátok:

$$x_1, x_2, x_3 \text{ bináris}$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcccccccccl}
\max & z = & 10 & x_1 & + & 35 & x_2 & + & 30 & x_3 & \\
\text{s.t.} & & 2 & x_1 & + & 5 & x_2 & + & 4 & x_3 & \leq\ 6 \\
 & & & & & & & & & x_i & =\ 0 \text{ vagy } 1 \quad \text{és } i = 1,2,3
\end{array}$$

2010.01.06. B. 3. feladat

Három befektetési lehetőség közül választhatunk. Összességben 12 millió forintot fektetünk be. Az egyes befektetési lehetőségek készpénz igényét és nettó jelenértékét (millió forintban) az alábbi táblázatban láthatjuk:

Befektetési lehetőség	**Készpénz igény**	**Nettó jelenérték**
A	4	20
B	10	85
C	8	60

a.) (2 pont) Írjon fel egy olyan egész értékű lineáris programozási modellt, amelynek a megoldása megadja az optimális befektetési tervet!

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{Az A befektetés végrehajtása}$$
$$x_2 : \text{A B befektetés végrehajtása}$$
$$x_3 : \text{A C befektetés végrehajtása}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max \ z = 20x_1 + 85x_2 + 60x_3$$

A pénz igényre vonatkozó korlát:

$$4x_1 + 10x_2 + 8x_3 \leq 12$$

Az előjelekre vonatkozó korlátok:

$$x_1, x_2, x_3 \text{ bináris}$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcccccccccl}
\max & z & = & 20 & x_1 & + & 85 & x_2 & + & 60 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 4 & x_1 & + & 10 & x_2 & + & 8 & x_3 & \leq & 12 \\
 & & & & & & & & & & x_i & = & 0 \text{ vagy } 1 \quad \text{és } i = 1,2,3
\end{array}$$

2010.01.20. A. 1. feladat

Egy játékgyárban kétféle terméket állítanak elő: fakutyát és famacskát. A fakutyához 4 egység, a famacskához 3 egység fa kell. Fából 20 egység áll rendelkezésre egy hónapra. Piaci felmérések azt mutatják, hogy famacskából legalább kétszer annyira van szükség, mint fakutyából. Egy fakutya eladási ára 6 ezer Ft a famacskáé 4 ezer Ft. Változó költségeik 1500 ill. 1000 Ft darabonként. A vállalat havi fedezetet (árbevétel-változó költség) szeretne maximalizálni. Mennyit készítsen az egyes játékokból ennek a célnak az elérése érdekében?

a.) (5 pont) Írja fel a feladat lineáris programozási alakját (célfüggvény, feltételek, előjelmegkötések a változókra)! Adja meg, melyik változó mit jelent!

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{A fakutya darabszáma.}$$
$$x_2 : \text{A famacska darabszáma.}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 4.5x_1 + 3x_2 \ \text{ ezer forint}$$

A termelési tényezőre vonatkozó korlát:

$$4x_1 + 3x_2 \leq 20$$

A piaci keresletre vonatkozó korlát:

$$2x_1 - x_2 \geq 0$$

Az előjel megkötések:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
\max\ z & = & 4.5 & x_1 & + & 3 & x_2 & & \\
 & & 4 & x_1 & + & 3 & x_2 & \leq & 20 \\
 & & 2 & x_1 & - & & x_2 & \geq & 60 \\
 & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1, 2
\end{array}$$

2010.01.20. B. 1. feladat

Egy játékgyárban kétféle terméket állítanak elő: gumikutyát és gumimacskát. A gumikutyához 5 egység, a gumimacskához 6 egység gumi kell. Gumiból 46 egység áll rendelkezésre egy hónapra. Piaci felmérések azt mutatják, hogy gumimacskából legalább háromszor annyira van szükség, mint gumikutyából. Egy gumikutya eladási ára 5 ezer Ft a gumimacskáé 3 ezer Ft. Változó költségeik 1200 ill. 800 Ft darabonként. A vállalat havi fedezetet (árbevétel-változó költség) szeretne maximalizálni. Mennyit készítsen az egyes játékokból ennek a célnak az elérése érdekében?

a.) (5 pont) Írja fel a feladat lineáris programozási alakját (célfüggvény, feltételek, előjelmegkötések a változókra)! Adja meg, melyik változó mit jelent!

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{A gumikutya darabszáma.}$$
$$x_2 : \text{A gumimacska darabszáma.}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 4.5x_1 + 3x_2 \ \text{ ezer forint}$$

A termelési tényezőre vonatkozó korlát:

$$5x_1 + 6x_2 \leq 20$$

A piaci keresletre vonatkozó korlát:

$$3x_1 - x_2 \geq 0$$

Az előjel megkötések:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
\max\ z & = & 3.8 & x_1 & + & 2.2 & x_2 & & \\
 & & 5 & x_1 & + & 6 & x_2 & \leq & 20 \\
 & & 3 & x_1 & - & & x_2 & \geq & 60 \\
 & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1,2
\end{array}$$

2010.11.07. A. 1. feladat

Az XY bank az ügyfeleinek négyfajta hitelt kínál a következő évs kamatokkal: az első jelzálog (13%), a második jelzálog (17%), lakásfelújítási (19%), személyi (24%). A Bank 150 millió EUR értékű összeget fordít a következő évben ezen hitelezéseire az alábbi megszorításokkal:

1. Az első jelzáloghitelre fordított összegnek legalább az összes jelzáloghitelre fordított összeg 55 százalékának kell lennie, és legalább az összes hitel 30 százalékának.

2. A második jelzáloghitelre folyósítandó összeg nem haladhatja meg az összes hitel 35 százalékát.

3. Az átlagos kamat nem haladhatja meg a 18 százalékot.

a.) (10 pont) Írjon fel egy alkalmas lineáris programozási modellt az éves kamatbevétel maximalizálására! Adja meg a döntési változók jelentését és mértékegységét is!

A bevezetett döntési változók jelentése és mértékegysége:

x_1 : Az első jelzálogként folyósított kölcsönök összege (millió EUR).

x_2 : A második jelzálogként folyósított kölcsönök összege (millió EUR).

x_3 : A lakásfelújításra folyósított kölcsönök összege (millió EUR).

x_4 : A személyi kölcsönként folyósított kölcsönök összege (millió EUR).

A célfüggvény:

$$\max\ z = 0,13 \cdot x_1 + 0,17 \cdot x_2 + 0,19 \cdot x_3 + 0,24 \cdot x_4$$

Az első pontból adódó első korlát:

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0,55 \cdot (x_1 + x_2) \\ x_1 &\geq 0,55 \cdot x_1 + 0,55 \cdot x_2 \\ 0,45 \cdot x_1 - 0,55 \cdot x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Az első pontból adódó második korlát:

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0,3 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \\ x_1 &\geq 0,3 \cdot x_1 + 0,3 \cdot x_2 + 0,3 \cdot x_3 + 0,3 \cdot x_4 \\ 0,7 \cdot x_1 - 0,3 \cdot x_2 - 0,3 \cdot x_3 - 0,3 \cdot x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

A második pontból adódó korlát:

$$x_2 \leq 0,25 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$
$$x_2 \leq 0,25 \cdot x_1 + 0,25 \cdot x_2 + 0,25 \cdot x_3 + 0,25 \cdot x_4$$
$$-0,25 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 - 0,25 \cdot x_3 - 0,25 \cdot x_4 \leq 0$$

Az általános kamatszintre vonatkozó korlát pedig az alábbi:

$$0,13 \cdot x_1 + 0,17 \cdot x_2 + 0,19 \cdot x_3 + 0,24 \cdot x_4 \leq 0,18 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$
$$0,13 \cdot x_1 + 0,17 \cdot x_2 + 0,19 \cdot x_3 + 0,24 \cdot x_4 \leq 0,18 \cdot x_1 + 0,18 \cdot x_2 + 0,18 \cdot x_3 + 0,18 \cdot x_4$$
$$-0,05 \cdot x_1 - 0,01 \cdot x_2 + 0,01 \cdot x_3 + 0,06 \cdot x_4 \leq 0$$

Az előjel megkötés a modellre:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcrlcrlcrlcrlccl}
\max z & = & 0,13 & x_1 & + & 0,17 & x_2 & + & 0,19 & x_3 & + & 0,24 & x_4 & & & \\
 & & 0,45 & x_1 & - & 0,55 & x_2 & & & & & & & \geq & 0 & \\
 & & 0,7 & x_1 & - & 0,3 & x_2 & - & 0,3 & x_3 & - & 0,3 & x_4 & \geq & 0 & \\
 & - & 0,25 & x_1 & + & 0,75 & x_2 & - & 0,25 & x_3 & - & 0,25 & x_4 & \leq & 0 & \\
 & - & 0,05 & x_1 & - & 0,01 & x_2 & + & 0,01 & x_3 & + & 0,06 & x_4 & \leq & 0 & \\
 & & & & & & & & & & & & x_i & \leq & 0 & \text{és } i = 1,2,3,4
\end{array}$$

2010.11.07. B. 1. feladat

Az XY bank az ügyfeleinek háromfajta hitelt kínál a következő éves kamatokkal: az első devizaalapú (12%), a második devizaalapú (18%), személyi (30%). A Bank 200 millió EUR értékű összeget fordít a következő évben ezen hitelezéseire az alábbi megszorításokkal:

1. Az első devizahitelre fordított összegnek legalább az összes devizahitelre fordított összeg 60 százalékának kell lennie, és legalább az összes hitel 25 százalékának.
2. A második devizahitelre folyósítandó összeg nem haladhatja meg az összes hitel 25 százalékát.
3. Az átlagos kamat nem haladhatja meg a 20 százalékot.

a.) (10 pont) Írjon fel egy alkalmas lineáris programozási modellt az éves kamatbevétel maximalizálására! Adja meg a döntési változók jelentését és mértékegységét is!
A bevezetett döntési változók jelentése és mértékegysége:

x_1 : Az első devizahitelre folyósított kölcsönök összege (millió EUR).

x_2 : A második devizahitelre folyósított kölcsönök összege (millió EUR).

x_3 : A személyi kölcsönként folyósított kölcsönök összege (millió EUR).

A célfüggvény:

$$\max\ z = 0,12 \cdot x_1 + 0,18 \cdot x_2 + 0,30 \cdot x_3$$

Az első pontból adódó első korlát:

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0,6 \cdot (x_1 + x_2) \\ x_1 &\geq 0,6 \cdot x_1 + 0,6 \cdot x_2 \\ 0,4 \cdot x_1 - 0,6 \cdot x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Az első pontból adódó második korlát:

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0,25 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) \\ x_1 &\geq 0,25 \cdot x_1 + 0,25 \cdot x_2 + 0,25 \\ 0,75 \cdot x_1 - 0,25 \cdot x_2 - 0,25 \cdot x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

A második pontból adódó korlát:

$$
\begin{aligned}
x_2 &\geq 0,25 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) \\
x_2 &\geq 0,25 \cdot x_1 + 0,25 \cdot x_2 + 0,25 \\
-0,25 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 - 0,25 \cdot x_3 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Az általános kamatszintre vonatkozó korlát pedig az alábbi:

$$
\begin{aligned}
0,12 \cdot x_1 + 0,18 \cdot x_2 + 0,3 \cdot x_3 &\leq 0,2 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) \\
0,12 \cdot x_1 + 0,18 \cdot x_2 + 0,3 \cdot x_3 &\leq 0,2 \cdot x_1 + 0,2 \cdot x_2 + 0,2 \cdot x_3 \\
-0,08 \cdot x_1 - 0,02 \cdot x_2 + 0,12 \cdot x_3 &\leq 0
\end{aligned}
$$

Az előjel megkötés a modellre:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

A kész lineáris programozási modell:

$$
\begin{array}{lcccccccccccl}
\max\ z & = & & 0,12 & x_1 & + & 0,18 & x_2 & + & 0,30 & x_3 & & \\
 & & & 0,4 & x_1 & - & 0,6 & x_2 & & & & \geq & 0 \\
 & & & 0,75 & x_1 & - & 0,25 & x_2 & - & 0,25 & x_3 & \geq & 0 \\
 & & - & 0,25 & x_1 & + & 0,75 & x_2 & - & 0,25 & x_3 & \leq & 0 \\
 & & - & 0,08 & x_1 & - & 0,02 & x_2 & + & 0,12 & x_3 & \leq & 0 \\
 & & & & & & & & & & x_i & \leq & 0 \quad \text{és } i = 1, 2, 3
\end{array}
$$

2012.01.02.A. 1. feladat

Születésnapi ünnepségre készülünk, amelyre számos barátunkat hívtuk meg. Kétféle szendvicset tudunk készíteni sajtosat és sonkásat. Mindegyikhez egy szelet kenyér kell. Kenyér korlátlan mennyiségben áll rendelkezésre. A sajtos szendvicshez 2 dkg vajra, 1 dkg sonkára, 5 dkg sajtra és fél kemény sajtra van szükség. A sonkás szendvicshez 3 dkg vaj, 3 dkg sonka, 2 dkg sajt és egy negyed kemény tojás kell. összességben 120 dkg vaj, 100 dkg sonka, 200 dkg sajt és 20 tojás van otthon. maximalizálni szeretnénk a szendvicsek számát.

a.) (5 pont) Írjon fel egy megfelelő lineáris programozási modellt a feladat megoldására! Értelmezze a változókat és a feltételeket is!

A bevezetett döntési változók jelentése és mértékegysége:

$$x_1 : \text{A sajtos szendvicsek száma}$$
$$x_2 : \text{A sonkás szendvicsek száma}$$

A szendvicsek számát maximalizáló célfüggvény:

$$\max\ z = x_1 + x_2$$

A vaj mennyisége miatt fennálló korlát:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 120$$

A sonka mennyisége miatt fennálló korlát:

$$x_1 + 3x_2 \leq 100$$

A sajt mennyisége miatt fennálló korlát:

$$5x_1 + 2x_2 \leq 200$$

A negyed tojás mennyisége miatt fennálló korlát, és annak átírt változata:

$$0.5x_1 + 0.25x_2 \leq 20$$
$$2x_1 + x_2 \leq 80$$

Az előjel megkötések:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2012.01.16.C. 1. feladat

p

2012.01.06. C. 4. feladat

Három befektetési lehetőség közül választhatunk: egy Fotex, egy Richter és egy Pannergy részvénypakett. Összességben 27 millió forintot fektetünk be. Az egyes befektetési lehetőségek készpénz igényét és nettó jelenértékét (millió forintban) az alábbi táblázatban láthatjuk:

Befektetési lehetőség	**Készpénz igény**	**Nettó jelenérték**
Fotex	10	55
Richter	22	176
Pannergy	15	125

a.) (2 pont) Írjon fel egy olyan egész értékű lineáris programozási modellt, amelynek a megoldása megadja az optimális befektetési tervet!

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{A Fotex befektetés végrehajtása}$$
$$x_2 : \text{A Richter befektetés végrehajtása}$$
$$x_3 : \text{A Pannergy befektetés végrehajtása}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 55x_1 + 176x_2 + 125x_3$$

A pénz igényre vonatkozó korlát:

$$10x_1 + 22x_2 + 15x_3 \leq 27$$

Az előjelekre vonatkozó korlátok:

$$x_1, x_2, x_3 \text{ bináris}$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcccccccccc}
\max & z & = & 55 & x_1 & + & 176 & x_2 & + & 125 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 10 & x_1 & + & 22 & x_2 & + & 15 & x_3 & \leq & 27 \\
 & & & & & & & & & & x_i & = & 0 \text{ vagy } 1 \quad \text{és } i = 1,2,3
\end{array}$$

2012.12.18. A. 5. feladat

Tekintsük a következő hátizsák feladatot! A hátizsák teherbírása 20 kg, a hátizsákba 4 különféle dolgot tudunk bepakolni, ezek súlyát és hasznosságát az alábbi táblázat tartalmazza:

	I.	**II.**	**III.**	**IV.**
Hasznosság	30	70	20	11
Tömeg	11	15	9	5

a.) (5 pont) Írjon fel egy megfelelő lineáris programozási modellt a feladat megoldására! Értelmezze a változókat és a feltételeket is!

A döntési változók az alábbiak:

$$\begin{aligned} x_1 &: \text{Az I. tárgy hátizsákba helyezése} \\ x_2 &: \text{A II. tárgy hátizsákba helyezése} \\ x_3 &: \text{A III. tárgy hátizsákba helyezése} \\ x_4 &: \text{A IV. tárgy hátizsákba helyezése} \end{aligned}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 30x_1 + 70x_2 + 20x_3 + 11x_4$$

A pénz igényre vonatkozó korlát:

$$11x_1 + 15x_2 + 9x_3 + 5x_4 \leq 27$$

Az előjelekre vonatkozó korlátok:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ bináris}$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcrlcrlcrlcrlcl} \max & z = & 30 & x_1 & + & 70 & x_2 & + & 20 & x_3 & + & 11 & x_4 & & \\ \text{s.t.} & & 11 & x_1 & + & 15 & x_2 & + & 9 & x_3 & + & 5 & x_4 & \leq & 20 \\ & & & & & & & & & & & & x_i & = & 0 \text{ vagy } 1 \quad \text{és } i = 1,2,3,4 \end{array}$$

2013.01.08.A. 1. feladat

Hét hallgató szeretne elmenni kirándulni. A kiránduláshoz két gépkocsi áll rendelkezésre: egy 4 üléses személyautó és egy 6 személyes kisbusz. A hallgatók optimális beosztásához lineáris programozási modellt konstruálunk. A modell felírásához a következő bináris döntési változókat használjuk: x_{ij}, ahol 'i' jelöli a gépkocsi számát (1: személyautó, 2: kisbusz), 'j' pedig a hallgató sorszáma ($j = 1, \ldots, 7$). Ha $x_{ij} = 1$, akkor a j-edik hallgató az i-edik gépkocsiban utazik. Írja be a feltételeket és a célfüggvényt az alábbiak szerint.

a.) (2 pont) A személygépkocsit az 1., 2., 3. és 4. hallgató tudja vezetni, a kisbuszt pedig csak a 3., 4. és 5. A hallgatóknak úgy kell utazniuk, hogy minkét járműben legyen legalább 2 hallgató, aki tudja azt vezetni.

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 2$$
$$x_{23} + x_{24} + x_{25} \geq 2$$

b.) (4 pont) Az 2. és 3. hallgató csak akkor hajlandó egy autóban utazni, ha az 5. is velük utazik.

$$x_{i1} \geq x_{i5} + x_{i6} - 1, \text{ és } i = 1, 2$$

c.) (4 pont) Ha az 1. vagy a 4. hallgató a kisbuszban utazik, akkor a 6. hallgatónak a személygépkocsiban kell utaznia.

$$x_{15} \geq x_{21}$$
$$x_{15} \geq x_{24}$$

d.) (4 pont) A kisbusz tulajdonosa ragaszkodik hozzá, hogy a kisbuszban legalább 4 utas legyen.

$$4 \leq x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} \leq 6$$
$$0 \leq x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} \leq 4$$

e.) (4 pont) Egy hallgató csak egy autóban utazhat.

$$x_{1j} + x_{2j} = 1, \text{ és } j = 1, 2, \ldots, 7$$

f.) (2 pont) A cél az, hogy a két gépkocsiban utazók számának a különbsége minimális legyen!

$$\min\ z = (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17}) - (x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27})$$

2013.01.08.B. 1. feladat

Hét hallgató szeretne elmenni kirándulni. A kiránduláshoz két gépkocsi áll rendelkezésre: egy 4 üléses személyautó és egy 6 személyes kisbusz. A hallgatók optimális beosztásához lineáris programozási modellt konstruálunk. A modell felírásához a következő bináris döntési változókat használjuk: x_{ij}, ahol 'i' jelöli a gépkocsi számát (1: személyautó, 2: kisbusz), 'j' pedig a hallgató sorszáma ($j = 1, \dots, 7$). Ha $x_{ij} = 1$, akkor a j-edik hallgató az i-edik gépkocsiban utazik. Írja be a feltételeket és a célfüggvényt az alábbiak szerint.

a.) (2 pont) A személygépkocsit az 4., 5., 6. és 7. hallgató tudja vezetni, a kisbuszt pedig csak a 3., 4. és 5. A hallgatóknak úgy kell utazniuk, hogy minkét járműben legyen legalább 2 hallgató, aki tudja azt vezetni.

$$x_{14} + x_{14} + x_{16} + x_{17} \geq 2$$

$$x_{23} + x_{24} + x_{25} \geq 2$$

b.) (4 pont) Az 2. és 3. hallgató csak akkor hajlandó egy autóban utazni, ha az 5. is velük utazik.

$$x_{i5} \geq x_{i2} + x_{i3} - 1, \text{ és } i = 1, 2$$

c.) (4 pont) Ha az 1. vagy a 4. hallgató a kisbuszban utazik, akkor a 6. hallgatónak a személygépkocsiban kell utaznia.

$$x_{16} \geq x_{21}$$

$$x_{16} \geq x_{24}$$

d.) (4 pont) A kisbusz tulajdonosa ragaszkodik hozzá, hogy a kisbuszban legalább 4 utas legyen.

$$4 \leq x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} \leq 6$$

$$0 \leq x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} \leq 4$$

e.) (4 pont) Egy hallgató csak egy autóban utazhat.

$$x_{1j} + x_{2j} = 1, \text{ és } j = 1, 2, \dots, 7$$

f.) (2 pont) A cél az, hogy a két gépkocsiban utazók számának a különbsége minimális legyen!

min $z = (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17}) - (x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27})$

2013.01.15.A. 1. feladat

Egy fiatal közgazdász 4 millió dollárt örökölt, amit az előző évben éppen megháromszorozott eredményes tőzsdei spekulációval. Figyelme a tőzsde felől azonban egyre inkább más befektetési lehetőségek felé fordult, s talált is négy számára érdekeset. Alternatív energiaforrások kutatását támogathatja 5 millió dollárral, s ebből 8 millió dollár bevétele származik. Egy nagyváros frekventált terén új éjszakai szórakozóhelyet alapíthat, amely 10 millió dollárját emészti fel, viszont 15 millió bevétellel jár. Gyémántbányát nyithat egy afrikai országban, ami 5 millió dolláros kiadással szemben 8 millió dolláros bevétellel kecsegtet, illetve vásárolhat egy 2 millió dollár értékű állampapírcsomagot, ami megőrzi pénze értékét (tehát éppen 2 millió dollárt fizet vissza). Mind a négy esetben két választása van: vagy belevág, vagy nem. Természetesen a bevételét szeretné maximalizálni (megpróbálja teljes vagyonát befektetni, de a be nem fektetett összeg nem számít bevételnek!)

a.) (5 pont) Írjon fel egy megfelelő lineáris programozási modellt a feladat megoldására! Értelmezze a változókat és a feltételeket is!

A döntési változók az alábbiak:

$$x_1 : \text{A kutatás választása}$$
$$x_2 : \text{A gyémánt választása}$$
$$x_3 : \text{A szórakozóhely választása}$$
$$x_4 : \text{Az állampapír választása}$$

A cél függvény így néz ki:

$$\max\ z = 8x_1 + 8x_2 + 15x_3 + 2x_4$$

A pénz igényre vonatkozó korlát:

$$5x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 \leq 12$$

Az előjelekre vonatkozó korlátok:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ bináris}$$

A kész lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{lcccccccccccccl}
\max & z & = & 8 & x_1 & + & 8 & x_2 & + & 15 & x_3 & + & 2 & x_4 & \\
\text{s.t.} & & & 5 & x_1 & + & 5 & x_2 & + & 10 & x_3 & + & 2 & x_4 & \leq \ 12 \\
 & & & & & & & & & & & & & x_i & = \ 0 \text{ vagy } 1 \quad \text{és } i = 1,2,3,4
\end{array}$$

2013.06.15.A. 1. feladat

Valamely üzemben egy-egy 30, 25 és 20 m hosszúságú vashuzalt kell 6, 4 és 3 méteres hosszúságú darabokra leszabni. A 6 méteres darabokból kétszer annyi kell, mint a 4 méteresekből és fele annyi, mint a 3 méteresekből.

a.) (20 pont) Hogyan végezzék el a darabolást, hogy maximális számú huzaldarab keletkezzék? (Csak a modellt kell felírni!) A döntési változók az alábbiak:

x_1 : A 30 méteresből vágott 6 méteres darabok száma

x_1 : A 30 méteresből vágott 4 méteres darabok száma

x_1 : A 30 méteresből vágott 3 méteres darabok száma

x_1 : A 25 méteresből vágott 6 méteres darabok száma

x_1 : A 25 méteresből vágott 4 méteres darabok száma

x_1 : A 25 méteresből vágott 3 méteres darabok száma

x_1 : A 20 méteresből vágott 6 méteres darabok száma

x_1 : A 20 méteresből vágott 4 méteres darabok száma

x_1 : A 20 méteresből vágott 3 méteres darabok száma

A célfüggvény, amely a huzalok számát maximalizálja:

$$\max\ z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9$$

A 6 méteres és 4 méteres darabokra vonatkozó korlát:

$$x_1 + x_4 + x_7 = 2 \cdot (x_2 + x_5 + x_8)$$
$$x_1 + x_4 + x_7 = 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_5 + 2 \cdot x_8$$
$$x_1 + x_4 + x_7 - 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_5 - 2 \cdot x_8 = 0$$

A 6 méteres és 3 méteres darabokra vonatkozó korlát:

$$2 \cdot (x_1 + x_4 + x_7) = x_3 + x_6 + x_9$$
$$2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_4 + 2 \cdot x_7 = x_3 + x_6 + x_9$$
$$2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_4 + 2 \cdot x_7 - x_3 - x_6 - x_9 = 0$$

Az előjel megkötések:

$$x_1, x_2, \dot{;} x_9 \geq 0$$

2. Grafikus módszer

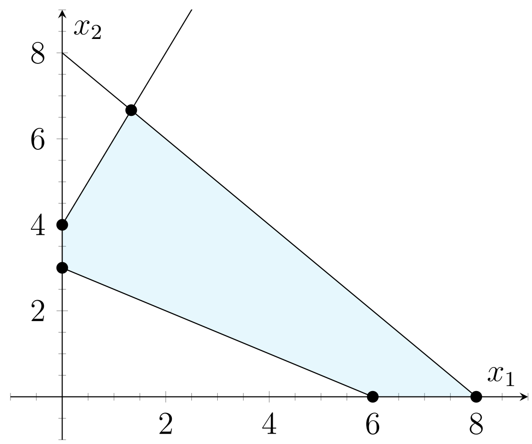
2008.11.05.A. 2. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\begin{array}{rcrcrcrl}
\max z & = & c & x_1 & + & & x_2 & \\
& & 2 & x_1 & + & 2 & x_2 & \leq 16 \\
& - & 2 & x_1 & + & & x_2 & \leq 4 \\
& & & x_1 & + & 2 & x_2 & \geq 6
\end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



1. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(6,0), (8,0), \left(\frac{4}{3}, \frac{20}{3}\right), (0,4), (0,3)$$

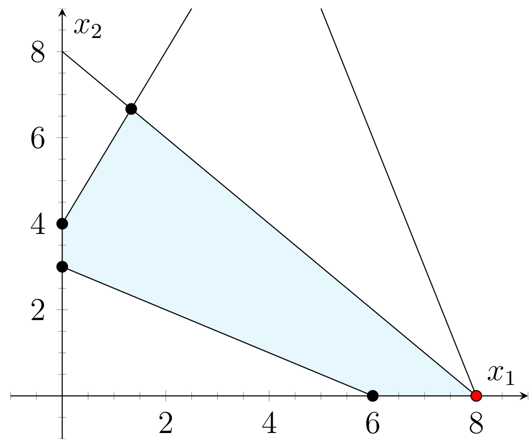
b.) (2 pont) Legyen $c = 3$. Határozza meg (grafikusan). az optimális megoldást!

$$\begin{array}{rcrcrl}
Z(6,0) = & 3 \cdot 6 & + & 1 \cdot 0 & = 18 \\
Z(8,0) = & 3 \cdot 8 & + & 1 \cdot 0 & = 24 \\
Z\left(\frac{4}{3}, \frac{20}{3}\right) = & 3 \cdot \frac{4}{3} & + & 1 \cdot \frac{20}{3} & = \frac{32}{3} \\
Z(0,4) = & 3 \cdot 0 & + & 1 \cdot 4 & = 4 \\
Z(0,3) = & 3 \cdot 0 & + & 1 \cdot 3 & = 3
\end{array}$$

A cél maximalizáció, emiatt a legmagasabb értéket választjuk.

Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z(8,0) = 24$$



2. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (2 pont) A c együttható, mely értékeire lesz optimális megoldás az ($x_1 = 4, x_2 = 4$) pont? Lesznek-e ekkor más optimális megoldások?

A megadott koordináta egy egyenesen lévő pont az alábbi egyenesen:

$$2x_1 + 2x_2 = 16$$

Ekkor a célfüggvény meredekségére teljesül:

$$\frac{c}{1} = \frac{2}{2}$$

Azaz a c paraméter értéke 1.

d.) (4 pont) Írja fel a feladat duálisát!

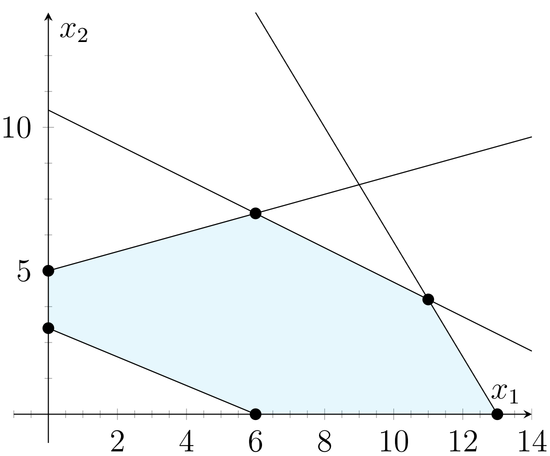
$$\begin{array}{rcrrrl}
\min w & = & 16y_1 + & 4y_2 & +6y_3 & \\
 & & 2y_1 + & -2y_2 & +y_3 & \geq c \\
 & & 2y_1 + & y_2 & +2y_3 & \geq 1 \\
 & & y_1, y_2 \geq & 0 \quad \text{és} & y_3 & \leq 0
\end{array}$$

2009.11.03.A. 2. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\begin{array}{rcrcrl} \max z & = & 3x_1 & + & cx_2 & \\ & & 2x_1 & + & x_2 & \leq 26 \\ & & 3x_1 & + & 5x_2 & \leq 53 \\ & & -x_1 & + & 3x_2 & \leq 15 \\ & & x_1 & + & 2x_2 & \geq 6 \\ & & x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



3. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(6,0),(13,0),(11,4),(6,7),(0,5),(0,3)$$

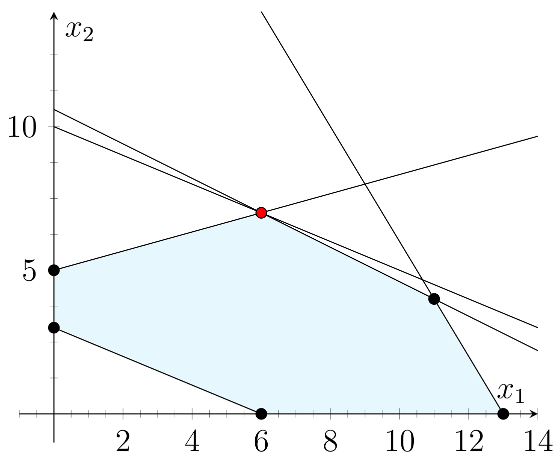
b.) (2 pont) Legyen $c = 6$. Határozza meg (grafikusan). az optimális megoldást!

$$\begin{array}{rrcrl} Z(6,0) = & 3\cdot 6 & + & 6\cdot 0 & = 18 \\ Z(13,0) = & 3\cdot 13 & + & 6\cdot 0 & = 39 \\ Z(11,4) = & 3\cdot 11 & + & 6\cdot 4 & = 57 \\ Z(6,7) = & 3\cdot 6 & + & 6\cdot 7 & = 60 \\ Z(0,5) = & 3\cdot 0 & + & 6\cdot 5 & = 30 \\ Z(0,3) = & 3\cdot 0 & + & 6\cdot 3 & = 18 \end{array}$$

A cél maximalizáció, emiatt a legmagasabb értéket választjuk.

Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z(6,7) = 60$$



4. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (4 pont) Írja fel a feladat duálisát!

$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} \min w & = & 26y_1 & + & 53y_2 & + & 15y_3 & - & 6y_4 & \\ & & 2y_1 & + & 3y_2 & - & y_3 & - & y_4 & \geq 3 \\ & & y_1 & + & 5y_2 & + & 3y_3 & - & 2y_4 & \geq c \\ & & & & y_1, y_2, y_3, y_4, \geq 0 & & & & & \end{array}$$

d.) (2 pont) Tegyük fel, hogy a c együttható értéke olyan, hogy az $(x_1 = 13, x_2 = 0)$ egy optimális megoldás. A komplementaritási összefüggések segítségével határozza meg a duál feladat egy optimális megoldását.

A két célfüggvény által felvett függvényérték azonos lesz:

$$z = w = x_1 \cdot 3 + x_2 \cdot 6 = 13 \cdot 3 + 0 \cdot 6 = 39$$

Az első egyenlőtlenség szigorú formában teljesül, az alábbi egyenletrendszer adódik:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 39 & = & 26y_1 & + & 53y_2 & + & 15y_3 & - & 6y_4 \\ 3 & = & 2y_1 & + & 3y_2 & - & y_3 & - & y_4 \end{array}$$

Innen adódik a megoldásvektor:

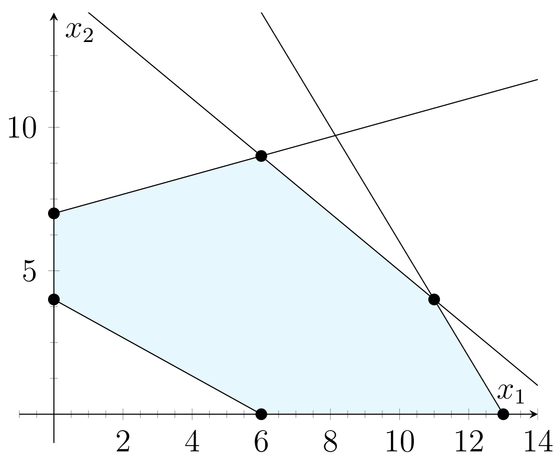
$$y_1 = \frac{3}{2} \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 0, \quad y_4 = 0$$

2009.11.03.B. 2. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\begin{array}{rcrcrl}
\max z & = & 4x_1 & + & cx_2 & \\
 & & 2x_1 & + & x_2 & \leq 26 \\
 & & x_1 & + & x_2 & \leq 15 \\
 & & -x_1 & + & 3x_2 & \leq 21 \\
 & & 2x_1 & + & 3x_2 & \geq 12 \\
 & & x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0
\end{array}$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



5. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(6,0),(13,0),(11,4),(6,9),(0,7),(0,4)$$

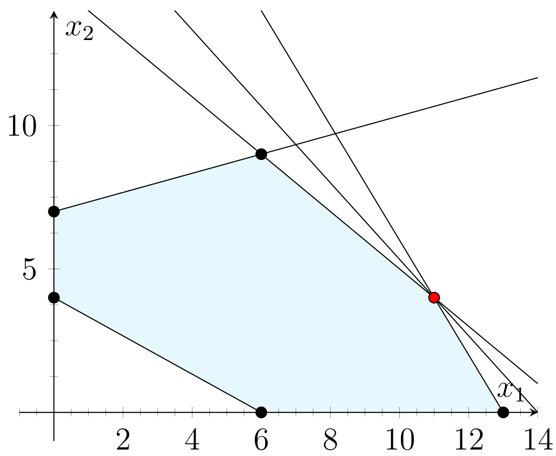
b.) (2 pont) Legyen $c = 3$. Határozza meg (grafikusan). az optimális megoldást!

$$\begin{array}{rcrcrl}
Z(6,0) = & 4\cdot 6 & + & 3\cdot 0 & = 24 \\
Z(13,0) = & 4\cdot 13 & + & 3\cdot 0 & = 52 \\
Z(11,4) = & 4\cdot 11 & + & 3\cdot 4 & = 56 \\
Z(6,9) = & 4\cdot 6 & + & 3\cdot 9 & = 51 \\
Z(0,7) = & 4\cdot 0 & + & 3\cdot 7 & = 21 \\
Z(0,4) = & 4\cdot 0 & + & 3\cdot 4 & = 12
\end{array}$$

A cél maximalizáció, emiatt a legmagasabb értéket választjuk.

Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z(11,4) = 56$$



6. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (4 pont) Írja fel a feladat duálisát!

$$\begin{array}{rcrcrcrcrl}
\min w & = & 26y_1 & + & 15y_2 & + & 21y_3 & - & 12y_4 & \\
 & & 2y_1 & + & y_2 & - & y_3 & - & 2y_4 & \geq 4 \\
 & & y_1 & + & y_2 & + & 3y_3 & - & 3y_4 & \geq c \\
\end{array}$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, \geq 0$$

d.) (2 pont) Tegyük fel, hogy a c együttható értéke olyan, hogy az $(x_1 = 13, x_2 = 0)$ egy optimális megoldás. A komplementaritási összefüggések segítségével határozza meg a duál feladat egy optimális megoldását.

A két célfüggvény által felvett függvényérték azonos lesz:

$$z = w = x_1 \cdot 4 + x_2 \cdot 3 = 13 \cdot 3 + 0 \cdot 6 = 52$$

Az első egyenlőtlenség szigorú formában teljesül, az alábbi egyenletrendszer adódik:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr}
52 & = & 26y_1 & + & 15y_2 & + & 21y_3 & - & 12y_4 \\
4 & = & y_1 & + & y_2 & - & y_3 & - & 2y_4 \\
\end{array}$$

Innen adódik a megoldásvektor:

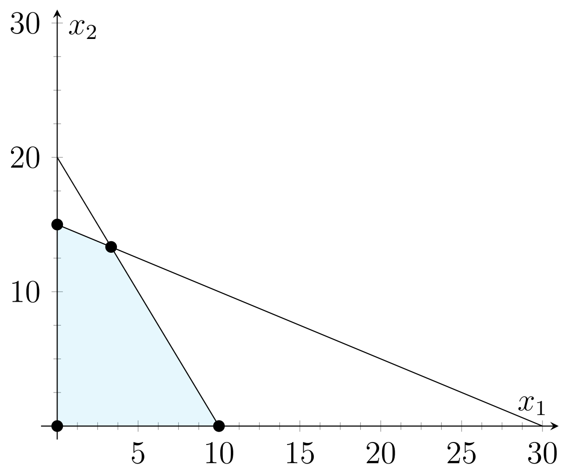
$$y_1 = 2 \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 0, \quad y_4 = 0$$

2010.01.06.A. 1. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\begin{array}{rcrcrl} \max z & = & 10x_1 & + & 6x_2 & \\ & & 6x_1 & + & 3x_2 & \leq 60 \\ & & 2x_1 & + & 4x_2 & \leq 60 \\ & & x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

a.) (5 pont) A feladatot grafikusan oldja meg. Rajzolja fel az ehhez szükséges ábrát és vonalkázza be rajta a lehetséges megoldások halmazát!



7. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(0,0), (0,15), \left(\frac{10}{3}, \frac{40}{3}\right), (10,0)$$

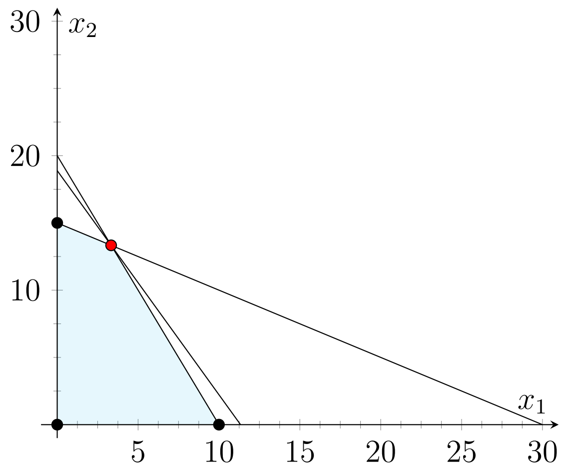
b.) (6 pont) Mi lesz az optimális megoldás?

A behelyettesítés során kapott célfüggvény értékek:

$$\begin{array}{rcrcrl} Z(0,0) = & 10 \cdot 0 & + & 6 \cdot 0 & = 0 \\ Z(0,15) = & 10 \cdot 0 & + & 6 \cdot 15 & = 90 \\ Z\left(\frac{10}{3}, \frac{40}{3}\right) = & 10 \cdot \frac{10}{3} & + & 6 \cdot \frac{40}{3} & = \frac{340}{3} \\ Z(10,0) = & 10 \cdot 10 & + & 6 \cdot 0 & = 100 \end{array}$$

A cél maximalizáció, emiatt a legmagasabb értéket választjuk. Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z\left(\frac{10}{3}, \frac{40}{3}\right) = \frac{340}{3}$$



8. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (3 pont) Tegyük fel, hogy a két termékből legalább 40 egységet kell készíteni, a jelenleg meglévő költségek, és termelési tényezők mellett. Lesz-e optimális megoldása ilyen feltételek mellett a feladatnak?

Az új lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{rcrcrl} \max z & = & 10x_1 & + & 6x_2 & \\ & & 6x_1 & + & 3x_2 & \leq 60 \\ & & 2x_1 & + & 4x_2 & \leq 60 \\ & & x_1 & + & x_2 & \geq 40 \\ & & x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

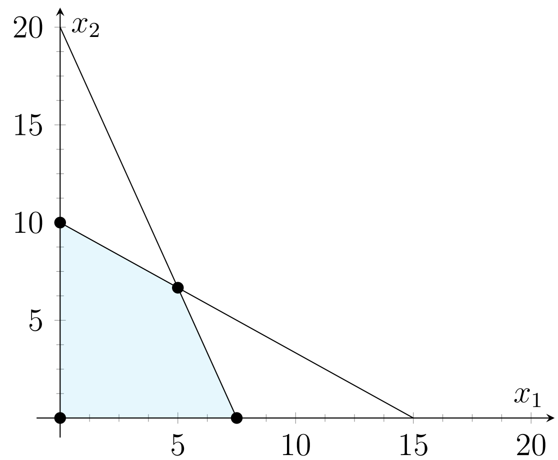
A lehetséges megoldások halmaza üres, nincsen optimális megoldás.

2010.01.06.B. 1. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\begin{array}{rcrcrl} \max z & = & 10x_1 & + & 6x_2 & \\ & & 8x_1 & + & 3x_2 & \leq 60 \\ & & 4x_1 & + & 6x_2 & \leq 60 \\ & & x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

a.) (5 pont) A feladatot grafikusan oldja meg. Rajzolja fel az ehhez szükséges ábrát és vonalkázza be rajta a lehetséges megoldások halmazát!



9. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(0,0),(0,10),\left(\frac{15}{3},\frac{20}{3}\right),\left(\frac{15}{2},0\right)$$

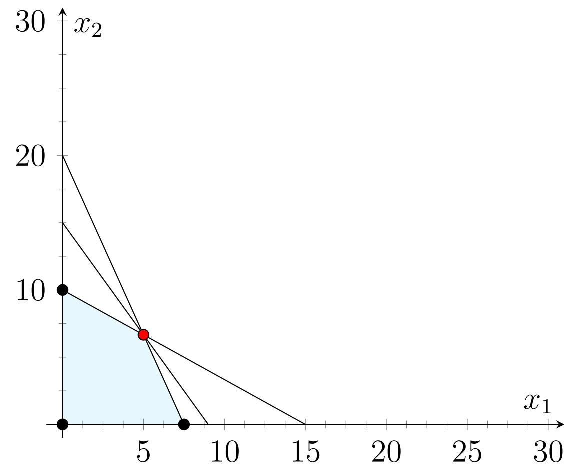
b.) (6 pont) Mi lesz az optimális megoldás?

A behelyettesítés során kapott célfüggvény értékek:

$$\begin{array}{rcrcrl} Z(0,0) = & 10\cdot 0 & + & 6\cdot 0 & = 0 \\ Z(0,10) = & 10\cdot 0 & + & 6\cdot 10 & = 60 \\ Z\left(\frac{15}{3},\frac{20}{3}\right) = & 10\cdot\frac{15}{3} & + & 6\cdot\frac{20}{3} & = 90 \\ Z\left(0\frac{15}{2}\right) = & 10\cdot\frac{15}{2} & + & 6\cdot 0 & = 75 \end{array}$$

A cél maximalizáció, emiatt a legmagasabb értéket választjuk. Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z\left(\frac{15}{3},\frac{20}{3}\right)=90$$



10. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (3 pont) Tegyük fel, hogy a két termékből legalább 30 egységet kell készíteni, a jelenleg meglévő költségek, és termelési tényezők mellett. Lesz-e optimális megoldása ilyen feltételek mellett a feladatnak?

Az új lineáris programozási modell:

$$\begin{array}{rcrcrl} \max z & = & 10x_1 & + & 6x_2 & \\ & & 8x_1 & + & 3x_2 & \leq 60 \\ & & 4x_1 & + & 6x_2 & \leq 60 \\ & & x_1 & + & x_2 & \geq 40 \\ & & x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

A lehetséges megoldások halmaza üres, nincsen optimális megoldás.

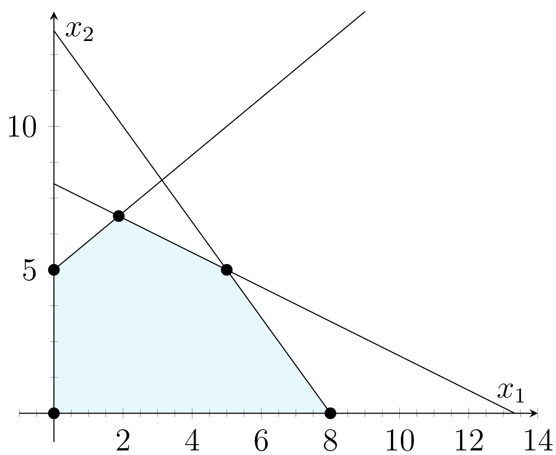
2010.01.13.A. 1. feladat

Tekintsük a következő LP-t, amelyben p egy paraméter ($0 \leq p \leq 1$):

$$\max z = px_1 + 2(1-p)x_2$$

$$\begin{array}{rcrl} 3x_1 & + & 5x_2 & \leq 40 \\ 5x_1 & + & 3x_2 & \leq 40 \\ -x_1 & + & x_2 & \leq 5 \\ x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

a.) (10 pont) Legyen a p paraméter értéke $p = \frac{1}{2}$. Mik lesznek ekkor a lehetséges megoldások halmazának csúcspontjai?



11. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A lehetséges megoldás vektorok:

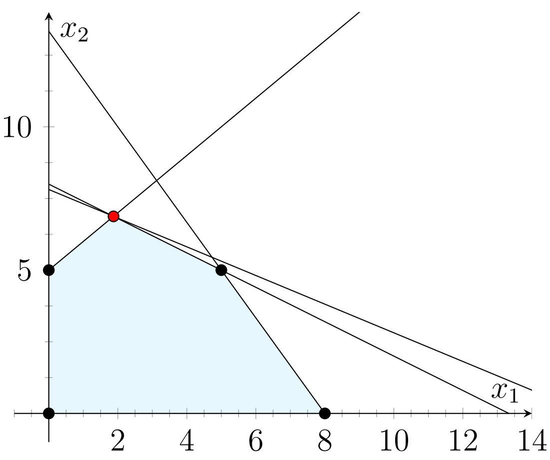
$$(0,0), (8,0), (5,5), \left(\frac{15}{8}, \frac{55}{8}\right), (0,5)$$

b.) (4 pont) Hány optimális megoldás van? Melyek az optimális megoldásvektorok? Mi a célfüggvény érték ekkor?

$$\begin{array}{rrcrl} Z(0,0) = & \frac{1}{2} \cdot 0 & + & 1 \cdot 0 & = 0 \\ Z(8,0) = & \frac{1}{2} \cdot 8 & + & 1 \cdot 15 & = 4 \\ Z(5,5) = & \frac{1}{2} \cdot 5 & + & 1 \cdot 5 & = \frac{15}{2} \\ Z\left(\frac{15}{8}, \frac{55}{8}\right) = & \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{8} & + & 1 \cdot \frac{55}{8} & = \frac{125}{16} \\ Z(0,5) = & \frac{1}{2} \cdot 0 & + & 1 \cdot 5 & = 5 \end{array}$$

Az optimális megoldás vektor az, amely mellett a célfüggvényérték a legmagasabb:

$$Z\left(\frac{15}{8}, \frac{55}{8}\right) = \frac{125}{16}$$



12. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (3 pont) Határozza meg a p paraméter értékét úgy, hogy a feladatnak végtelen sok megoldása legyen!

A célfüggvénynek párhuzamosnak kell lennie, valamely korláttal - a meredekségeknek meg kell egyeznie.

$$\begin{aligned} \frac{p}{2\cdot(1-p)} &= \frac{3}{5} \\ p &= \frac{6-6p}{5} \\ 5p &= 6-6p \\ 11p &= 6 \\ p &= \frac{6}{11} \end{aligned}$$

d.) (3 pont) Határozza meg a feladat optimális megoldását grafikusan, úgy, hogy $p = \frac{1}{2}$ és a megoldásvektor komponensei egészek!

A lehetséges egész értékű vektorok és a hozzájuk tartozó célfüggvényértékek:

$$\begin{aligned} Z(5,5) &= \tfrac{1}{2}\cdot 5 + 1\cdot 5 = 7,5 \\ Z(3,6) &= \tfrac{1}{2}\cdot 3 + 1\cdot 6 = 7,5 \end{aligned}$$

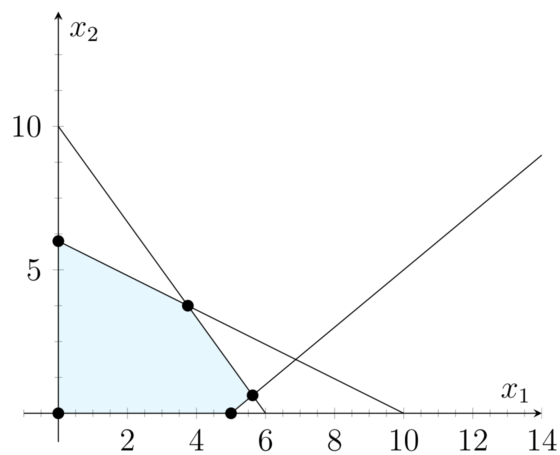
2010.01.13.B. 1. feladat

Tekintsük a következő LP-t, amelyben t egy paraméter ($0 \leq t \leq 1$):

$$\max z = 2 \cdot t \cdot x_1 + (1-t) \cdot x_2$$

$$\begin{array}{rcrl} 3x_1 & + & 5x_2 & \leq 30 \\ 5x_1 & + & 3x_2 & \leq 30 \\ x_1 & - & x_2 & \leq 5 \\ x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

a.) (10 pont) Legyen a t paraméter értéke $t = \frac{1}{2}$. Mik lesznek ekkor a lehetséges megoldások halmazának csúcspontjai?



13. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A lehetséges megoldás vektorok:

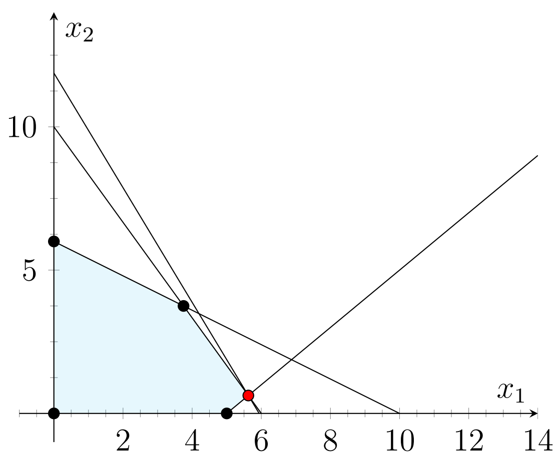
$$(0,0), (5,0), \left(\frac{45}{8}, \frac{5}{8}\right), \left(\frac{15}{4}, \frac{15}{4}\right), (0,6)$$

b.) (4 pont) Hány optimális megoldás van? Melyek az optimális megoldásvektorok? Mi a célfüggvény érték ekkor?

$$\begin{array}{rrcccl} Z(0,0) = & 1 \cdot 0 & + & \frac{1}{2} & \cdot & 0 & = 0 \\ Z(5,0) = & 1 \cdot 5 & + & \frac{1}{2} & \cdot & 0 & = 5 \\ Z\left(\frac{45}{8}, \frac{5}{8}\right) = & 1 \cdot \frac{45}{8} & + & \frac{1}{2} & \cdot & \frac{5}{8} & = \frac{95}{16} \\ Z\left(\frac{15}{4}, \frac{15}{4}\right) = & 1 \cdot \frac{15}{4}, & + & \frac{1}{2} & \cdot & \frac{15}{4}, & = \frac{45}{8} \\ Z(0,6) = & 1 \cdot 0 & + & \frac{1}{2} & \cdot & 6 & = 3 \end{array}$$

Az optimális megoldás vektor az, amely mellett a célfüggvényérték a legmagasabb:

$$Z\left(\frac{45}{8}, \frac{5}{8}\right) = \frac{95}{16}$$



14. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (3 pont) Határozza meg a p paraméter értékét úgy, hogy a feladatnak végtelen sok megoldása legyen!

A célfüggvénynek párhuzamosnak kell lennie, valamely korláttal - a meredekségeknek meg kell egyeznie.

$$\begin{aligned}
\frac{2t}{(1-t)} &= \frac{5}{3} \\
2t &= \frac{5-5t}{3} \\
6t &= 5 - 5t \\
11t &= 5 \\
t &= \frac{5}{11}
\end{aligned}$$

d.) (3 pont) Határozza meg a feladat optimális megoldását grafikusan, úgy, hogy $t = \frac{1}{2}$ és a megoldásvektor komponensei egészek!

A lehetséges egész értékű vektorok és a hozzájuk tartozó célfüggvényértékek:

$$\begin{aligned}
Z(5,1) = &\quad 1 \cdot 5 \quad + \quad \tfrac{1}{2} \cdot 1 \quad = \tfrac{11}{2} \\
Z(4,3) = &\quad 1 \cdot 4 \quad + \quad \tfrac{1}{2} \cdot 3 \quad = \tfrac{11}{2}
\end{aligned}$$

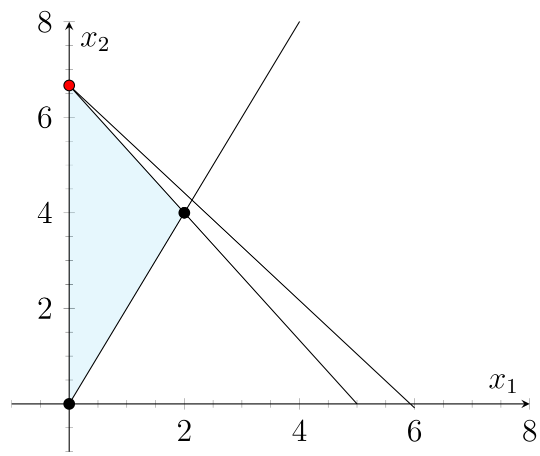
2010.01.20.A. 1. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\max z = 4500 \cdot x_1 + 4000 \cdot x_2$$

$$\begin{array}{rcrl} 4x_1 & + & 3x_2 & \leq 20 \\ -2x_1 & + & x_2 & \geq 0 \\ x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

a.) (10 pont) Mik lesznek a lehetséges megoldások halmazának csúcspontjai?



15. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A lehetséges megoldás vektorok:

$$(0,0), \left(0, \frac{20}{3}\right), (2,4)$$

b.) (4 pont) Hány optimális megoldás van? Melyek az optimális megoldásvektorok? Mi a célfüggvény érték ekkor?

$$\begin{array}{rcccccccl} Z(0,0) = & 0 & \cdot & 4500 & + & 4000 & \cdot & 0 & = 0 \\ Z\left(0, \frac{20}{3}\right) = & 0 & \cdot & 4500 & + & 4000 & \cdot & \frac{20}{3} & = \frac{80000}{3} \\ Z(2,4) = & 2 & \cdot & 4500 & + & 4000 & \cdot & 4 & = 21000 \end{array}$$

Az optimális megoldás vektor az, amely mellett a célfüggvényérték a legmagasabb:

$$Z\left(0, \frac{20}{3}\right) = \frac{80000}{3}$$

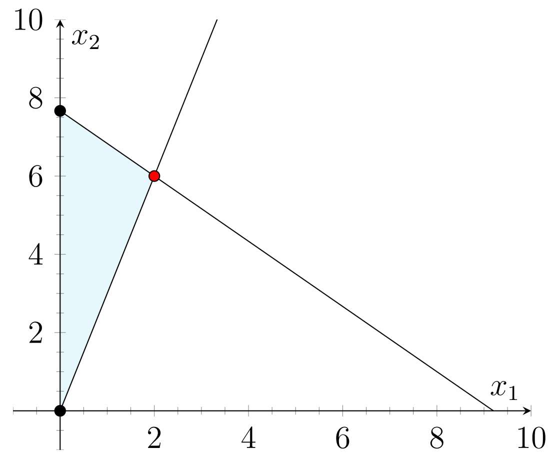
2010.01.20.B. 1. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\max z = 3800 \cdot x_1 + 2200 \cdot x_2$$

$$\begin{array}{rcrl} 5x_1 & + & 6x_2 & \leq 46 \\ -3x_1 & + & x_2 & \geq 0 \\ x_1 & \text{és} & x_2 & \geq 0 \end{array}$$

a.) (10 pont) Mik lesznek a lehetséges megoldások halmazának csúcspontjai?



16. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A lehetséges megoldás vektorok:

$$(0,0), \left(0, \frac{23}{3}\right), (2,6)$$

b.) (4 pont) Hány optimális megoldás van? Melyek az optimális megoldásvektorok? Mi a célfüggvény érték ekkor?

$$\begin{array}{rcccccccl} Z(0,0) = & 0 & \cdot & 3800 & + & 2200 & \cdot & 0 & = 0 \\ Z\left(0, \frac{23}{3}\right) = & 0 & \cdot & 3800 & + & 2200 & \cdot & \frac{23}{3} & = \frac{50600}{3} \\ Z(2,6) = & 2 & \cdot & 3800 & + & 2200 & \cdot & 6 & = 20800 \end{array}$$

Az optimális megoldás vektor az, amely mellett a célfüggvényérték a legmagasabb:

$$Z(2,6) = 20800$$

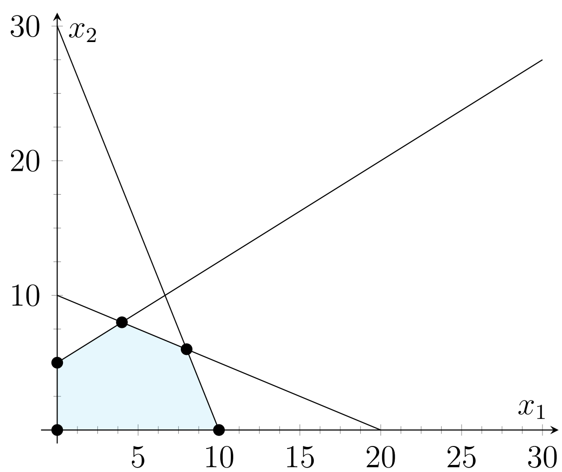
2011.11.07.A. 2. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\begin{array}{rcrcrcl} \max z & = & cx_1 & + & 8x_2 & & \\ & - & 3x_1 & + & 4x_2 & \leq & 20 \\ & & 2x_1 & + & 4x_2 & \leq & 40 \\ & & 6x_1 & + & 2x_2 & \leq & 60 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



17. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(0,0),(0,5),(4,8),(8,6),(10,0)$$

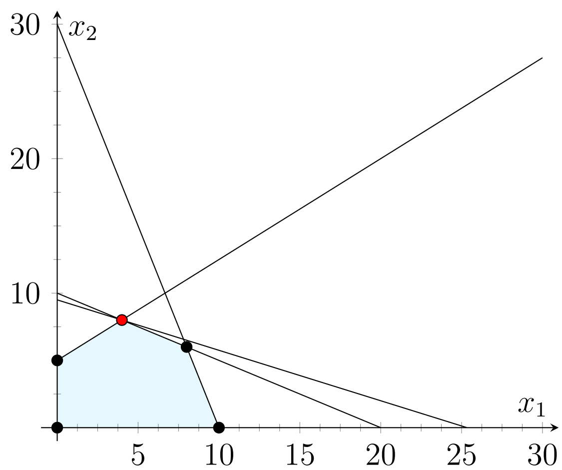
b.) (2 pont) Legyen $c = 3$. Határozza meg (grafikusan). az optimális megoldást!

$$\begin{array}{rcrcrl} Z(0,0) = & 3 \cdot 0 & + & 8 \cdot 0 & = 0 \\ Z(0,5) = & 3 \cdot 0 & + & 8 \cdot 5 & = 40 \\ Z\,(4,8) = & 3 \cdot 4 & + & 8 \cdot 8 & = 76 \\ Z(8,6) = & 3 \cdot 8 & + & 8 \cdot 6 & = 48 \\ Z(10,0) = & 3 \cdot 10 & + & 8 \cdot 0 & = 30 \end{array}$$

A cél maximalizáció, emiatt a legmagasabb értéket választjuk.

Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z(8,6) = 76$$



18. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (2 pont) A c együttható, mely értékeire lesz optimális megoldás az $(x_1 = 8, x_2 = 6)$ pont?

A célfüggvény meredekségére teljesül, hogy a pontot meghatározó egyenesek meredeksége között kell lennie ahhoz, hogy a megadott pont optimum legyen:

$$\frac{6}{2} \geq \frac{c}{8} \geq \frac{2}{4}$$

Innen adódik az alábbi:

$$24 \geq c \geq 4$$

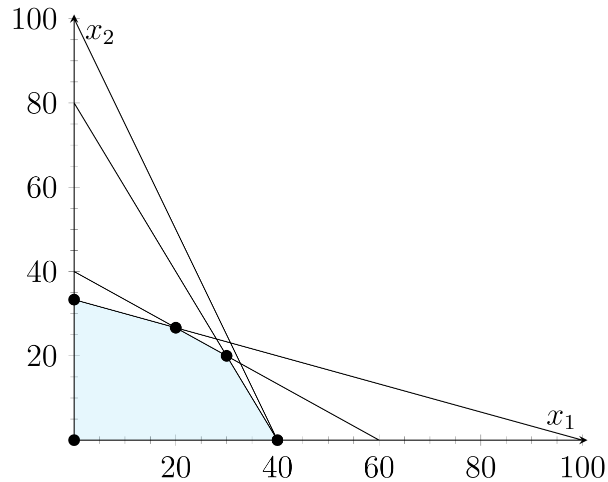
2011.01.02.A. 1. feladat

Tekintsük a következő LP-t:

$$\begin{array}{rcrcrcr}
\max z & = & x_1 & + & x_2 & & \\
 & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 120 \\
 & & x_1 & + & 3x_2 & \leq & 100 \\
 & & 5x_1 & + & 2x_2 & \leq & 200 \\
 & & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 80
\end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



19. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

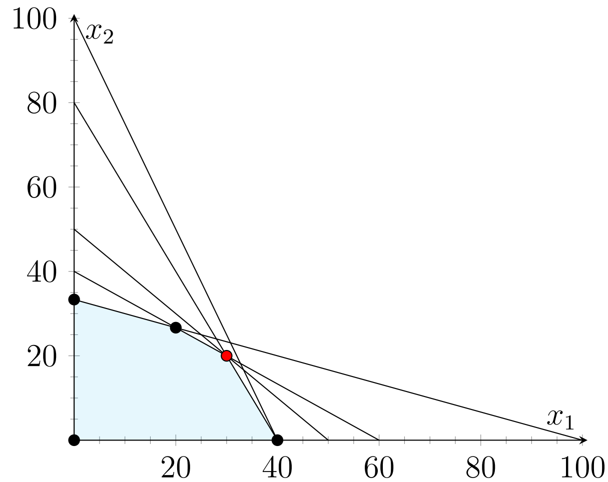
$$(0,0), (40,0), (30,20), \left(20, \frac{80}{3}\right), \left(0, \frac{100}{3}\right)$$

b.) (2 pont) Legyen $c = 3$. Határozza meg (grafikusan). az optimális megoldást!

$$\begin{array}{rrcrl}
Z(0,0) = & 1 \cdot 0 & + & 1 \cdot 0 & = 0 \\
Z(40,0) = & 1 \cdot 40 & + & 1 \cdot 0 & = 40 \\
Z\,(30,20) = & 1 \cdot 30 & + & 1 \cdot 20 & = 50 \\
Z\left(20, \frac{80}{3}\right) = & 1 \cdot 20 & + & 1 \cdot \frac{80}{3} & = \frac{140}{3} \\
Z\left(0, \frac{100}{3}\right) = & 1 \cdot 10 & + & 1 \cdot \frac{100}{3} & = \frac{100}{3}
\end{array}$$

A cél maximalizáció, emiatt a legmagasabb értéket választjuk. Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z(30,20) = 50$$



20. ábra. Az LP-hez tartozó optimális megoldás

c.) (2 pont) Van e redundáns feltétel a modellben?
Igen az alábbi feltételnek nincsen korlátozó ereje:

$$5x_1 + 2x_2 \leq 200$$

Ekkor a redukált LP az alábbi:

$$\begin{array}{rcrcrcr} \max z & = & x_1 & + & x_2 & & \\ & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 120 \\ & & x_1 & + & 3x_2 & \leq & 100 \\ & & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 80 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

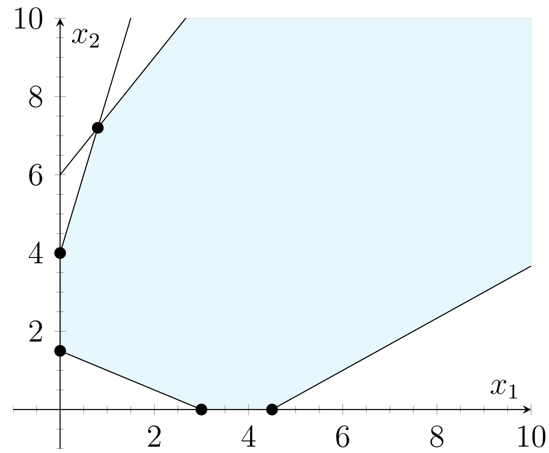
2011.01.02.A. 1. feladat

Tekintsük a következő lineáris egyenlőtlenség rendszert:

$$\begin{array}{rcrcr} 4x_1 & - & x_2 & \geq & -4 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & \geq & -12 \\ x_1 & + & 2x_2 & \geq & 3 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & \leq & 9 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



21. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(3,0), \left(\frac{9}{2}, 0\right), \left(\frac{4}{5}, \frac{36}{5}\right), (0,4), \left(0, \frac{3}{2}\right)$$

b.) (4 pont) Legyen a célfüggvény az alábbi: min $z = 3x_1 + x_2$. Mi lesz az optimális megoldás?

$$\begin{array}{rcrcrl} Z(3,0) = & 3 \cdot 3 & + & 1 \cdot 0 & = 9 \\ Z\left(\frac{9}{2}, 0\right) = & 3 \cdot \frac{9}{2} & + & 1 \cdot 0 & = 9 \\ Z\left(\frac{4}{5}, \frac{36}{5}\right) = & 3 \cdot \frac{4}{5} & + & 1 \cdot \frac{36}{5} & = \frac{48}{5} \\ Z\left(0, 4\right) = & 3 \cdot 0 & + & 1 \cdot 4 & = 4 \\ Z\left(0, \frac{3}{2}\right) = & 3 \cdot 0 & + & 1 \cdot \frac{3}{2} & = \frac{3}{2} \end{array}$$

Minimalizáció a cél ezért az optimális megoldás:

$$Z\left(0, \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

c.) (4 pont) Legyen a célfüggvény az alábbi: max $z = 5x_1 + 2x_2$. Mi lesz az optimális megoldás?

A lehetséges megoldások halmaza felülről nem korlátos!

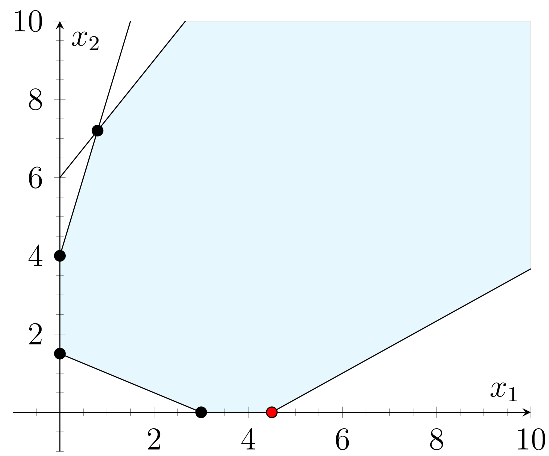
d.) (4 pont) Legyen a célfüggvény az alábbi: max $z = 4x_1 - 6x_2$. Mi lesz az optimális megoldás?

$$\begin{aligned}
Z(3,0) &= & 4\cdot 3 &- & 6\cdot 0 &= 12\\
Z\left(\tfrac{9}{2},0\right) &= & 4\cdot \tfrac{9}{2} &- & 6\cdot 0 &= 18\\
Z\left(\tfrac{4}{5},\tfrac{36}{5}\right) &= & 4\cdot \tfrac{4}{5} &- & 6\cdot \tfrac{36}{5} &= -\tfrac{210}{5}\\
Z(0,4) &= & 4\cdot 0 &- & 6\cdot 4 &= -24\\
Z\left(0,\tfrac{3}{2}\right) &= & 4\cdot 0 &- & 6\cdot \tfrac{3}{2} &= -9
\end{aligned}$$

Minimalizáció a cél ezért az optimális megoldás:

$$\left(\frac{9}{2}, 0\right) + \lambda \cdot (3,2) \quad \text{és } \lambda \geq 0$$

$$Z = 18$$



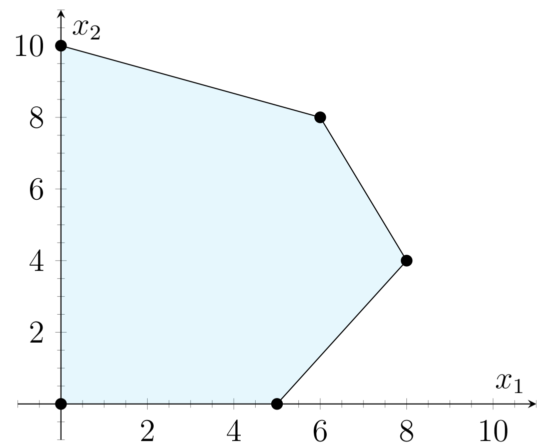
22. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

2011.01.23.A. 2. feladat

Egy LP feladat lehetséges megoldásainak koordinátái:

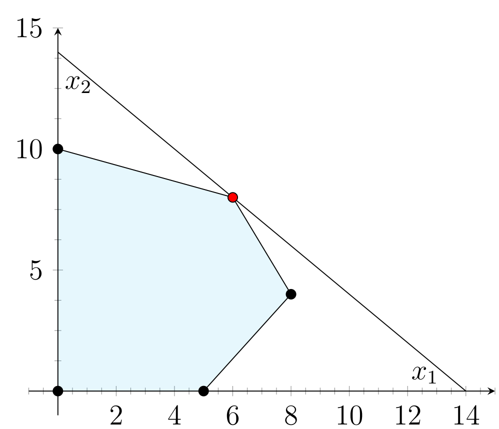
$$(0,0),(5,0),(8,4),(6,8),(0,10)$$

a.) (5 pont) Rajzolja fel és satírozza be a lehetséges megoldások tartalmazó tartományt egy kétdimenziós koordináta rendszerben.



23. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

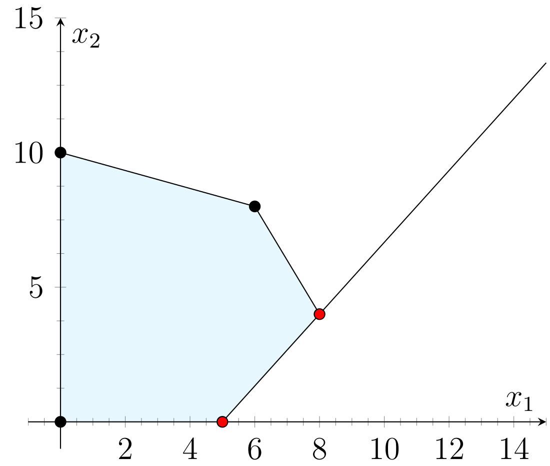
b.) (5 pont) Adjon meg olyan célfüggvényt, amely mellett az $x_1 = 6, x_2 = 8$ pont optimális megoldás.



Egy ilyen célfüggvény:

$$\max \quad x_1 + x_2$$

c.) (5 pont) Adjon meg olyan célfüggvényt, amely mellett az $x_1 = 5, x_2 = 0$ és $x_1 = 8, x_2 = 4$ pont optimális megoldás.



24. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

Egy ilyen célfüggvény:

$$\max \quad 4x_1 - 3x_2$$

d.) (5 pont) Adjon meg olyan célfüggvényt, amely mellett az $x_1 = 1, x_2 = 1$ pont optimális megoldás.

Mivel a kért optimális pont egy belső pont. Egy ilyen célfüggvény:

$$\max \quad 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2$$

2011.1.22.A. 3. feladat

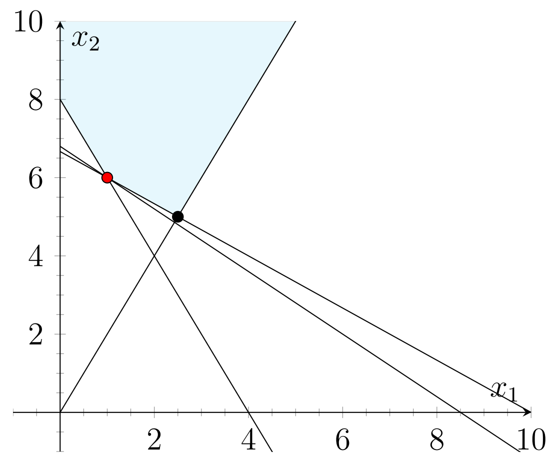
Tekintsük a következő LP-t:

$$\min z = 4000x_1 + 5000x_2$$

$$\begin{array}{rcrcrcr} 20 & x_1 & + & 10 & x_2 & \geq & 80 \\ 30 & x_1 & + & 45 & x_2 & \geq & 300 \\ 2 & x_1 & - & & x_2 & \leq & 0 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



25. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(1,6), \left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

b.) (2 pont) Legyen $c = 3$. Határozza meg (grafikusan). az optimális megoldást!

$$\begin{array}{rcrcl} Z(1,6) = & 4000 \cdot 1 & + & 5000 \cdot 6 & = 34000 \\ Z\left(\frac{5}{2}, 5\right) = & 4000 \cdot \frac{5}{2} & + & 5000 \cdot 5 & = 35000 \end{array}$$

A cél minimalizáció, emiatt a legalacsonyabb értéket választjuk.

Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z(1,6) = 34000$$

2011.1.22.B. 5. feladat

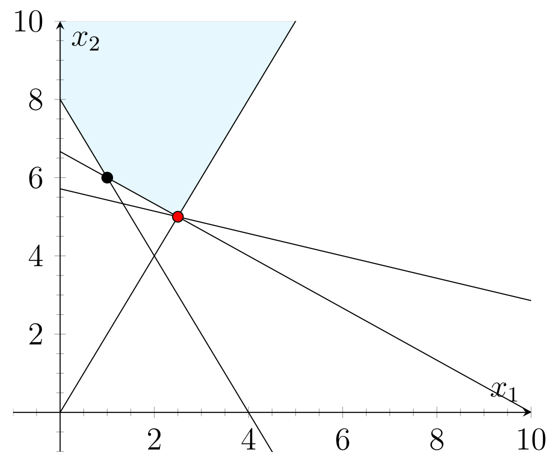
Tekintsük a következő LP-t:

$$\min z = 2000x_1 + 7000x_2$$

$$\begin{array}{rcrcrcr} 20 & x_1 & + & 10 & x_2 & \geq & 80 \\ 30 & x_1 & + & 45 & x_2 & \geq & 300 \\ 2 & x_1 & - & & x_2 & \leq & 0 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a.) (6 pont) Sorolja föl a lehetséges megoldások halmazának összes csúcspontját!



26. ábra. Az LP-hez tartozó lehetséges megoldási halmaz

A megoldások lehetséges halmazához tartozó csúcspontok:

$$(1,6), \left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

b.) (2 pont) Legyen $c = 3$. Határozza meg (grafikusan). az optimális megoldást!

$$\begin{array}{rcrcrl} Z(1,6) = & 2000 \cdot 1 & + & 7000 \cdot 6 & = 44000 \\ Z\left(\frac{5}{2}, 5\right) = & 2000 \cdot \frac{5}{2} & + & 7000 \cdot 5 & = 40000 \end{array}$$

A cél minimalizáció, emiatt a legalacsonyabb értéket választjuk. Ekkor az optimális megoldás, és célfüggvényérték:

$$Z(1,6) = 40000$$

3. Szimplex módszer

2009.01.14.A. 2. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lrrrrrrrrrrrrl}
\max & z = & 5 & x_1 & + & 3 & x_2 & + & 4 & x_3 & + & & x_4 & \\
\text{s.t.} & & 4 & x_1 & + & 2 & x_2 & + & 2 & x_3 & + & & x_4 & \leq 20 \\
& & 2 & x_1 & + & 6 & x_2 & + & 2 & x_3 & + & 2 & x_4 & \leq 9 \\
& & & & & & & & & & & & x_i & \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4
\end{array}$$

a.) (12 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \end{array}
\left[\begin{array}{cccc|c}
x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & z \\ \hline
-5 & -3 & -4 & -1 & \\ \hline
4 & 2 & 2 & 1 & 20 \\
2 & 6 & 2 & 2 & 9
\end{array}\right]$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array}
\left[\begin{array}{cccc|c}
u_2 & x_2 & x_3 & x_4 & z \\ \hline
 & & & & \\ \hline
 & & & & \\
\mathbf{2} & & & &
\end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array}
\left[\begin{array}{cccc|c}
u_2 & x_2 & x_3 & x_4 & z \\ \hline
 & & & & \\ \hline
 & & & & \\
\mathbf{0.5} & & & &
\end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array}
\left[\begin{array}{cccc|c}
u_2 & x_2 & x_3 & x_4 & z \\ \hline
 & & & & \\ \hline
 & & & & \\
\mathbf{0.5} & 3 & 1 & 1 & 4.5
\end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_2 & x_2 & x_3 & x_4 & z \\ \hline 2.5 & & & & \\ \hline -2 & & & & \\ \mathbf{0.5} & 3 & 1 & 1 & 4.5 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_2 & x_2 & x_3 & x_4 & z \\ \hline 2.5 & 12 & 1 & 4 & 22.5 \\ \hline -2 & -10 & -2 & -1 & 2 \\ 0.5 & 3 & 1 & 1 & 4.5 \end{array}\right]$$

b.) (8 pont) Adja meg az összes optimális bázismegoldást a célfüggvényértékkel együtt! Mivel nem volt olyan szimplex tábla, ahol 0 értéket vesz fel, valamely oszlopfő, csak egy optimális megoldásvektor lesz:

$$x_1 = 4.5 \ \ x_2 = 0 \ \ , x_3 = 0 \ \ , x_4 = 0$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$z = 22.5$$

2009.01.14.C. 2. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$
\begin{array}{lcrcrcrcl}
\max & z = & 5\,x_1 & + & x_2 & + & 5\,x_3 & & \\
\text{s.t.} & & 2\,x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 12 \\
 & & x_1 & + & 2\,x_2 & + & x_3 & \leq & 10 \\
 & & & & & & x_i & \geq & 0 \qquad i = 1,2,3
\end{array}
$$

a.) (12 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ u_2
\end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & x_2 & x_3 & z \\
\hline
-5 & -1 & -5 & \\
\hline
2 & 1 & 1 & 12 \\
1 & 2 & 1 & 10
\end{array}\right]
$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ x_3
\end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & x_2 & u_2 & z \\
\hline
 & & & \\
\hline
 & & & \\
 & & 1 &
\end{array}\right]
$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ x_3
\end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & x_2 & u_2 & z \\
\hline
 & & & \\
\hline
 & & & \\
 & & \mathbf{1} &
\end{array}\right]
$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ x_3
\end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & x_2 & u_2 & z \\
\hline
 & & & \\
\hline
 & & & \\
1 & 2 & \mathbf{1} & 10
\end{array}\right]
$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_3 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline & & 5 & \\ \hline & & -1 & \\ 1 & 2 & \mathbf{1} & 10 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_3 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline 0 & 9 & 5 & 50 \\ \hline 1 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & \mathbf{1} & 10 \end{array}\right]$$

b.) (8 pont) Adja meg az összes optimális bázismegoldást a célfüggvényértékkel együtt! Mivel van olyan szimplex tábla, ahol 0 értéket vesz fel, valamely oszlopfő, több optimális megoldásvektor lesz. Az első tábla alapján leolvasható megoldás vektor:

$$x_1 = 0 \ \ , x_2 = 0 \ , x_3 = 10$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$z = 50$$

A második szimplex tábla, ahol az (u_1, x_1) lesz a generáló elem - a generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline \mathbf{1} & & & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline \mathbf{1} & -1 & -1 & 2 \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline 0 & & & \\ \hline \mathbf{1} & -1 & -1 & 2 \\ -1 & & & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline 0 & 9 & 5 & 50 \\ \hline \mathbf{1} & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 & 8 \end{array}\right]$$

A tábla alapján leolvasható megoldás vektor:

$$x_1 = 2 \ , x_2 = 0 \ , x_3 = 8$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$z = 50$$

2008.11.05.A. 4. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lrrrrrrrrl} \max & z = & - & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & & \\ \text{s.t.} & & 4 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 8 \\ & & 6 & x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & \leq & 5 \\ & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3 \end{array}$$

a.) (12 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|r} x_1 & x_2 & x_3 & z \\ \hline 1 & -2 & -3 & \\ \hline 4 & 1 & 1 & 8 \\ 6 & -2 & 1 & 5 \end{array}\right]$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ & & 1 & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ & & \mathbf{1} & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ 6 & -2 & \mathbf{1} & 5 \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline & & 3 & \\ \hline & & -1 & \\ 6 & -2 & \mathbf{1} & 5 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_2 & z \\ \hline 19 & -8 & 3 & 15 \\ \hline -2 & 3 & -1 & 3 \\ 6 & -2 & \mathbf{1} & 5 \end{array}\right]$$

A második szimplex tábla, ahol az (u_1, x_2) lesz a generáló elem - a generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline & 1/3 & & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline -2/3 & 1/3 & -1/3 & 3/3 \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline & 8/3 & & \\ \hline -2/3 & 1/3 & -1/3 & 3/3 \\ & 2/3 & & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline 41/3 & 8/3 & 1/3 & 69/3 \\ \hline -2/3 & 1/3 & -1/3 & 3/3 \\ 14/3 & 2/3 & 1/3 & 21/3 \end{array}\right]$$

A tábla alapján leolvasható megoldás vektor:

$$x_1 = 0 \ , x_2 = 1 \ , x_3 = 7$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$z = 23$$

2010.01.03.C. 2. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl} \max & z & = & 8\ x_1 & + & 3\ x_2 & + & 10\ x_3 & & \\ \text{s.t.} & & & x_1 & + & 3\ x_2 & + & 2\ x_3 & \leq & 12 \\ & & & x_1 & + & 2\ x_2 & + & x_3 & \leq & 10 \\ & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3 \end{array}$$

a.) (12 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|r} x_1 & x_2 & x_3 & z \\ \hline -8 & -3 & -10 & \\ \hline 1 & 3 & 2 & 12 \\ 1 & 2 & 1 & 10 \end{array}\right]$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|r} x_1 & x_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & \mathbf{2} & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|r} x_1 & x_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & \mathbf{1/2} & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|r} x_1 & x_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline 1/2 & 3/2 & \mathbf{1/2} & 12/2 \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_1 & z \\ \hline & & 10/2 & \\ \hline 1/2 & 3/2 & \mathbf{1/2} & 12/2 \\ & & -1/2 & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & u_1 & z \\ \hline -6/2 & 24/2 & 10/2 & 120/2 \\ \hline 1/2 & 3/2 & \mathbf{1/2} & 12/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 & 8/2 \end{array}\right]$$

A második szimplex tábla, ahol az (u_2, x_1) lesz a generáló elem - a generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} u_2 & x_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \mathbf{2} & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} u_2 & x_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \mathbf{2} & 1 & -1 & 8 \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} u_2 & x_2 & u_1 & z \\ \hline 6 & & & \\ \hline -1 & & & \\ \mathbf{2} & 1 & -1 & 8 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|c} u_2 & x_2 & u_1 & z \\ \hline 6 & 15 & 2 & 84 \\ \hline -1 & 1 & 1 & 2 \\ \mathbf{2} & 1 & -1 & 8 \end{array}\right]$$

A tábla alapján leolvasható megoldás vektor:

$$x_1 = 8\ , x_2 = 0\ , x_3 = 2$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$z = 84$$

2011.11.07.A. 4. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lcccccccccl}
\max & z & = & & x_1 & + & 2\,x_2 & - & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 2 & x_1 & + & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & \leq & 16 \\
 & & & 2 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 3 \\
 & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3
\end{array}$$

a.) (5 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & x_2 & x_3 & z \\ \hline
-1 & -2 & 1 & \\ \hline
2 & 4 & -2 & 16 \\
2 & 1 & 1 & 3
\end{array}\right]$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline
 & & & \\ \hline
 & & & \\
 & \mathbf{1} & &
\end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline
 & & & \\ \hline
 & & & \\
 & \mathbf{1} & &
\end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline
 & & & \\ \hline
 & & & \\
2 & \mathbf{1} & 1 & 3
\end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline & 2 & & \\ \hline & -4 & & \\ 2 & \mathbf{1} & 1 & 3 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline 3 & 2 & 3 & \color{red}{6} \\ \hline -6 & -4 & -6 & 4 \\ 2 & \mathbf{1} & 1 & \color{red}{3} \end{array}\right]$$

b.) (1 pont) Mi lesz az optimális megoldás? A tábla alapján leolvasható megoldás vektor:

$$x_1 = 0 \ , x_2 = 3 \ , x_3 = 0$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$z = 6$$

c.) (4 pont) Írja fel a feladat duálisát és egy optimális megoldását!

$$\begin{array}{rrrrrrrrl} \min & w & = & 16 & y_1 & + & 3 & y_2 & \\ & & & 2 & y_1 & + & 2 & y_2 & \geq 1 \\ & & & 4 & y_1 & + & & y_2 & \geq 2 \\ & & - & 2 & y_1 & + & & y_2 & \geq -1 \\ & & & & & & & y_i & \geq 0 \quad \text{és } i = 1,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline 3 & \color{red}{2} & 3 & \color{red}{6} \\ \hline -6 & -4 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right]$$

A tábla alapján, és a komplementaritási tulajdonság alapján leolvasható megoldás vektor:

$$y_1 = 0 \ , y_2 = 2$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$w = 6$$

2011.11.07.B. 4. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lcrcrcrcl} \max & z = & x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & & \\ \text{s.t.} & & 2x_1 & + & 4x_2 & - & 2x_3 & \leq & 16 \\ & & 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \leq & 3 \\ & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3 \end{array}$$

a.) (5 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|r} x_1 & x_2 & x_3 & z \\ \hline -1 & -2 & 1 & \\ \hline 2 & 4 & -2 & 16 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{array}\right]$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ & \mathbf{1} & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ & \mathbf{1} & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ 2 & \mathbf{1} & -1 & 3 \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline & 2 & & \\ \hline & -4 & & \\ 2 & \mathbf{1} & -1 & 3 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline 3 & 2 & -1 & 6 \\ \hline -6 & -4 & 2 & 4 \\ 2 & \mathbf{1} & -1 & 3 \end{array}\right]$$

A második szimplex tábla esetében az (u_1, x_3) lesz a generáló elem:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & \mathbf{2} & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & \mathbf{1/2} & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline -3 & -2 & \mathbf{1/2} & 2 \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & 1/2 & \\ \hline -3 & -2 & \mathbf{1/2} & 2 \\ & & 1/2 & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \end{array} \\
\begin{array}{c} z \\ x_3 \\ x_2 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1/2 & \color{red}{8} \\ \hline -3 & -2 & \mathbf{1/2} & \color{red}{2} \\ -1 & -1 & 1/2 & \color{red}{5} \end{array}\right]
\end{array}$$

b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális bázis megoldást!

A tábla alapján leolvasható megoldás vektor:

$$x_1 = 0 \ , x_2 = 5 \ , x_3 = 2$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$z = 8$$

c.) (2 pont) Létezik-e alternatív bázismegoldás?

Nem lehet további sorokat bázisba vinni ezért nincsen.

2012.01.16.A. 1. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lrcrrrrrrcl} \max & z & = & - & 2x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & \\ & \text{s.t.} & & - & x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \leq & 8 \\ & & & & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 6 \\ & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3 \end{array}$$

a.) (5 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & z \\ \hline 2 & -2 & -1 & \\ \hline -1 & 2 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 6 \end{array}\right]$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & x_3 & z \\ \hline & & & \\ \hline & \mathbf{2} & & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & x_3 & z \\ \hline & & & \\ \hline & \mathbf{1/2} & & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & x_3 & z \\ \hline & & & \\ \hline -1/2 & \mathbf{1/2} & 1/2 & 8/2 \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ u_2 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & x_3 & z \\ \hline & 2/2 & & \\ \hline -1/2 & \mathbf{1/2} & 1/2 & 8/2 \\ & -1/2 & & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ u_2 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & x_3 & z \\ \hline 2/2 & 2/2 & 0 & 8 \\ \hline -1/2 & \mathbf{1/2} & 1/2 & 8/2 \\ 3/2 & -1/2 & 3/2 & 4/2 \end{array}\right]$$

A második szimplex tábla esetében az (u_2, x_3) lesz a generáló elem:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ & & \mathbf{3/2} & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ & & \mathbf{2/3} & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ 6/6 & -2/6 & \mathbf{2/3} & 8/6 \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline & & 0 & \\ \hline & & 2/6 & \\ 6/6 & -2/6 & \mathbf{2/3} & 8/6 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline 6/6 & 6/6 & 0 & 48/6 \\ \hline 0 & 2/6 & 2/6 & 20/6 \\ 6/6 & -2/6 & \mathbf{2/3} & 8/6 \end{array}\right]$$

b.) (5 pont) Adjon meg egy optimális bázis megoldást!

$$\overline{X} = \lambda \cdot (0,4,0) + (1-\lambda) \cdot (0, 10/3, 4/3) \quad \text{és, } 0 \le \lambda \le 1$$

c.) (6 pont) Írja fel a feladat egy duálisát, és annak egy optimális megoldását!

$$\begin{array}{llcrlcrlcr} \min & w & = & 8 & y_1 & + & 6 & y_2 & & \\ & & - & & y_1 & + & & y_2 & \geq & -2 \\ & & & 2 & y_1 & + & & y_2 & \geq & 2 \\ & & & & y_1 & + & 2 & y_2 & \geq & 1 \\ & & & & & & & y_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_1 & u_2 & z \\ \hline 6/6 & 6/6 & 0 & 48/6 \\ \hline 0 & 2/6 & 2/6 & 20/6 \\ 6/6 & -2/6 & \mathbf{2/3} & 8/6 \end{array}\right]$$

A tábla alapján, és a komplementaritási tulajdonság alapján leolvasható megoldás vektor:

$$y_1 = 1 \ \ , y_2 = 0$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$w = 8$$

2012.01.16.B. 1. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$
\begin{array}{rrcrcrcrcrl}
\max & z = & - & 4\ x_1 & + & 6\ x_2 & + & 3\ x_3 & & & \\
& \text{s.t.} & & 2\ x_1 & + & 2\ x_2 & + & 4\ x_3 & \leq & 12 & \\
& & - & 2\ x_1 & + & 4\ x_2 & + & 2\ x_3 & \leq & 16 & \\
& & & & & & & x_i & \geq & 0 & i = 1,2,3
\end{array}
$$

a.) (5 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ u_2
\end{array}
\left[\begin{array}{rrr|r}
x_1 & x_2 & x_3 & z \\
\hline
4 & -6 & -3 & \\
\hline
2 & 2 & 4 & 12 \\
-2 & 4 & 2 & 16
\end{array}\right]
$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ x_2
\end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & u_2 & x_3 & z \\
\hline
 & & & \\
\hline
 & & & \\
 & \mathbf{4} & &
\end{array}\right]
$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ x_2
\end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & u_2 & x_3 & z \\
\hline
 & & & \\
\hline
 & & & \\
 & \mathbf{1/4} & &
\end{array}\right]
$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$
\begin{array}{c}
\\ z \\ u_1 \\ x_2
\end{array}
\left[\begin{array}{ccc|c}
x_1 & u_2 & x_3 & z \\
\hline
 & & & \\
\hline
 & & & \\
-2/4 & \mathbf{1/4} & 2/4 & 16/4
\end{array}\right]
$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline & 3/2 & & \\ \hline & -1/2 & & \\ -2/4 & \mathbf{1/4} & 2/4 & 16/4 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & x_3 & z \\ \hline 1 & 3/2 & 0 & 24 \\ \hline 3 & -1/2 & 3 & 4 \\ -1/2 & \mathbf{1/4} & 1/2 & 4 \end{array}\right]$$

A második szimplex tábla esetében az (u_2, x_3) lesz a generáló elem:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & \mathbf{3} & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline & & \mathbf{1/3} & \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & & \\ \hline 1 & -1/6 & \mathbf{1/3} & 4/3 \\ & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline & & 0 & \\ \hline 1 & -1/6 & \mathbf{1/3} & 4/3 \\ & 5/6 & -1/6 & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline 1 & 3/2 & 0 & 24 \\ \hline 1 & -1/6 & \mathbf{1/3} & 4/3 \\ -1 & 2/6 & -1/6 & 10/3 \end{array} \right]$$

b.) (5 pont) Adjon meg egy optimális bázis megoldást!

$$\overline{X} = \lambda \cdot (0,4,0) + (1-\lambda) \cdot (0, 10/3, 4/3) \quad \text{és, } 0 \leq \lambda \leq 1$$

c.) (6 pont) Írja fel a feladat egy duálisát, és annak egy optimális megoldását!

$$\begin{array}{llcrcrcrcl} \min & w & = & 12 & y_1 & + & 16 & y_2 & & \\ & & & 2 & y_1 & - & 2 & y_2 & \geq & -4 \\ & & & 2 & y_1 & + & 4 & y_2 & \geq & 6 \\ & & & 4 & y_1 & + & 2 & y_2 & \geq & 3 \\ & & & & & & & y_i & \geq & 0 \quad \text{és } i = 1,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_3 \\ x_2 \end{array} \left[\begin{array}{rrr|c} x_1 & u_2 & u_1 & z \\ \hline 1 & 3/2 & 0 & 24 \\ \hline 1 & -1/6 & \mathbf{1/3} & 4/3 \\ -1 & 2/6 & -1/6 & 10/3 \end{array} \right]$$

A tábla alapján, és a komplementaritási tulajdonság alapján leolvasható megoldás vektor:

$$y_1 = 0 \ , y_2 = 3/2$$

Az ehhez tartozó célfüggvényérték:

$$w = 24$$

2012.12.18.A. 2. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{rrcrcrcrl} \max & z & = & & x_1 & - & & x_2 & \\ & \text{s.t.} & - & & x_1 & + & 3 & x_2 & \leq 4 \\ & & & 2 & x_1 & + & & x_2 & \leq 3 \\ & & & & & & & x_i & \geq 0 \quad i = 1,2,3 \end{array}$$

a.) (10 pont) Töltse ki a szükséges szimplex táblákat!

Első lépésben átírjuk a szimplex táblát, a maximalizáció miatt a célfüggvény együtthatóit negatív előjellel vesszük!

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} x_1 & x_2 & z \\ \hline -1 & 1 & \\ \hline -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Az abszolút értékben legmagasabb együtthatóval rendelkező oszlopban, hányados teszttel generáló elemet választunk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} u_2 & x_2 & z \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \mathbf{2} & & \end{array} \right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} u_2 & x_2 & z \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \mathbf{1/2} & & \end{array} \right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprokkal:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} u_2 & x_2 & z \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \mathbf{1/2} & 1/2 & 3/2 \end{array} \right]$$

A generáló elem oszlopában található eredeti elemeket végigszorozzuk a reciprok mínusz egyszeresével:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} u_2 & x_2 & z \\ \hline 1/2 & & \\ \hline 1/2 & & \\ \mathbf{1/2} & 1/2 & 3/2 \end{array}\right]$$

A hiányzó elemek a téglalapolásos módszerrel legenerálhatóak:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ x_1 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} u_2 & x_2 & z \\ \hline 1/2 & 3/2 & 3/2 \\ \hline 1/2 & 7/2 & 11/2 \\ \mathbf{1/2} & 1/2 & 3/2 \end{array}\right]$$

b.) (2 pont) Írja fel az új szimplex táblában található bázismegoldást!

$$x_1 = 3/2 \quad x_2 = 0 \quad z = 3/2$$

c.) (2 pont) Hány optimális megoldás van?

Csak ez, hiszen a bázis transzformáció során a célfüggvényben nincsen nulla.

2013.01.08.A. 5. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{aligned} \max\ z &= -x_1 - 3x_2 + x_3 \\ \text{s.t.}\quad x_1 + \quad &+x_3 \geq 10 \\ x_2 + x_3 &\leq 8 \\ x_i &\geq 0 \quad i = 1,2,3 \end{aligned}$$

a.) (4 pont) Írja fel a feladat duálisát!

$$\begin{array}{llllllll} \min & w & = & 10 & y_1 & + & 8 & y_2 \\ & & & & y_1 & & & \geq -1 \\ & & & & & & y_2 & \geq -3 \\ & & & & y_1 & + & y_2 & \geq 1 \\ & & & & & & y_1 & \leq 0 \\ & & & & & & y_2 & \geq 0 \end{array}$$

b.) (6 pont) Az első fázis után mi lesz a lehetséges bázis megoldás és célfüggvény érték? A kezdő kétfázisú szimplex tábla az alábbi lesz:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline 1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 10 \end{array}\right]$$

Első lépésben a normál feladat reláció követelményének nem eleget tevő korlátnál keresünk generáló elemet:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline & & & & \\ \mathbf{1} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & \\ \mathbf{1} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

A generáló elem reciprokával végigszorozzuk a generáló elem sorában az eredeti elemeket:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & -1 & 10 \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

A generáló elem reciprokának mínusz egyszeresével végigszorozzuk a generáló elem oszlopában az eredeti elemeket:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & & & & \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & -1 & 10 \\ 0 & & & & \\ -1 & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

A téglalapolásos módszerrel a hátralévő elemeket is legeneráljuk:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 3 & -2 & 1 & -10 \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & -1 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Ekkor a potenciális megoldás vektor az első lépés után:

$$\overline{X} = [10, 0, 0]$$

A célfüggvényérték pedig:

$$z = -10$$

c.) (10 pont) Mi lesz a primál optimális megoldása?

A kiinduló mátrix az alábbi:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{rrrr|r} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline -1 & 3 & -2 & 1 & -10 \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & -1 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

A generáló elem az alábbi lesz:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \\ \hline & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{1} & & \\ & & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \\ \hline & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{1} & & \\ & & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végig szorozzuk a generáló elem reciprokával:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \\ \hline & & & & \\ & & & & \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 & 8 \\ & & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokának mínusz egyszeresével végigszorozzuk a generáló elem oszlopában található eredeti elemeket:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \\ \hline & & 2 & & \\ & & -1 & & \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 & 8 \\ & & 0 & & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemeket a téglalapolásos algoritmussal le lehet generálni:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{rrrr|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \\ \hline -1 & 5 & 2 & 1 & \color{red}{6} \\ 1 & -1 & -1 & -1 & \color{red}{2} \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 & \color{red}{8} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Ekkor a megoldás vektor:

$$\overline{X} = [2, 0, 8]$$

A hozzá tartozó célfüggvényérték:

$$z = 6$$

2013.01.08.B. 5. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{aligned} \max\ z = -x_1 - 3x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad x_1 + \quad +x_3 &\geq 12 \\ x_2 + x_3 &\leq 8 \\ x_i \geq 0 \quad i &= 1,2,3 \end{aligned}$$

a.) (4 pont) Írja fel a feladat duálisát!

$$\begin{array}{lccccccc} \min & w & = & 12 & y_1 & + & 8 & y_2 & & \\ & & & & y_1 & & & & \geq & -1 \\ & & & & & & & y_2 & \geq & -3 \\ & & & & y_1 & + & & y_2 & \geq & 2 \\ & & & & & & & y_1 & \leq & 0 \\ & & & & & & & y_2 & \geq & 0 \end{array}$$

b.) (6 pont) Az első fázis után mi lesz a lehetséges bázis megoldás és célfüggvény érték?

A kezdő kétfázisú szimplex tábla az alábbi lesz:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ u_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{rrrr|r} x_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline 1 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 12 \end{array}\right]$$

Első lépésben a normál feladat reláció követelményének nem eleget tevő korlátnál keresünk generáló elemet:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline & & & & \\ \mathbf{1} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline & & & & \\ \mathbf{1} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokával végigszorozzuk a generáló elem sorában az eredeti elemeket:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline & & & & \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & -1 & 12 \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right]$$

A generáló elem reciprokának mínusz egyszeresével végigszorozzuk a generáló elem oszlopában az eredeti elemeket:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline -1 & & & & \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & -1 & 12 \\ 0 & & & & \\ -1 & & & & \end{array}\right]$$

A téglalapolásos módszerrel a hátralévő elemeket is legeneráljuk:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \\ \hline -1 & 3 & -3 & 1 & -12 \\ \mathbf{1} & 0 & 1 & -1 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Ekkor a potenciális megoldás vektor az első lépés után:

$$\overline{X} = [12, 0, 0]$$

A célfüggvényérték pedig:

$$z = -12$$

c.) (10 pont) Mi lesz a primál optimális megoldása?

A kiinduló mátrix az alábbi:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & x_3 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ u_2 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 3 & -3 & 1 & -12 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

A generáló elem az alábbi lesz:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{1} & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

A generáló elem reciprokát vesszük:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{1} & & \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

A generáló elem sorában található eredeti elemeket végig szorozzuk a generáló elem reciprokával:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \end{array} \\ \begin{array}{c} z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & \\ & & & & \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 & 8 \\ & & & & \end{array}\right] \end{array}$$

A generáló elem reciprokának mínusz egyszeresével végigszorozzuk a generáló elem oszlopában található eredeti elemeket:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \\ \hline & & 3 & & \\ & & -1 & & \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 & 8 \\ & & 0 & & \end{array}\right]$$

A hiányzó elemeket a téglalapolásos algoritmussal le lehet generálni:

$$\begin{array}{c} \\ z \\ x_1 \\ x_3 \\ \hat{z} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} u_1 & x_2 & u_2 & v & z \\ \hline -1 & 6 & 3 & 1 & \color{red}{12} \\ 1 & -1 & -1 & -1 & \color{red}{4} \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 & \color{red}{8} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Ekkor a megoldás vektor:

$$\overline{X} = [4, 0, 8]$$

A hozzá tartozó célfüggvényérték:

$$z = 12$$

4. WinQSB outputok értelmezése

2008.11.05.A. 3. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lcrlrlrlrlll}
\max & z = & 2 & x_1 & - 5 & x_2 & - 6 & x_3 & + 7 & x_4 & & \\
\text{s.t.} & & & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & \leq & 70 \\
& & 4 & x_1 & + 2 & x_2 & + 3 & x_3 & + 2 & x_4 & = & 60 \\
& & 4 & x_1 & + 3 & x_2 & + 2 & x_3 & + & x_4 & \leq & 80 \\
& & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3,4
\end{array}$$

A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		X$_1$	**X**$_2$	**X**$_3$	**X**$_4$	**Slack C**$_1$	**Slack C**$_3$	**Art. C**$_2$	
Basis	**0**	**2,000**	**-5,000**	**-6,000**	**7,000**	**0**	**0**	**0**	**R.H.S.**
Slack C$_1$	**0**	-3,000	-1,000	-1,000	0	1,000	0	-1,000	10,000
X$_4$	**7,000**	2,000	1,000	1,500	1,000	0	0	0,500	30,000
Slack C$_3$	**0**	2,000	2,000	0,500	0	0	1,000	-0,500	50,000
	C$_j$**-Z**$_j$	-12,000	-12,000	-16,500	0	0	0	-3,500	210
	Big M	0	0	0	0	0	0	-1,000	0

a.) (3 pont) Adja meg a duális feladat változóit előjelmegkötésekkel együtt!

$$y_2 \text{ előjelkötetlen, } y_1 \text{ és } y_3 \geq 0$$

b.) (3 pont) Adja meg a duális feladat célfüggvényét és korlátozó feltételeit!

$$\begin{array}{lcrlrlrlll}
\min & w = & 70 & y_1 & + 60 & y_2 & + 80 & y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & y_1 & + 4 & y_2 & + 4 & y_3 & \geq & 2 \\
& & & y_1 & + 2 & y_2 & + 3 & y_3 & \geq & -5 \\
& & 2 & y_1 & + 3 & y_2 & + 2 & y_3 & \geq & -6 \\
& & 2 & y_1 & + 2 & y_2 & + & y_3 & \geq & 7
\end{array}$$

c.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 0 \quad y_2 = 3,5 \quad y_3 = 0 \quad w = 210$$

2009.01.14.A. 1. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{llrlrlrlrlrl}
\max & z = & 3 & x_1 & + 10 & x_2 & + 6 & x_3 & + 5 & x_4 & & \\
\text{s.t.} & & 3 & x_1 & + 4 & x_2 & + 4 & x_3 & + 4 & x_4 & = & 30 \\
 & & -4 & x_1 & + & x_2 & + 6 & x_3 & + 2 & x_4 & = & 25 \\
 & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3,4
\end{array}$$

A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		X_1	X_2	X_3	X_4	Art C_1	Art. C_2	
Basis	**0**	**3,000**	**10,000**	**6,000**	**5,000**	**0**	**0**	**R.H.S.**
X_2	**10,000**	1,700	1,000	0,000	0,800	0,300	-0,200	4,000
X_3	**6,000**	-0,950	0,000	1,000	0,200	-0,050	0,200	3,500
	C_j-Z_j	-8,3000	0	0	-4,200	-2,700	0,8000	61,000
	Big M	0	0	0	0	-1,000	-1,000	0

a.) (3 pont) Adja meg a duális feladat változóit előjelmegkötésekkel együtt!

y_1 és y_2 előjelkötetlen

b.) (7 pont) Adja meg a duális feladat célfüggvényét és korlátozó feltételeit!

$$\begin{array}{llrlrlll}
\min & w = & 30 & y_1 & + 25 & y_2 & & \\
\text{s.t.} & & 3 & y_1 & - 4 & y_2 & \geq & 3 \\
 & & 4 & y_1 & + & y_2 & \geq & 10 \\
 & & 4 & y_1 & + 6 & y_2 & \geq & 6 \\
 & & 4 & y_1 & + 2 & y_2 & \geq & 5
\end{array}$$

c.) (5 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 2,7 \quad y_2 = -0,8 \quad w = 61$$

d.) (5 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4 \quad x_3 = 3,5 \quad x_4 = 0 \quad z = 61$$

2009.01.14.C. 1. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{rrcrcrcrcl} \max & z & = & 15 & x_1 & + & 16 & x_2 & + & 10 & x_3 & & \\ \text{s.t.} & & & 3 & x_1 & + & 2 & x_2 & + & 2 & x_3 & \leq & 40 \\ & & & & x_1 & - & 4 & x_2 & + & 6 & x_3 & = & 60 \\ & & & 2 & x_1 & + & & x_2 & + & & x_3 & \geq & 19 \\ & & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1, 2, 3 \end{array}$$

A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		X_1	**X_2**	**X_3**	**Sla. C_1**	**Surp. C_3**	**Art. C_2**	**Art. C_3**	
Basis	**0**	**15,00**	**16,00**	**10,00**	**0**	**0**	**0**	**0**	**R.H.S.**
Surp. C_3	**0**	-0,50	0	0	0,50	1,00	0	-1,00	1,00
X_3	**10,00**	0,70	0,00	1,00	0,20	0	0,10	0	14,00
X_2	**16,00**	1,80	1,00	0,00	0,30	0	-0,10	0	6,00
	C_j-Z_j	-4,80	0	0	-6,80	0	0,60	0	236
	Big M	0	0	0	0	0	-1,00	-1,00	0

a.) (3 pont) Adja meg a duális feladat változóit előjelmegkötésekkel együtt!

$$y_2 \text{ előjelkötetlen}, \; y_1 \geq 0, \; y_3 \leq 0$$

b.) (7 pont) Adja meg a duális feladat célfüggvényét és korlátozó feltételeit!

$$\begin{array}{rrcrcrcrcl} \min & w & = & 40 & y_1 & + & 60 & y_2 & + & 19 & y_3 & & \\ \text{s.t.} & & & 3 & y_1 & + & & y_2 & + & 2 & y_3 & \geq & 15 \\ & & & 2 & y_1 & - & 4 & y_2 & + & & y_3 & \geq & 16 \\ & & & 2 & y_1 & + & 6 & y_2 & + & & y_3 & \geq & 10 \end{array}$$

c.) (6 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 6,8 \quad y_2 = -0,6 \quad y_3 = 0 \quad w = 236$$

d.) (4 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 6 \quad x_3 = 14 \quad z = 236$$

2009.11.03.A. 3. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{llrlrlrll}
\max & z = & 6x_1 & - & 3x_2 & + & 7x_3 & & \\
\text{s.t.} & & 4x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & \leq & 70 \\
 & & 2x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 40 \\
 & & 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \leq & 30 \\
 & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3
\end{array}$$

A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		X_1	X_2	X_3	Slack C_1	Slack C_3	Art. C_2	
Basis	**0**	**6,000**	**-3,000**	**7,000**	**0**	**0**	**0**	**R.H.S.**
X_1	**6,000**	1,000	0,200	0,000	0,400	0	-0,300	16,000
X_3	**7,000**	0,000	-0,600	1,000	-0,200	0	0,400	2,000
Slack C_3	**0**	0	0	0	-1,000	1,000	1,000	0
	C_j-Z_j	0	0	0	-1,000	0	-1,000	110,000
	Big M	0	0	0	0	0	-1,000	0

a.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 16 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 2 \quad z = 110$$

b.) (4 pont) Adjon meg egy másik optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 80 \quad x_3 = 50 \quad z = 110$$

c.) (3 pont) Adja meg a duális feladat célfüggvényét, előjel megkötéseit és korlátozó feltételeit!

$$\begin{array}{llrlrlrll}
\min & w = & 70y_1 & + & 40y_2 & + & 30y_3 & & \\
\text{s.t.} & & 4y_1 & + & 2y_2 & + & 2y_3 & \geq & 6 \\
 & & -y_1 & - & 2y_2 & + & y_3 & \geq & -3 \\
 & & 3y_1 & + & 4y_2 & - & y_3 & \geq & 7
\end{array}$$

y_2 előjelkötetlen, $y_i \geq 0$ és $i = 1, 3$

d.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 1 \quad y_2 = 1 \quad y_3 = 0 \quad w = 110$$

2009.11.03.B. 3. feladat

Tekintsük a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{lccrcrcrcrcl}
\max & z & = & 10 & x_1 & + & 7 & x_2 & + & 5 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 3 & x_1 & + & 2 & x_2 & + & & x_3 & \leq & 50 \\
& & & 2 & x_1 & - & 2 & x_2 & + & 4 & x_3 & \leq & 40 \\
& & & 4 & x_1 & + & 2 & x_2 & - & 2 & x_3 & = & 60 \\
& & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1, 2, 3
\end{array}$$

A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		$\mathbf{X_1}$	$\mathbf{X_2}$	$\mathbf{X_3}$	**Slack $\mathbf{C_1}$**	**Slack $\mathbf{C_2}$**	**Art. $\mathbf{C_3}$**	
Basis	**0**	**10,000**	**7,000**	**5,000**	**0**	**0**	**0**	**R.H.S.**
$\mathbf{X_3}$	**5,000**	0,000	0,200	1,000	0,400	0	-0,300	2,000
Slack $\mathbf{C_2}$	**0**	0	-4,000	0	-2,000	1,000	1,000	0
$\mathbf{X_1}$	**10,000**	1,000	0,600	0,000	0,200	0	0,100	16,000
	$\mathbf{C_j\text{-}Z_j}$	0	0	0	-4,000	0	0,500	170,000
	Big M	0	0	0	0	0	-1,000	0

a.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 16 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 2 \quad z = 170$$

b.) (4 pont) Adjon meg egy másik optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 10 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 10 \quad z = 170$$

c.) (3 pont) Adja meg a duális feladat célfüggvényét, előjel megkötéseit és korlátozó feltételeit!

$$\begin{array}{lccrcrcrcrcl}
\min & w & = & 50 & y_1 & + & 40 & y_2 & + & 60 & y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 3 & y_1 & + & 2 & y_2 & + & 4 & y_3 & \geq & 10 \\
& & & 2 & y_1 & - & 2 & y_2 & + & 2 & y_3 & \geq & 7 \\
& & & & y_1 & + & 4 & y_2 & - & 2 & y_3 & \geq & 5
\end{array}$$

y_3 előjelkötetlen, $y_i \geq 0$ és $i = 1, 2$

d.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 4 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = -0,5 \quad w = 170$$

2010.01.06.A. 3. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja: A QSB a feladat megoldás során az alábbi outputot adta:

	X_1	X_2	X_3	Direction	R.H.S.	
Maximize	2	-1	4			
C_1	1	2	1	$\leq$	25	
C_2	1	1		$=$	8	
C_3	1	1	1	$\geq$	6	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1	8,000	2,000	16,000	0	**Basic**	-5,000	M
	X_2	0	-1,000	0	-7,000	**Bound**	-M	6,000
	X_3	17,000	4,000	68,000	0	**Basic**	0	M
	Obj.	**Function**	**(MAX)=**	84,000				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1	25,000	$\leq$	25,000	0	4,000	8,000	M
	C_2	8,000	$=$	8,000	0	-2,000	0	25,000
	C_3	6,000	$\geq$	25,000	19,000	0	-M	25,000

a.) (2 pont) Írja fel a primál feladatot. Jelölje a döntési változókat x_1, x_2, x_3-al!

$$\begin{array}{lllllll}
\max & z = 2x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & \\
\text{s.t.} & x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \leq 25 \\
 & x_1 & + & x_2 & & & = 8 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq 6 \\
 & & & & & x_i & \geq 0 \quad i = 1,2,3
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\min & w & = & 25\,y_1 & + & 8\,y_2 & + & 6\,y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & y_1 & + & y_2 & + & y_3 & \geq & 2 \\
 & & & 2\,y_1 & + & y_2 & + & y_3 & \geq & -1 \\
 & & & y_1 & + & & + & y_3 & \geq & 4
\end{array}$$

y_2 előjelkötetlen, $y_1 \geq 0$ és $y_3 \leq 0$

c.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 17 \quad z = 84$$

d.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 4 \quad y_2 = -2 \quad y_3 = 0 \quad w = 84$$

e.) (3 pont) Mennyivel változna az optimális célfüggvény érték, ha az egyes erőforrásokhoz tartozó feltételek jobb oldala (R.H.S), minden egyebet változatlanul hagyva, egy egységgel nagyobb lenne?

1. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: csökken <u>nő</u> változatlan marad

A változás mértéke: 4

2. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: <u>csökken</u> nő változatlan marad

A változás mértéke: 2

3. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: csökken nő <u>változatlan marad</u>

A változás mértéke: 0

f.) (2 pont) Változik-e a primál feladat optimális megoldása, ha a második termék egy egységének profitja 2-vel növekszik (minden egyéb változatlan marad)?

Igen <u>Nem</u>

Ha igen, akkor mely termékek esetében?

Első Második Harmadik

g.) (2 pont) Változnak-e az erőforrások árnyékárai, ha az első erőforrásból csak feleannyi áll rendelkezésre (minden egyéb változatlan marad)?

Igen <u>Nem</u>

Ha igen, akkor mennyivel?

2010.01.06.B. 3. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja:

	X_1	X_2	X_3	Direction	R.H.S.	
Maximize	2	-3	4			
C_1	1	1	1	$\geq$	7	
C_2	1	1	2	$\leq$	30	
C_3	1		1	$=$	5	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

A QSB az alábbi outputot adta:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1	0,000	2,000	0	-2,000	**Bound**	-M	4,000
	X_2	2,000	-3,000	-6,000	0	**Basic**	-M	0
	X_3	5,000	4,000	20,000	0	**Basic**	2,000	M
	Obj.	**Function**	**(MAX)=**	14,000				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1	7,000	$\geq$	7,000	0	-3,000	5,000	25,000
	C_2	12,000	$\leq$	30,000	18,000	0	12,000	M
	C_3	5,000	$=$	5,000	0	7,000	0	7,000

a.) (2 pont) Írja fel a primál feladatot. Jelölje a döntési változókat x_1, x_2, x_3-al!

$$
\begin{array}{rcccccccccl}
\max \quad z = & 2 & x_1 & - & 3 & x_2 & + & 4 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & x_1 & + & & x_2 & + & & x_3 & \geq & 7 \\
& & x_1 & + & & x_2 & + & 2 & x_3 & \leq & 30 \\
& & x_1 & + & & & + & & x_3 & = & 5 \\
& & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1, 2, 3
\end{array}
$$

b.) (3 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$
\begin{array}{llcrlclclcr}
\min & w & = & 7 & y_1 & + & 30 & y_2 & + & 5 & y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & & y_1 & + & & y_2 & + & & y_3 & \geq & 2 \\
& & & & y_1 & + & & y_2 & & & & \geq & -3 \\
& & & & y_1 & + & 2 & y_2 & + & & y_3 & \geq & 4
\end{array}
$$

$$y_3 \text{ előjelkötetlen, } y_1 \leq 0 \text{ és } y_2 \geq 0$$

c.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 5 \quad z = 14$$

d.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = -3 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 7 \quad w = 14$$

e.) (3 pont) Mennyivel változna az optimális célfüggvény érték, ha az egyes erőforrásokhoz tartozó feltételek jobb oldala (R.H.S), minden egyebet változatlanul hagyva, egy egységgel nagyobb lenne?

1. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: csökken nő változatlan marad

A változás mértéke: 3

2. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: csökken nő változatlan marad

A változás mértéke: 0

3. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: csökken nő változatlan marad

A változás mértéke: 7

f.) (2 pont) Változik-e a primál feladat optimális megoldása, ha a második termék egy egységének profitja 2-vel növekszik (minden egyéb változatlan marad)?

Igen Nem

Ha igen, akkor mely termékek esetében?

Első Második Harmadik

g.) (2 pont) Változnak-e az erőforrások árnyékárai, ha a második erőforrásból csak feleannyi áll rendelkezésre (minden egyéb változatlan marad)?

Igen Nem

Ha igen, akkor mennyivel?

2010.01.13.A. 1. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja:

	X_1	X_2	Direction	R.H.S.	
Minimize	6	5			
C_1	20	50	$\geq$	100	
C_2	25	25	$\geq$	100	
C_3	50	10	$\geq$	100	
Lower bound	0	0			
Upper Bound	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous			

a.) (2 pont) Írja fel a primál feladatot kanonikus alakban!

$$\begin{array}{llcrlcrlcrcrl}
\min & z & = & 6 & x_1 & + & 5 & x_2 & & & & & \\
\text{s.t.} & & & 20 & x_1 & + & 50 & x_2 & - & C_1 & = & 100 & \\
& & & 25 & x_1 & + & 25 & x_2 & - & C_2 & = & 100 & \\
& & & 50 & x_1 & + & 10 & x_2 & - & C_3 & = & 100 & \\
& & & & & & & & & x_i & \geq & 0 & i=1,2 \\
& & & & & & & & & C_i & \geq & 0 & i=1,2,3
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel a duál feladatot!

$$\begin{array}{llcrlcrlcrlcrl}
\max & w & = & 100 & y_1 & + & 100 & y_2 & + & 100 & y_3 & & & \\
\text{s.t.} & & & 20 & y_1 & + & 25 & y_2 & + & 50 & y_3 & \leq & 6 & \\
& & & 50 & y_1 & + & 25 & y_2 & + & 10 & y_3 & \leq & 5 & \\
& & & & & & & & & & y_i & \geq & 0 & i=1,2,3
\end{array}$$

c.) (15 pont) A QSB a primál feladat megoldása során az alábbi képernyőt jeleníti meg. A képernyőn 15 üresen hagyott mező van. Ezek tartalma a feladat inputja és a megoldás képernyő többi adata alapján meghatározható. Írja be az üresen hagyott mezőkbe a megfelelő számokat! (Az objective function sorban csak egy üres mező van, az utolsó négyet hagyja figyelmen kívül.)

A hiányos kitöltendő táblázat:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1	1,500				**Basic**	5,000	25,000
	X_2	2,500				**Basic**	1,200	6,000
	Obj.	**Function**	**(MIN)=**					
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1		$\geq$	100,000			-M	155,000
	C_2		$\geq$	100,000			76,087	M
	C_3		$\geq$	100,000		0,025	40	173,333

A Unit cost or profit értékek a célfüggvény együtthatók alapján:

$$\text{Unit cost or profit } x_1: \quad 6$$

$$\text{Unit cost or profit } x_2: \quad 5$$

A Total contribution értékek a célfüggvény együtthatók és a megoldásvektor alapján:

$$\text{Total contribution } x_1: \ 6 \cdot 1,5 = 9$$

$$\text{Total contribution } x_2: \ 5 \cdot 2,5 = 12,5$$

A célfüggvény érték a Total contribution értékek alapján:

$$z = 9 + 12,5 = 21,5$$

Mivel mind a két változó nullától eltérő értéket vesz fel, ezért adódik:

$$\text{Reduced cost } x_1: \quad 0$$

$$\text{Reduced cost } x_2: \quad 0$$

A Left hand side értékek a korlátok és megoldásvektor alapján:

$$\text{Left hand side } C_1: \quad 20 \cdot 1,5 + 50 \cdot 2,5 = 155$$

$$\text{Left hand side } C_2: \quad 25 \cdot 1,5 + 25 \cdot 2,5 = 100$$

$$\text{Left hand side } C_3: \quad 50 \cdot 1,5 + 10 \cdot 2,5 = 100$$

A Slack or Surplus értékek a korlátok és Left hand side értékek alapján:

$$\begin{aligned}
\text{Slack or surplus } C_1: &\quad 155 - 100 = 55 \\
\text{Slack or surplus } C_2: &\quad 100 - 100 = 0 \\
\text{Slack or surplus } C_3: &\quad 100 - 100 = 0
\end{aligned}$$

A C_1 korláthoz tartozó árnyékár értéke nulla, hiszen van fölösleg. A duál megoldásvektor, megegyezik az árnyékárakkal. A másik két korláthoz tartozó árnyékár a primál célfüggvény-érték és a duál célfüggvény alapján:

$$\begin{aligned}
21,5 &= z \\
w &= z \\
21,5 &= 100 \cdot y_1 + 100 \cdot y_2 + 100 \cdot y_3 \\
21,5 &= 100 \cdot SP_1 + 100 \cdot SP_2 + 100 \cdot SP_3 \\
21,5 &= 100 \cdot 0 + 100 \cdot SP_2 + 100 \cdot 0,025 \\
19 &= 100 \cdot SP_2 \\
0,19 &= SP_2
\end{aligned}$$

A teljesen kitöltött táblázat:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	$\mathbf{X}_1$	1,500	6,000	9,000	0	**Basic**	5,000	25,000
	$\mathbf{X}_2$	2,500	5,000	12,500	0	**Basic**	1,200	6,000
	Obj.	**Function**	**(MIN)=**	21,5000				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	$\mathbf{C}_1$	155,000	$\geq$	100,000	55,000	0	-M	155,000
	$\mathbf{C}_2$	100,000	$\geq$	100,000	0	0,190	76,087	M
	$\mathbf{C}_3$	100,000	$\geq$	100,000	0	0,025	40	173,333

2010.01.13.B. 1. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja:

	X_1	X_2	Direction	R.H.S.	
Minimize	6	5			
C_1	1	1	$\geq$	5	
C_2	1	2	$\geq$	4	
C_3	5	1	$\geq$	10	
Lower bound	0	0			
Upper Bound	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous			

a.) (2 pont) Írja fel a primál feladatot kanonikus alakban!

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\min & z & = & 6x_1 & + & 5x_2 & & & & \\
\text{s.t.} & & & x_1 & + & x_2 & - & C_1 & = & 5 \\
 & & & x_1 & + & 2x_2 & - & C_2 & = & 4 \\
 & & & 5x_1 & + & x_2 & - & C_3 & = & 10 \\
 & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i=1,2 \\
 & & & & & & & C_i & \geq & 0 \quad i=1,2,3
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel a duál feladatot!

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\max & w & = & 5y_1 & + & 4y_2 & + & 10y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & y_1 & + & y_2 & + & 5y_3 & \leq & 6 \\
 & & & y_1 & + & 2y_2 & + & y_3 & \leq & 5 \\
 & & & & & & & y_i & \geq & 0 \quad i=1,2,3
\end{array}$$

c.) (15 pont) A QSB a primál feladat megoldása során az alábbi képernyőt jeleníti meg. A képernyőn 15 üresen hagyott mező van. Ezek tartalma a feladat inputja és a megoldás képernyő többi adata alapján meghatározható. Írja be az üresen hagyott mezőkbe a megfelelő számokat! (Az objective function sorban csak egy üres mező van, az utolsó négyet hagyja figyelmen kívül.)

Az üres kitöltendő QSB output:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	$\mathbf{X}_1$	1,250				**Basic**	5,000	25,000
	$\mathbf{X}_2$	3,750				**Basic**	1,200	6,000
	Obj.	**Function**	**(MIN)=**					
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	$\mathbf{C}_1$		$\geq$	5,000			2,889	10,000
	$\mathbf{C}_2$		$\geq$	4,000			-M	8,750
	$\mathbf{C}_3$		$\geq$	10,000		0,250	5,000	25,000

A Unit cost or profit értékek a célfüggvény együtthatók alapján:

$$\text{Unit cost or profit } x_1: \quad 6$$
$$\text{Unit cost or profit } x_2: \quad 5$$

A Total contribution értékek a célfüggvény együtthatók és a megoldásvektor alapján:

$$\text{Total contribution } x_1: \; 6 \cdot 1,25 = 7,5$$
$$\text{Total contribution } x_2: \; 5 \cdot 3,75 = 18,75$$

A célfüggvény érték a Total contribution értékek alapján:

$$z = 7,5 + 18,75 = 26,25$$

Mivel mind a két változó nullától eltérő értéket vesz fel, ezért adódik:

$$\text{Reduced cost } x_1: \quad 0$$
$$\text{Reduced cost } x_2: \quad 0$$

A Left hand side értékek a korlátok és megoldásvektor alapján:

$$\text{Left hand side } C_1: \quad 1 \cdot 1,25 + 1 \cdot 3,75 = 5$$
$$\text{Left hand side } C_2: \quad 1 \cdot 1,25 + 2 \cdot 3,75 = 8,75$$
$$\text{Left hand side } C_3: \quad 5 \cdot 1,25 + 1 \cdot 3,75 = 10$$

A Slack or Surplus értékek a korlátok és Left hand side értékek alapján:

$$\begin{aligned}
&\text{Slack or surplus } C_1: \quad 5-5=0\\
&\text{Slack or surplus } C_2: \quad 8,75-4=4,75\\
&\text{Slack or surplus } C_3: \quad 10-10=0
\end{aligned}$$

A C_2 korláthoz tartozó árnyékár értéke nulla, hiszen van fölösleg. A duál megoldásvektor, megegyezik az árnyékárakkal. A másik két korláthoz tartozó árnyékár a primál célfüggvény-érték és a duál célfüggvény alapján:

$$\begin{aligned}
26,25 &= z\\
w &= z\\
26,25 &= 5\cdot y_1+4\cdot y_2+10\cdot y_3\\
26,25 &= 5\cdot SP_1+4\cdot SP_2+10\cdot SP_3\\
26,25 &= 5\cdot SP_1+4\cdot 0+10\cdot 0,25\\
23,75 &= 5\cdot SP_1\\
4,75 &= SP_1
\end{aligned}$$

A teljesen kitöltött táblázat:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1	1,250	6,000	7,500	0	**Basic**	5,000	25,000
	X_2	3,750	5,000	18,750	0	**Basic**	1,200	6,000
	Obj.	**Function**	**(MIN)=**	26,250				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1	5,000	$\geq$	5,000	0	4,750	2,889	10,000
	C_2	8,750	$\geq$	4,000	4,750	0	-M	8,750
	C_3	10,000	$\geq$	10,000	0	0,250	5,000	25,000

2010.01.20.A. 2. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja:

	X_1	X_2	X_3	Direction	R.H.S.	
Maximize	-7	-5	-6			
C_1	2	1	1	$\leq$	6	
C_2	1		1	$=$	8	
C_3	1	1	1	$\geq$	10	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

A QSB az alábbi outputot adta:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1	0,000	-7,000	0	-1,000	**Bound**	-M	-6,000
	X_2	2,000	-5,000	-10,000	0	**Basic**	-M	0
	X_3	8,000	-6,000	-48,000	0	**Basic**	-7,000	M
	Obj.	**Function**	**(MAX)=**	-58,000				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1	2,000	$\geq$	6,000	4,000	0	2,000	M
	C_2	8,000	$=$	8,000	0	-1	4,000	10,000
	C_3	10,000	$\leq$	10,000	0	-5,000	8,000	14,000

a.)/1 (2 pont) Írja fel a primál feladatot. Jelölje a döntési változókat x_1, x_2, x_3-al!

$$
\begin{array}{rrrrrrrrrl}
\max & z = & -7 & x_1 & - 5 & x_2 & - 6 & x_3 & & \\
& \text{s.t.} & 2 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 6 \\
& & & x_1 & + & & & x_3 & = & 8 \\
& & & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 10 \\
& & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3
\end{array}
$$

a.)/2 (3 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr} \min & w & = & 6y_1 & + & 8y_2 & + & 10y_3 & & \\ \text{s.t.} & & & 2y_1 & + & y_2 & + & y_3 & \geq & -7 \\ & & & y_1 & + & & & y_3 & \geq & -5 \\ & & & & & y_2 & + & y_3 & \geq & -6 \end{array}$$

$$y_2 \text{ előjelkötetlen, } y_1 \geq 0 \text{ és } y_3 \leq 0$$

b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 8 \quad z = -58$$

c.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 0 \quad y_2 = -1 \quad y_3 = -5 \quad w = -58$$

d.) (4 pont) Mit jelent az, hogy C_3 árnyékára -5?
Azt, hogy ceteris paribus a korláthoz (C_3) tartozó RHS értékét egy egységgel növelve a célfüggvény értéke 5 egységet csökken.
e.) (2 pont) Mennyivel változna a célfüggvény érték, ha az egész értékűséget is kikötnénk?
A primálhoz tartozó megoldás vektor eleve egész értékű, emiatt semmivel.
f.) (1 pont) Változik-e a primál feladat optimális megoldása, ha a harmadik feltételben a nagyobb egyenlőséget egyenlőségre cseréjük?
Nem hiszen a korlát eddig is egyenlőség formájában teljesült.
g.) (1 pont) Változnak-e az erőforrások árnyékárai, ha a másodikból csak negyedannyi áll rendelkezésre?
Változnak hiszen jelenleg a jelenleg engedett minimális RHS érték fele az aktuális RHS értéknek.

2010.01.20.B. 2. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja:

	X_1	X_2	X_3	Direction	R.H.S.	
Maximize	3	5	6			
C_1	2	1		$\geq$	8	
C_2	1		1	$\leq$	10	
C_3	1	1	1	$=$	12	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

A QSB az alábbi outputot adta:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1	0,000	3,000	0	-1,000	**Bound**	-M	4,000
	X_2	8,000	5,000	40,000	0	**Basic**	4,500	6,000
	X_3	4,000	6,000	24,000	0	**Basic**	5,000	7,000
	Obj.	**Function**	**(MAX)=**	64,000				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1	8,000	$\geq$	8,000	0	-1,000	2,000	12,000
	C_2	4,000	$\leq$	10,000	6,000	0	4,000	M
	C_3	12,000	$=$	12,000	0	6,000	8,000	18,000

a.)/1 (2 pont) Írja fel a primál feladatot. Jelölje a döntési változókat x_1, x_2, x_3-al!

$$\begin{array}{rcrlrlrlcl}
\max & z = & 3 & x_1 & + & 5\ x_2 & + & 6\ x_3 & & \\
\text{s.t.} & & 2 & x_1 & + & 1\ x_2 & & & \geq & 8 \\
 & & & x_1 & + & & & x_3 & \leq & 10 \\
 & & & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 12 \\
 & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1, 2, 3
\end{array}$$

a.)/2 (3 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$\begin{array}{llcrlcrlcrlcr} \min & w & = & 8 & y_1 & + & 10 & y_2 & + & 12 & y_3 & & \\ \text{s.t.} & & & 2 & y_1 & + & & y_2 & + & & y_3 & \geq & 3 \\ & & & & y_1 & + & & & & & y_3 & \geq & 5 \\ & & & & & & & y_2 & + & & y_3 & \geq & 6 \end{array}$$

$$y_3 \text{ előjelkötetlen, } y_1 \leq 0 \text{ és } y_2 \geq 0$$

b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 8 \quad x_3 = 4 \quad z = 64$$

c.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = -1 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 6 \quad w = 64$$

d.) (4 pont) Mit jelent az, hogy C_1 árnyékára -1?
Azt, hogy ceteris paribus a korláthoz (C_1) tartozó RHS értékét egy egységgel növelve a célfüggvény értéke 1 egységet csökken.
e.) (2 pont) Mennyivel változna a célfüggvény érték, ha az egész értékűséget is kikötnénk?
A primálhoz tartozó megoldás vektor eleve egész értékű, emiatt semmivel.
f.) (1 pont) Változik-e a primál feladat optimális megoldása, ha az első feltételben a nagyobb egyenlőséget egyenlőségre cseréjük?
Nem hiszen a korlát eddig is egyenlőség formájában teljesült.
g.) (1 pont) Változnak-e az erőforrások árnyékárai, ha a másodikból csak negyedannyi áll rendelkezésre?
Változnak hiszen jelenleg a jelenleg engedett minimális RHS érték 40 százaléka az aktuális RHS értéknek.

2011.11.07.A. 3. feladat

Tekintsük a következő primál lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{llrlrlrll} \max & z = & 20 & x_1 & + 15 & x_2 & + 32 & x_3 & \\ \text{s.t.} & & 4 & x_1 & + 5 & x_2 & - 8 & x_3 & \leq 40 \\ & & 2 & x_1 & + 9 & x_2 & - 6 & x_3 & \geq 27 \\ & & 2 & x_1 & + 3 & x_2 & - 5 & x_3 & = 15 \\ & & & & & & & x_i & \geq 0 \quad i = 1,2,3 \end{array}$$

A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		X_1	X_2	X_3	Sla. C_1	Surp. C_2	Art. C_2	Art. C_3	
Basis	**0**	**20**	**15**	**32**	**0**	**0**	**0**	**0**	**R.H.S.**
Surp. C_2	**0**	21	0	0	27	1	1	-42	423
X_3	**32**	2	0	1	3	0	0	-5	45
X_2	**15**	4	1	0	5	0	0	-8	80
	C_j-Z_j	-104	0	0	-171	0	0	280	2640
	Big M	0	0	0	0	0	-1	-1	0

a.) (4 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$\begin{array}{llrlrlrll} \min & w = & 40 & y_1 & + 27 & y_2 & + 15 & y_3 & \\ \text{s.t.} & & 4 & y_1 & + 3 & y_2 & + 2 & y_3 & \geq 20 \\ & & 5 & y_1 & + 9 & y_2 & + 3 & y_3 & \geq 15 \\ & & - 8 & y_1 & - 6 & y_2 & - 5 & y_3 & \geq 32 \end{array}$$

$$y_3 \text{ előjelkötetlen}, \; y_1 \geq 0 \text{ és } y_2 \leq 0$$

b.) (3 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 80 \quad x_3 = 45 \quad z = 2640$$

c.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 171 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = -280 \quad w = 2640$$

2011.11.07.B. 3. feladat

Tekintsük a következő primál lineáris programozási feladatot:

$$\begin{array}{rrrrrrrrrrl}
\max & z & = & 3 & x_1 & + & 5 & x_2 & + & 2 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 4 & x_1 & + & 2 & x_2 & - & 3 & x_3 & \geq & 10 \\
& & & 2 & x_1 & + & & x_2 & - & & x_3 & \leq & 12 \\
& & - & 3 & x_1 & - & & x_2 & + & 5 & x_3 & = & 8 \\
& & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1, 2, 3
\end{array}$$

A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		$\mathbf{X_1}$	$\mathbf{X_2}$	$\mathbf{X_3}$	**Surp.** $\mathbf{C_1}$	**Sla.** $\mathbf{C_2}$	**Art.** $\mathbf{C_1}$	**Art.** $\mathbf{C_3}$	
Basis	**0**	**3**	**5**	**2**	**0**	**0**	**0**	**0**	**R.H.S.**
$\mathbf{X_2}$	**5**	1,75	1	0	0	1,25	0	0,25	17
$\mathbf{Surplus_1}$	**0**	0,25	0	0	1	1,75	-1	-0,25	9
$\mathbf{X_3}$	**2**	-0,25	0	1	0	0,25	0	0,25	5
	$\mathbf{C_j}$-$\mathbf{Z_j}$	-5,25	0	0	0	0 -6,75	0	-1,75	95
	Big M	0	0	0	0	0	-1	-1	0

a.) (4 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$\begin{array}{rrrrrrrrrrrrl}
\min & w & = & 10 & y_1 & + & 12 & y_2 & + & 8 & y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 4 & y_1 & + & 2 & y_2 & - & 3 & y_3 & \geq & 3 \\
& & & 2 & y_1 & + & & y_2 & - & & y_3 & \geq & 5 \\
& & - & 3 & y_1 & - & & y_2 & + & 5 & y_3 & \geq & 2
\end{array}$$

$$y_3 \text{ előjelkötetlen, } y_1 \leq 0 \text{ és } y_2 \geq 0$$

b.) (3 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 17 \quad x_3 = 5 \quad z = 95$$

c.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 0 \quad y_2 = 6,75 \quad y_3 = 1,75 \quad w = 95$$

2012.01.02.A. 2. feladat

Egy LP-t a QSB segítségével oldott meg. Az adatok bevitele után az alábbi táblázatot kapta:

	$\mathbf{X_1}$	$\mathbf{X_2}$	$\mathbf{X_3}$	**Direction**	**R.H.S.**	
Maximize	50	20	30			
$\mathbf{C_1}$	4	5	10	$\leq$	60	
$\mathbf{C_2}$	10	5	4	$\leq$	50	
$\mathbf{C_3}$	1	1	1	$=$	7	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

a.) (2 pont) Írja fel a primál feladatot kanonikus alakban!

$$\begin{array}{lcccccccccccl}
\max & z & = & 50x_1 & + & 20x_2 & + & 30x_3 & & & & & \\
\text{s.t.} & & & 4x_1 & + & 5x_2 & + & 10x_3 & + & C_1 & = & 60 & \\
& & & 10x_1 & + & 5x_2 & + & 4x_3 & + & C_2 & = & 50 & \\
& & & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & = & 7 & \\
& & & & & & & & & x_i & \geq & 0 & i=1,2,3 \\
& & & & & & & & & C_j & \geq & 0 & j=1,2
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel az eredeti feladat duálisát!

$$\begin{array}{lccccccccc}
\min & w & = & 60y_1 & + & 50y_2 & + & 7y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 4y_1 & + & 10y_2 & + & y_3 & \geq & 50 \\
& & & 5y_1 & + & 5y_2 & + & y_3 & \geq & 20 \\
& & & 10y_1 & + & 4y_2 & + & y_3 & \geq & 30
\end{array}$$

$y_1, y_2 \geq 0$ és y_3 előjelkötetlen

c.) (15 pont) A feladatot WinQSB-vel oldottuk meg és, az utolsó szimplex tábla az alábbi:

		X_1	X_2	X_3	Slack C_1	Slack C_2	Art. C_3	
Basis	**0**	**50,000**	**20,000**	**30,000**	**0**	**0**	**0**	**R.H.S.**
Slack C_1	**0**	0	-4,000	0	1,000	1,000 -	14,000	12,000 0
X_1	**50,000**	1,000	0,167	0,000	0	0,167	-0,667	3,667
X_3	**30,000**	0,000	0,833	1,000	0	-0,167	1,667	3,333
	C_j-Z_j	0	-13,333	0	0	-3,333	-16,667	283,333
	Big M	0	0	0	0	0	-1,000	0

Ha a síelő ikonra kattintunk, vagyis egyből a megoldásra ugrunk, akkor az alábbi képernyőt kapjuk, amelyből bizonyos mezőket üresen hagytunk. A korábbi két QSB táblázat alapján töltsön ki az üres mezőkből annyit, amennyit tud.
Az üres kitöltendő QSB output:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1		50,000			**Basic**	30,000	M
	X_2		20,000			**Bound**	-M	33,333
	X_3		30,000			**Basic**	14,000	50,000
	Obj.	**Function**	**(MAX)=**					
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1		$\leq$	60,000			48,000	M
	C_2		$\leq$	50,000			38,000	70,000
	C_3		=	70,000			5,000	7,857

A Solution value értékek a szimplex tábla alapján:

$$\text{Unit cost or profit } x_1: \quad 3,667$$

$$\text{Unit cost or profit } x_2: \quad 0$$

$$\text{Unit cost or profit } x_3: \quad 3,333$$

A Total contribution értékek a célfüggvény együtthatók és a megoldásvektor alapján:

$$\begin{aligned}\text{Total contribution } x_1: &\ \ 50 \cdot 3,667 = 183,333\\ \text{Total contribution } x_2: &\ \ 20 \cdot 0 = 0\\ \text{Total contribution } x_3: &\ \ 30 \cdot 3,333 = 100\end{aligned}$$

A célfüggvény érték a Total contribution értékek alapján:

$$z = 183,333 + 0 + 100 = 283,333$$

Mivel mind az x_1 és $x_3$változó nullától eltérő értéket vesz fel, ezért adódik:

$$\begin{aligned}\text{Reduced cost } x_1: &\quad 0\\ \text{Reduced cost } x_3: &\quad 0\end{aligned}$$

Az x_2 változóhoz tartozó redukált költség a szimplex tábla alapján:

$$\text{Reduced cost } x_2: \quad -13,333$$

A Left hand side értékek a korlátok és megoldásvektor alapján:

$$\begin{aligned}\text{Left hand side } C_1: &\quad 4 \cdot 3,667 + 5 \cdot 0 + 10 \cdot 3,333 = 48\\ \text{Left hand side } C_2: &\quad 10 \cdot 3,667 + 5 \cdot 0 + 4 \cdot 3,333 = 50\\ \text{Left hand side } C_3: &\quad 1 \cdot 3,667 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 3,333 = 7\end{aligned}$$

A Slack or Surplus értékek a korlátok és Left hand side értékek alapján:

$$\begin{aligned}\text{Slack or surplus } C_1: &\quad 60 - 48 = 12\\ \text{Slack or surplus } C_2: &\quad 50 - 50 = 0\\ \text{Slack or surplus } C_3: &\quad 7 - 7 = 0\end{aligned}$$

A C_1 korláthoz tartozó árnyékár értéke nulla, hiszen van fölösleg. A duál megoldásvektor, megegyezik az árnyékárakkal. A másik két korláthoz tartozó árnyékár a szimplex tábla alapján adódik.

$$\text{Shadow price } C_1 : 0$$
$$\text{Shadow price } C_2 : 3,333$$
$$\text{Shadow price } C_3 : 16,667$$

A teljesen kitöltött táblázat:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X$_1$	3,667	50,000	183,333	0	**Basic**	30,000	M
	X$_2$	0	20,000	0	-13,333	**Bound**	-M	33,333
	X$_3$	3,333	30,000	100	0	**Basic**	14,000	50,000
	Obj.	**Function**	**(MAX)=**	283,333				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C$_1$	48	$\leq$	60,000	12,000	0	48,000	M
	C$_2$	50	$\leq$	50,000	0	3,333	38,000	70,000
	C$_3$	7	$=$	7,000	0	16,667	5,000	7,857

2010.01.16.A. 2. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja:

	X_1	X_2	X_3	Direction	R.H.S.	
Maximize	3	-2	4			
C_1	2	1	1	$\leq$	30	
C_2		1	1	$=$	10	
C_3	1	1	2	$\geq$	5	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

A QSB a feladat megoldás során az alábbi outputot adta:

Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
X_1	10,000	3,000	30,000	0	**Basic**	0	M
X_2	0	-2,000	0	0,000	**Bound**	-M	4,000
X_3	10,000	4,000	40,000	0	**Basic**	-2,000	M
Obj.	**Function**	**(MAX)=**	70,000				
Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
C_1	30,000	$\leq$	30,000	0	1,500	10,000	M
C_2	10,000	$=$	10,000	0	2,500	0	30,000
C_3	30,000	$\geq$	5,000	25,000	0	-M	30,000

a.) (2 pont) Írja fel a primál feladatot. Jelölje a döntési változókat x_1, x_2, x_3-al!

$$\begin{array}{lcrcrcrcl}
\max & z = & 3x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & & \\
\text{s.t.} & & 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 30 \\
 & & & & x_2 & + & x_3 & = & 10 \\
 & & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \geq & 5 \\
 & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$\begin{array}{lcrcrcrcrl}
\min & w & = & 30\ y_1 & + & 10\ y_2 & + & 5\ y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 2\ y_1 & + & & & y_3 & \geq & 3 \\
 & & & y_1 & + & y_2 & + & y_3 & \geq & -2 \\
 & & & y_1 & + & y_2 & + & 2\ y_3 & \geq & 4
\end{array}$$

$$y_2 \text{ előjelkötetlen, } y_1 \geq 0 \text{ és } y_3 \leq 0$$

c.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 10 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 10 \quad z = 70$$

d.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 1,5 \quad y_2 = 2,5 \quad y_3 = 0 \quad w = 70$$

e.) (3 pont) Mennyivel változna az optimális célfüggvény érték, ha az egyes erőforrásokhoz tartozó feltételek jobb oldala (R.H.S), minden egyebet változatlanul hagyva, egy egységgel kisebb lenne?

1. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: <u>csökken</u> nő változatlan marad
A változás mértéke: 1,5
2. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: <u>csökken</u> nő változatlan marad
A változás mértéke: 2,5
3. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: csökken nő <u>változatlan marad</u>
A változás mértéke: 0

f.) (2 pont) Változik-e a primál feladat optimális megoldása, ha a második termék egy egységének profitja 5-tel növekszik (minden egyéb változatlan marad)?

Igen <u>Nem</u>

Ha igen, akkor mely termékek esetében? Első Második Harmadik

g.) (2 pont) Változnak-e az erőforrások árnyékárai, ha az első erőforrásból csak feleannyi áll rendelkezésre (minden egyéb változatlan marad)?

Igen <u>Nem</u>

Ha igen, akkor mennyivel?

h.) (1 pont) Mit jelent az, hogy az x_2 redukált költsége (reduced cost) -6?

Több, mint 6-al kellene növelni a 2. termék egységnyi profitját (célfüggvény együtthatóját), ahhoz, hogy a jelenlegi bázismegoldás ne legyen optimális.

2010.01.23.A. 1. feladat

Egy lineáris programozási feladatot QSB segítségével oldottunk meg. Az adatok inputját a következő táblázat mutatja:

	X_1	X_2	X_3	Direction	R.H.S.	
Maximize	4	-3	5			
C_1	3	-1	2	$\leq$	30	
C_2		2	1	$=$	16	
C_3	1	0	1	$\leq$	10	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

A QSB a feladat megoldás során az alábbi outputot adta:

	Dec. Var.	**Solution Value**	**Unit cost or profit**	**Total Contrib.**	**Reduced Cost**	**Basis Status**	**Allow. Min.**	**Allow Max.**
	X_1	10,000	3,000	30,000	0	**Basic**	0	M
	X_2	0	-2,000	0	0,000	**Bound**	-M	4,000
	X_3	10,000	4,000	40,000	0	**Basic**	-2,000	M
	Obj.	**Function**	**(MAX)=**	70,000				
	Constr.	**Left H. Side**	**Direction**	**Right H. Side**	**Slack or Surplus**	**Shadow Price**	**Allow. Min. RHS**	**Allow. Max. RHS**
	C_1	30,000	$\leq$	30,000	0	1,500	10,000	M
	C_2	10,000	$=$	10,000	0	2,500	0	30,000
	C_3	30,000	$\geq$	5,000	25,000	0	-M	30,000

a.) (2 pont) Írja fel a primál feladatot. Jelölje a döntési változókat x_1, x_2, x_3-al!

$$\begin{array}{lcrlrlrlcl}
\max & z = & 4 & x_1 & - 3 & x_2 & + 5 & x_3 & & \\
\text{s.t.} & & 3 & x_1 & - & x_2 & + 2 & x_3 & \leq & 30 \\
& & & & 2 & x_2 & + & x_3 & = & 16 \\
& & & x_1 & + & & & x_3 & \leq & 10 \\
& & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad i = 1,2,3
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel a duál feladatot. Jelölje a döntési változókat y_1, y_2, y_3-al!

$$\begin{array}{lcrlrlrlcr} \min & w & = & 30\ y_1 & + & 10\ y_2 & + & 5\ y_3 & & \\ \text{s.t.} & & & 2\ y_1 & + & & & y_3 & \geq & 3 \\ & & & y_1 & + & y_2 & + & y_3 & \geq & -2 \\ & & & y_1 & + & y_2 & + & 2\ y_3 & \geq & 4 \end{array}$$

$$y_2 \text{ előjelkötetlen, } y_1 \geq 0 \text{ és } y_3 \leq 0$$

c.) (2 pont) Adjon meg egy optimális primál megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 10 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 10 \quad z = 70$$

d.) (3 pont) Adjon meg egy duál-optimális megoldást a célfüggvényértékkel együtt!

$$y_1 = 1,5 \quad y_2 = 2,5 \quad y_3 = 0 \quad w = 70$$

e.) (3 pont) Mennyivel változna az optimális célfüggvény érték, ha az egyes erőforrásokhoz tartozó feltételek jobb oldala (R.H.S), minden egyebet változatlanul hagyva, egy egységgel kisebb lenne?

1. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: <u>csökken</u> nő változatlan marad

A változás mértéke: 1,5

2. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: <u>csökken</u> nő változatlan marad

A változás mértéke: 2,5

3. erőforrás esetében - a célfüggvény érték: csökken nő <u>változatlan marad</u>

A változás mértéke: 0

f.) (2 pont) Változik-e a primál feladat optimális megoldása, ha a második termék egy egységének profitja 5-tel növekszik (minden egyéb változatlan marad)?

Igen <u>Nem</u>

Ha igen, akkor mely termékek esetében? Első Második Harmadik

g.) (2 pont) Változnak-e az erőforrások árnyékárai, ha az első erőforrásból csak feleannyi áll rendelkezésre (minden egyéb változatlan marad)?

Igen <u>Nem</u>

Ha igen, akkor mennyivel?

h.) (1 pont) Mit jelent az, hogy az x_2 redukált költsége (reduced cost) -6?

Több, mint 6-al kellene növelni a 2. termék egységnyi profitját (célfüggvény együtthatóját), ahhoz, hogy a jelenlegi bázismegoldás ne legyen optimális.

2012.01.09.B. 3. feladat

Egy LP-t a QSB segítségével oldott meg. Az adatok bevitele után az alábbi táblázatot kapta:

	X_1	X_2	X_3	Direction	R.H.S.	
Maximize	3	5	-2			
C_1	2	2	3	$\leq$	50	
C_2	1	1	2	$\geq$	12	
C_3	0	1	1	=	15	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

a.) (3 pont) Írja fel a feladat kanonikus alakját!

$$\begin{array}{lcccccccccccc}
\max & z & = & 3x_1 & + & 5x_2 & - & 2x_3 & & & & & \\
\text{s.t.} & & & 2x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & C_1 & = & 50 & \\
 & & & 1x_1 & + & 1x_2 & + & 2x_3 & - & C_2 & = & 12 & \\
 & & & & & 1x_2 & + & 1x_3 & & & = & 15 & \\
 & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 & i=1,2,3 \\
 & & & & & & & & & C_j & \geq & 0 & j=1,2
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel a feladat duálisát!

$$\begin{array}{lccccccccc}
\min & w & = & 50y_1 & + & 12y_2 & + & 15y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 2y_1 & + & 1y_2 & & & \geq & 3 \\
 & & & 2y_1 & + & 1y_2 & + & 1y_3 & \geq & 5 \\
 & & & 3y_1 & + & 2y_2 & + & 1y_3 & \geq & 2
\end{array}$$

y_3 előjelkötetlen, $y_1 \geq 0$ és $y_2 \leq 0$

2012.01.09.A. 3. feladat

Egy LP-t a QSB segítségével oldott meg. Az adatok bevitele után az alábbi táblázatot kapta:

	$\mathbf{X_1}$	$\mathbf{X_2}$	$\mathbf{X_3}$	**Direction**	**R.H.S.**	
Maximize	2	4	-1			
$\mathbf{C_1}$	1	1	2	$\leq$	30	
$\mathbf{C_2}$	1	0	1	$=$	10	
$\mathbf{C_3}$	1	1	1	$\geq$	8	
Lower bound	0	0	0			
Upper Bound	M	M	M			
Variable type	Continuous	Continuous	Continuous			

a.) (3 pont) Írja fel a feladat kanonikus alakját!

$$\begin{array}{llcrlcrlcrlcrlcll}
\max & z & = & 2 & x_1 & + & 4 & x_2 & - & 1 & x_3 & & & & & & \\
\text{s.t.} & & & 1 & x_1 & + & 1 & x_2 & + & 2 & x_3 & + & C_1 & = & 30 & & \\
 & & & 1 & x_1 & + & & & + & 1 & x_3 & & & = & 10 & & \\
 & & & 1 & x_1 & + & 1 & x_2 & + & 1 & x_3 & - & C_3 & = & 8 & & \\
 & & & & & & & & & & & & x_i & \geq & 0 & i = 1,2,3 & \\
 & & & & & & & & & & & & C_j & \geq & 0 & j = 1,2 &
\end{array}$$

b.) (3 pont) Írja fel a feladat duálisát!

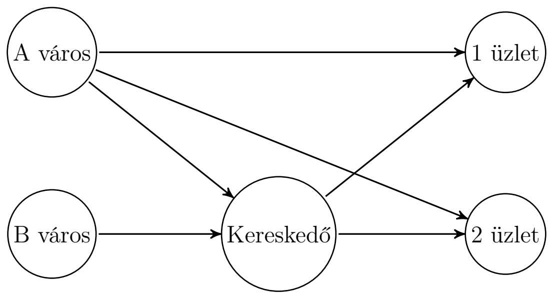
$$\begin{array}{llcrlcrlcrlcr}
\min & w & = & 30 & y_1 & + & 10 & y_2 & + & 8 & y_3 & & \\
\text{s.t.} & & & 1 & y_1 & + & 1 & y_2 & + & 1 & y_3 & \geq & 2 \\
 & & & 1 & y_1 & + & & & + & 1 & y_3 & \geq & 4 \\
 & & & 2 & y_1 & + & 1 & y_2 & + & 1 & y_3 & \geq & -1
\end{array}$$

y_2 előjelkötetlen, $y_1 \geq 0$ és $y_3 \leq 0$

5. Szállítási feladat

2008.12.23.A. 1. feladat

Két pék süt kenyeret két üzlet részére. Az A pék közvetlenül szállíthat mindkét üzletbe, és egy kereskedőnek is, B pék viszont csak a kereskedő közvetítésével juttathatja el az árut az üzletekbe.



Az A pék kapacitása 300 kg naponta, a B pék kapacitása 200 kg naponta. Az 1. üzlet igénye 200 kg naponta, a 2. üzlet igénye 240 kg naponta. Egy kg kenyér szállítási költsége a kereskedőtől az 1. üzletbe 30, a II. üzletbe 40, a pékektől pedig:

	1. üzlet	**2. üzlet**	**Kereskedő**
A pék	45	65	20
B pék	X	X	15

a.) (2 pont) A WinQSB segítségével néhány lehetséges huroktranszformáció után az alábbi lehetséges bázismegoldást kaptuk:

	Kereskedő	**1. üzlet**	**2. üzlet**	**Fiktív**	**Supply**	**Dual**
A pék	20 240	45 $C_{ij} = -5$	65	0 60	300	0
B pék	15 200	1000	1000	0	200	-5
Kereskedő	0 60	30 200*	40 240	1000	500	-20
Demand	500	200	240	60		
Dual	20	50	60	0		
Objective value = 23400 (Minimization)						

A következő hurok-transzformációnál melyik cella kerül be a bázisba, és melyik kerül ki a bázisból?

Bekerül: **A pék - 1.üzlet**

Kikerül: **Kereskedő - 1. üzlet**

b.) (6 pont) Készítsen egy optimális szállítási tervet!

	Kereskedő	**1. üzlet**	**2. üzlet**	**Fiktív**	**Supply**	**Dual**
A pék	20 40	45 200	65	0 60	300	0
B pék	15 200	1000	1000	0	200	-5
Kereskedő	0 260	30	40 240	1000	500	-20
Demand	500	200	240	60		
Dual	20	50	60	0		

c.) (2 pont) Mekkora lesz ekkor a minimális szállítási költség?

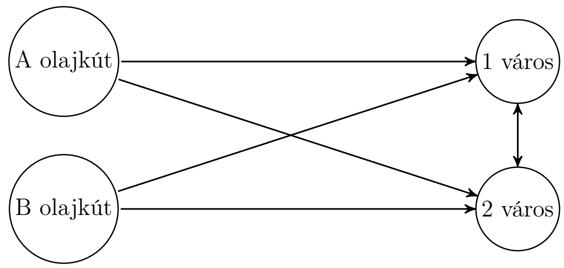
$$\sum COST = 40 \cdot 20 + 200 \cdot 15 + 260 \cdot 0 + 200 \cdot 45 + 60 \cdot 0 + 240 \cdot 40 = 22400$$

d.) (5 pont) Mekkora a két pékség kihasználtsága?

$$\text{A pék} = \frac{240}{300} = 80\%$$
$$\text{B pék} = \frac{200}{200} = 100\%$$

2009.12.23.A. 1. feladat

Két olajkútból szállíthatunk olajat két városba. Bármelyik olajkút szállíthat bármelyik városba, de az is előfordulhat, hogy a városok egymástól vesznek olajat.



Az A olajkút kapacitása 400 hordó naponta, a B olajkút kapacitása 600 hordó/nap. Az 1. város igénye 400 hordó/nap, a 2. város igénye 480 hordó/nap. Egy hordó olaj szállítási költsége a két város között bármelyik irányban 15, az egyes kutaktól az egyes városokba pedig:

	1. város	**2. város**
A kút	60	54
B kút	36	54

a.) (2 pont) Írjon fel egy klasszikus szállítási feladatot a szállítási összköltségek minimalizálására!

	1. város	**2. város**	**Fiktív**	**Kapacitás**
A kút	60	54	0	**400**
B kút	36	54	0	**600**
1. város	0	15	0	**1000**
2. város	15	0	0	**1000**
Igény	**1400**	**1480**	**120**	

b.) (3 pont) A WinQSB segítségével néhány lehetséges huroktranszformáció után az alábbi lehetséges bázismegoldást kaptuk:

	1. város	**2. város**	**Sehova**	**Supply**	**Dual**
A kút	60	54 280	0 120	400	0
B kút	36 400	54 200*	0	600	0
1. város	0 1000	15 $C_{ij} = -3^{**}$	0	1000	-36
2. város	15	0 1000	0	1000	-54
Demand	1400	1480	120		
Dual	36	54	0		

A következő hurok-transzformációnál melyik cella kerül be a bázisba, és melyik kerül ki a bázisból?

Bekerül: **1. város - 2. város**

Kikerül: **B kút - 2. város**

c.) (6 pont) Készítsen egy optimális szállítási tervet!

	1. város	**2. város**	**Fiktív**	**Kapacitás**
A kút	60	54 280	0 120	**400**
B kút	36 600	54	0	**600**
1. város	0 800	15 200	0	**1000**
2. város	15	0 1000	0	**1000**
Igény	**1400**	**1480**	**120**	

d.) (2 pont) Mekkora lesz ekkor a minimális szállítási költség?

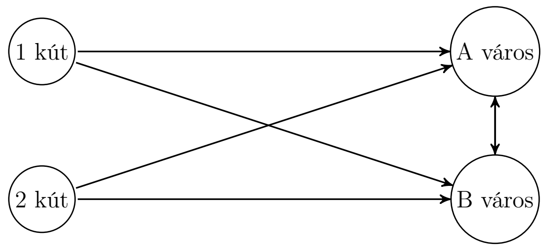
$$\sum COST = 54 \cdot 280 + 0 \cdot 120 + 36 \cdot 600 + 0 \cdot 800 + 15 \cdot 200 + 0 \cdot 1000 = 39720$$

e.) (5 pont) Mekkora a két kút kihasználtsága?

$$\text{A pék} = \frac{280}{400} = 70\%$$
$$\text{B pék} = \frac{600}{600} = 100\%$$

2009.12.23.B. 1. feladat

Két kútból szállíthatunk vizet két városba. Bármelyik kút szállíthat bármelyik városba, de az is előfordulhat, hogy a városok egymástól vesznek vizet.



Az 1. kút kapacitása 200 hordó naponta, a 2. kút kapacitása 300 hordó/nap. Az A. város igénye 200 hordó/nap, a 2. város igénye 240 hordó/nap. Egy hordó víz szállítási költsége a két város között bármelyik irányban 4, az egyes kutaktól az egyes városokba pedig:

	1. város	**2. város**
A kút	14	17
B kút	12	17

a.) (2 pont) Írjon fel egy klasszikus szállítási feladatot a szállítási összköltségek minimalizálására!

	A. város	**B. város**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. kút	14	17	0	**200**
2. kút	12	17	0	**300**
A. város	0	4	0	**500**
B. város	4	0	0	**500**
Igény	**700**	**740**	**60**	

b.) (3 pont) A WinQSB segítségével néhány lehetséges huroktranszformáció után az alábbi lehetséges bázismegoldást kaptuk:

	A. város	**B. város**	**Sehova**	**Supply**	**Dual**
1. kút	[54]	[17] 140	[0] 60	200	0
2. kút	[12] 200	[17] 100*	[0]	300	0
A. város	[0] 500	[4] $C_{ij} = -1^{**}$	[0]	500	-12
B. város	[4]	[0] 500	[0]	500	-17
Demand	700	740	60		
Dual	12	17	0		

A következő hurok-transzformációnál melyik cella kerül be a bázisba, és melyik kerül ki a bázisból?

Bekerül: **A város - B város**

Kikerül: **2. kút - B város**

c.) (6 pont) Készítsen egy optimális szállítási tervet!

	A. város	**B. város**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. kút	[14]	[17] 140	[0] 60	**200**
2. kút	[12] 300	[17]	[0]	**300**
A. város	[0] 400	[4] 100	[0]	**500**
B. város	[4]	[0] 500	[0]	**500**
Igény	**700**	**740**	**60**	

d.) (2 pont) Mekkora lesz ekkor a minimális szállítási költség?

$$\sum COST = 17 \cdot 140 + 0 \cdot 60 + 12 \cdot 300 + 0 \cdot 400 + 4 \cdot 100 + 0 \cdot 5000 = 6380$$

e.) (5 pont) Mekkora a két kút kihasználtsága?

$$\text{A pék} = \frac{140}{200} = 70\%$$
$$\text{B pék} = \frac{300}{300} = 100\%$$

2010.01.13.A. 3. feladat

Három bánya lát el három erőművet azonos minőségű szénnel. Mindegyik erőmű havi igénye 100 ezer tonna. A bányák havi kapacitása rendre 120, 150 és 160 ezer tonna. Ezer tonna szén szállítási költségeit (ezer forintban) a bányák és erőművek között az alábbi táblázat tartalmazza:

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**
1. Bánya	60	40	28
2. Bánya	50	30	30
3. Bánya	43	20	20

Jelenleg az alábbi szállítási terv szerint látják el a bányák az erőműveket:

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**
1. Bánya			
2. Bánya	100		40
3. Bánya		100	60

Ezen szeretnénk javítani, vagyis olyan szállítási tervet meghatározni, amely kevesebb szállítási költséggel valósítható meg.

a.) (4 pont) Írja fel egy olyan kiegyensúlyozott szállítási feladat induló tábláját, amelynek megoldásával minimális szállítási költséggel megvalósítható szállítási tervet kapunk!

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	60	40	28	0	**120**
2. Bánya	50	30	30	0	**150**
3. Bánya	43	20	20	0	**160**
Igény	**100**	**100**	**100**	**130**	

b.) (8 pont) A jelenlegi szállítási tervet használva induló megoldásként, határozzon meg egy optimális szállítási tervet, amely az összes szállítási költséget minimalizálja.

	1. Erőmű	2. Erőmű	3. Erőmű	Fiktív	Kapacitás
1. Bánya	60	40	28	0 120	**120**
2. Bánya	50 100	30	30 40	0 10	**150**
3. Bánya	43	20 100	20 60	0	**160**
Igény	**100**	**100**	**100**	**130**	

Alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra. A hurokban résztvevő cellákat kék szín jelöli:

	1. Erőmű	2. Erőmű	3. Erőmű	Fiktív	$\mathbf{u}_i$
1. Bánya	60	40	28	0 120	**0**
2. Bánya	50 100	30	30 40	0 10	0
3. Bánya	43	20 100	20 60	0	**-10**
$\mathbf{v}_j$	**50**	**30**	**30**	**0**	

A huroktranszformált tábla:

	1. Erőmű	2. Erőmű	3. Erőmű	Fiktív	Kapacitás
1. Bánya	60	40	28 40	0 80	**120**
2. Bánya	50 100	30	30	0 50	**150**
3. Bánya	43	20 100	20 60	0	**160**
Igény	**100**	**100**	**100**	**130**	

Ezen a táblán az optimalitási vizsgálat - azaz, alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra.

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**	**Fiktív**	**u$_i$**
1. Bánya	60	40	28 40	0 80	**0**
2. Bánya	50 100	30	30	0 50	**0**
3. Bánya	43	20 100	20 60	0	**-8**
v$_j$	**50**	**28**	**28**	**0**	

A megoldás ekkor optimális, nincsen új belépő.

c.) (2 pont) Mennyi az optimális szállítási költség?

$$\sum COST = 40 \cdot 28 + 80 \cdot 0 + 100 \cdot 50 + 50 \cdot 0 + 100 \cdot 20 + 60 \cdot 20 = 9320$$

d.) (3 pont) Mekkora a bányák kihasználtsága?

$$\begin{aligned} 1.\ \text{bánya} &= \frac{40}{120} = 33,3\% \\ 2.\ \text{bánya} &= \frac{100}{150} = 66,6\% \\ 3.\ \text{bánya} &= \frac{100+60}{160} = 100\% \end{aligned}$$

e.) (3 pont) A 3. Bánya és az 1. Erőmű közötti szállítás árvíz miatt lehetetlenné vált. Mennyivel növeli ez meg az összes szállítási költséget?

Semennyivel, mivel eddig sem volt abban az irányban szállítás.

2010.01.13.B. 3. feladat

Három bánya lát el három erőművet azonos minőségű szénnel. Mindegyik erőmű havi igénye 110 ezer tonna. A bányák havi kapacitása rendre 120, 150 és 160 ezer tonna. Ezer tonna szén szállítási költségeit (ezer forintban) a bányák és erőművek között az alábbi táblázat tartalmazza:

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**
1. Bánya	60	40	28
2. Bánya	50	30	30
3. Bánya	43	20	20

Jelenleg az alábbi szállítási terv szerint látják el a bányák az erőműveket:

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**
1. Bánya			20
2. Bánya	110		40
3. Bánya		110	50

Ezen szeretnénk javítani, vagyis olyan szállítási tervet meghatározni, amely kevesebb szállítási költséggel valósítható meg.

a.) (4 pont) Írja fel egy olyan kiegyensúlyozott szállítási feladat induló tábláját, amelynek megoldásával minimális szállítási költséggel megvalósítható szállítási tervet kapunk!

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	60	40	28	0	**120**
2. Bánya	50	30	30	0	**150**
3. Bánya	43	20	20	0	**160**
Igény	**110**	**110**	**110**	**100**	

b.) (8 pont) A jelenlegi szállítási tervet használva induló megoldásként, határozzon meg egy optimális szállítási tervet, amely az összes szállítási költséget minimalizálja.

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$	$\boxed{28}$ 20	$\boxed{0}$ 100	**120**
2. Bánya	$\boxed{50}$ 110	$\boxed{30}$	$\boxed{30}$ 40	$\boxed{0}$	**150**
3. Bánya	$\boxed{43}$	$\boxed{20}$ 110	$\boxed{20}$ 50	$\boxed{0}$	**160**
Igény	**110**	**110**	**110**	**100**	

Alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra. A hurokban résztvevő cellákat kék szín jelöli:

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
1. Bánya	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$	$\boxed{28}$ 20	$\boxed{0}$ 100	**0**
2. Bánya	$\boxed{50}$ 110	$\boxed{30}$	$\boxed{30}$ 40	$\boxed{0}$	**2**
3. Bánya	$\boxed{43}$	$\boxed{20}$ 110	$\boxed{20}$ 50	$\boxed{0}$	**-8**
$\mathbf{v}_j$	**48**	**28**	**28**	**0**	

A huroktranszformált tábla:

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$	$\boxed{28}$ 60	$\boxed{0}$ 60	**120**
2. Bánya	$\boxed{50}$ 110	$\boxed{30}$	$\boxed{30}$	$\boxed{0}$ 40	**150**
3. Bánya	$\boxed{43}$	$\boxed{20}$ 110	$\boxed{20}$ 50	$\boxed{0}$	**160**
Igény	**110**	**110**	**110**	**100**	

Ezen a táblán az optimalitási vizsgálat - azaz, alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra.

	1. Erőmű	**2. Erőmű**	**3. Erőmű**	**Fiktív**	**u$_i$**
1. Bánya	60	40	28 60	0 60	**0**
2. Bánya	50 110	30	30	0 40	**0**
3. Bánya	43	20 110	20 50	0	**-8**
v$_j$	**50**	**28**	**28**	**0**	

A megoldás ekkor optimális, nincsen új belépő.

c.) (2 pont) Mennyi az optimális szállítási költség?

$$\sum COST = 60 \cdot 28 + 60 \cdot 0 + 110 \cdot 50 + 40 \cdot 0 + 110 \cdot 20 + 50 \cdot 20 = 10380$$

d.) (3 pont) Mekkora a bányák kihasználtsága?

$$1.\ \text{bánya} = \frac{60}{120} = 50\%$$
$$2.\ \text{bánya} = \frac{110}{150} = 73,3\%$$
$$3.\ \text{bánya} = \frac{100 + 60}{160} = 100\%$$

e.) (3 pont) A 2. Bánya és a 2. Erőmű közötti szállítás árvíz miatt lehetetlenné vált. Mennyivel növeli ez meg az összes szállítási költséget?

Semennyivel, mivel eddig sem volt abban az irányban szállítás.

2011.12.22.A. 1. feladat

Karácsony alkalmából egy erdészet megrendelést kapott fenyőfákra. Több erdőből is tudnak azonban szállítani, északról, délről és nyugatról. Ezekben az erdőkben rendre 40, 50 illetve 60 fenyőfa áll rendelkezésre. A fákat több városba kellene eljuttatni, mégpedig Budapestre, Debrecenbe, Szegedre és Pécsre. Ezekben a városokban az igény rendre 50, 40, 30 és 30 fenyőfa. Egy fenyőfa szállítási költségeit az alábbi táblázat tartalmazza:

	Budapest	**Debrecen**	**Szeged**	**Pécs**
Északi erdő	3	5	4	6
Déli erdő	6	6	2	1
Nyugati erdő	5	10	3	3

a.) (2 pont) Adjon meg egy lehetséges szállítási tervet a minimális költség módszerét használva! A táblázatban tüntesse fel a szállított mennyiségeket!

	Budapest	**Debrecen**	**Szeged**	**Pécs**
Északi erdő	40			
Déli erdő			20	30
Nyugati erdő	10	40	10	

b.) (6 pont) A WinQSB segítségével néhány lehetséges huroktranszformáció után az alábbi lehetséges bázismegoldást kaptuk:

	Budapest	**Debrecen**	**Szeged**	**Pécs**	**Supply**	**Dual**
Észak	3	5 40	4	6	40	0
Dél	6	6 $C_{ij} = -3^{**}$	2 20	1 30	50	4
Nyugat	5 50	10 0^{*}	3 10	3	60	5
Demand	50	40	30	30		
Dual	0	5	-2	-3		
	Objective value = 550 (Minimization)					

A következő hurok-transzformációnál melyik cella kerül be a bázisba, és melyik kerül ki a bázisból?

Bekerül: **Dél - Debrecen**

Kikerül: **Nyugat - Debrecen**

c.) (6 pont) Készítsen egy optimális szállítási tervet!

	Budapest	**Debrecen**	**Szeged**	**Pécs**	**Supply**	**Dual**
Észak	(3)	(5) 40	(4)	(6)	40	0
Dél	(6)	(6)	(2) 20	(1) 30	50	4
Nyugat	(5) 50	(10)	(3) 10	(3)	60	5
Demand	50	40	30	30		
Dual	0	5	-2	-3		
Objective value = 550 (Minimization)						

d.) (1 pont) Mekkora lesz ekkor a minimális szállítási költség?

$$\sum COST = 40 \cdot 5 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 + 50 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 550$$

e.) (1 pont) Van-e alternatív optimális megoldás?

	Budapest	**Debrecen**	**Szeged**	**Pécs**	$\mathbf{u}_i$
Észak	(3)	(5) 40	(4)	(6)	**0**
Dél	(6)	(6)	(2) 20	(1) 30	**-1**
Nyugat	(5) 50	(10)	(3) 10	(3)	**0**
$\mathbf{v}_j$	**5**	**5**	**3**	**2**	

A tábla alapján van, ugyanis több olyan nem bázis cella is van, amelyre a $c_{ij} - u_i - v_j \leq 0$ egyenlőtlenség áll.

2011.12.22.B. 1. feladat

Karácsony alkalmából egy erdészet megrendelést kapott fenyőfákra. Több erdőből is tudnak azonban szállítani, északról, délről és nyugatról. Ezekben az erdőkben rendre 40, 50 illetve 60 fenyőfa áll rendelkezésre. A fákat több városba kellene eljuttatni, mégpedig Győrbe, Nyíregyházára, Kecskemétre és Szombathelyre. Ezekben a városokban az igény rendre 60, 40, 30 és 20 fenyőfa. Egy fenyőfa szállítási költségeit az alábbi táblázat tartalmazza:

	Győr	**Nyíregyháza**	**Kecskemét**	**Szombathely**
Északi erdő	3	2	4	3
Déli erdő	8	6	3	3
Nyugati erdő	4	6	5	1

a.) (2 pont) Adjon meg egy lehetséges szállítási tervet az északnyugati-sarok módszerét használva! A táblázatban tüntesse fel a szállított mennyiségeket!

	Győr	**Nyíregyháza**	**Kecskemét**	**Szombathely**
Északi erdő	40			
Déli erdő	20	30		
Nyugati erdő		10	30	20

b.) (2 pont) A WinQSB segítségével néhány lehetséges huroktranszformáció után az alábbi lehetséges bázismegoldást kaptuk:

	Győr	**Nyíregyh.**	**Kecskemét**	**Szombath.**	**Supply**	**Dual**
Észak	3 0	2 40	4	3	40	0
Dél	8 0^*	6 $C_{ij} = -1^{**}$	3 30	3 20	50	5
Nyugat	4 60	6	5	3	60	1
Demand	60	40	30	20		
Dual	3	2	-2	-2		
Objective value = 470 (Minimization)						

A következő hurok-transzformációnál melyik cella kerül be a bázisba, és melyik kerül ki a bázisból?

Bekerül: **Dél - Nyíregyháza**

Kikerül: **Dél - Győr**

c.) (6 pont) Készítsen egy optimális szállítási tervet!

	Győr	**Nyíregyh.**	**Kecskemét**	**Szombath.**	**Supply**	**Dual**
Észak	3	2 40	4	3	40	0
Dél	8	6	3 30	3 20	50	5
Nyugat	4 60	6	5	3	60	1
Demand	60	40	30	20		
Dual	3	2	-2	-2		
Objective value = 470 (Minimization)						

c.) (1 pont) Mekkora lesz ekkor a minimális szállítási költség?

$$\sum COST = 40 \cdot 2 + 30 \cdot 3 + 20 \cdot 3 + 60 \cdot 4 = 470$$

d.) (1 pont) Van-e alternatív optimális megoldás?

	Győr	**Nyíregyh.**	**Kecskemét**	**Szombath.**	$\mathbf{u}_i$
Észak	3	2 40	4	3	**0**
Dél	8	6	6 30	3 20	**3**
Nyugat	4 60	6	5	3	**2**
$\mathbf{v}_j$	**2**	**2**	**3**	**0**	

A tábla alapján nincsen, mivel nem létezik egynél több olyan nem bázis cella is van, amelyre a $c_{ij} - u_i - v_j \leq 0$ egyenlőtlenség áll.

2012.01.09.A. 1. feladat

Három bánya lát el három építkezést azonos minőségű folyami kaviccsal. Egy tonna kavics kitermelési költsége rendre 4000, 2000 és 3000 Ft. Mindegyik építkezés napi igénye 200 tonna. A bányák napi kapacitása rendre 240, 300 és 320 tonna. Egy tonna kavics szállítási költségeit (ezer forintban) a bányák és erőművek között az alábbi táblázat tartalmazza:

	1. Építkezés	**2. Építkezés**	**3. Építkezés**
1. Bánya	30	20	14
2. Bánya	25	15	15
3. Bánya	22	10	10

Jelenleg az alábbi szállítási terv szerint látják el a bányák az erőműveket:

	1. Építkezés	**2. Építkezés**	**3. Építkezés**
1. Bánya			
2. Bánya	80		200
3. Bánya	120	200	

Ezen szeretnénk javítani, vagyis olyan szállítási tervet meghatározni, amely a legkevesebb szállítási és termelési költséggel valósítható meg.

a.) (4 pont) Írja fel egy olyan kiegyensúlyozott szállítási feladat induló tábláját, amelynek megoldásával minimális szállítási költséggel megvalósítható szállítási tervet kapunk!

A költség mátrixot első lépésben át kell írni, és így kapjuk a kiegyensúlyozott feladatot:

	1. Építkezés	**2. Építkezés**	**3. Építkezés**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	34	24	18	0	**240**
2. Bánya	27	17	17	0	**300**
3. Bánya	25	13	13	0	**320**
Igény	**200**	**200**	**200**	**260**	

b.) (8 pont) A jelenlegi szállítási tervet használva induló megoldásként, határozzon meg egy optimális szállítási tervet, amely az összes szállítási költséget minimalizálja.

	1. Építkezés	**2. Építkezés**	**3. Építkezés**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	[34]	[24]	[18]	[0] 240	**240**
2. Bánya	[27] 80	[17]	[17] 200	[0] 20	**300**
3. Bánya	[25] 120	[13] 200	[13]	[0]	**320**
Igény	**200**	**200**	**200**	**260**	

Alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra. A hurokban résztvevő cellákat kék szín jelöli:

	1. Építkezés	**2. Építkezés**	**3. Építkezés**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
1. Bánya	[34]	[24]	[18]	[0] 240	**0**
2. Bánya	[27] 80	[17]	[17] 200	[0] 20	**0**
3. Bánya	[25] 120	[13] 200	[13]	[0]	**-2**
$\mathbf{v}_j$	**27**	**14**	**17**	**0**	

A tábla a huroktranszformáció után:

	1. Építkezés	**2. Építkezés**	**3. Építkezés**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	[34]	[24]	[18]	[0] 240	**240**
2. Bánya	[27] 200	[17]	[17] 80	[0] 20	**300**
3. Bánya	[25]	[13] 200	[13] 120	[0]	**320**
Igény	**200**	**200**	**200**	**260**	

Ezen a táblán az optimalitási vizsgálat - azaz, alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra.

	1. Építkezés	**2. Építkezés**	**3. Építkezés**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
1. Bánya	34	24	18	0 240	**0**
2. Bánya	27 200	17	17 80	0 20	**0**
3. Bánya	25	13 200	13 120	0	**-4**
$\mathbf{v}_j$	**27**	**17**	**17**	**0**	

A megoldás ekkor optimális, nincsen új belépő.

c.) (2 pont) Mennyi az optimális szállítási költség?

$$\sum COST = 200 \cdot 27 + 80 \cdot 17 + 200 \cdot 13 + 120 \cdot 13 = 10920$$

d.) (3 pont) Mekkora a bányák kihasználtsága?

$$\begin{aligned}
1.\ \text{bánya} &= \frac{0}{240} = 0\% \\
2.\ \text{bánya} &= \frac{280}{300} = 93,3\% \\
3.\ \text{bánya} &= \frac{200+120}{320} = 100\%
\end{aligned}$$

e.) (3 pont) A költségek egységesen kétszeresek lesznek, megváltozik-e az optimális megoldás?

A háttérben álló lineáris programozási probléma a kétszeres szorzóval visszaegyszerűsíthető, emiatt nem.

2012.01.09.B. 2. feladat

Három bánya lát el három kohót azonos minőségű szénnel. Egy tonna szén kitermelési költsége rendre 3000, 2000 és 4000 Ft. Mindegyik kohó napi igénye 250 tonna. A bányák napi kapacitása rendre 220, 280 és 300 tonna. Egy tonna szén szállítási költségeit (ezer forintban) a bányák és kohók között az alábbi táblázat tartalmazza:

	1. Kohó	**2. Kohó**	**3. Kohó**
1. Bánya	35	25	19
2. Bánya	30	21	19
3. Bánya	27	15	15

Jelenleg az alábbi szállítási terv szerint látják el a bányák az erőműveket:

	1. Kohó	**2. Kohó**	**3. Kohó**
1. Bánya			170
2. Bánya	200		80
3. Bánya	50	250	

Ezen szeretnénk javítani, vagyis olyan szállítási tervet meghatározni, amely a legkevesebb szállítási és termelési költséggel valósítható meg.

a.) (4 pont) Írja fel egy olyan kiegyensúlyozott szállítási feladat induló tábláját, amelynek megoldásával minimális szállítási költséggel megvalósítható szállítási tervet kapunk!

A költség mátrixot első lépésben át kell írni, és így kapjuk a kiegyensúlyozott feladatot:

	1. Kohó	**2. Kohó**	**3. Kohó**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	38	28	22	0	**220**
2. Bánya	32	23	21	0	**280**
3. Bánya	31	19	19	0	**300**
Igény	**250**	**250**	**250**	**50**	

b.) (8 pont) A jelenlegi szállítási tervet használva induló megoldásként, határozzon meg egy optimális szállítási tervet, amely az összes szállítási költséget minimalizálja.

	1. Kohó	**2. Kohó**	**3. Kohó**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	$\boxed{38}$	$\boxed{28}$	$\boxed{22}$ 170	$\boxed{0}$ 50	**220**
2. Bánya	$\boxed{32}$ 200	$\boxed{23}$	$\boxed{21}$ 80	$\boxed{0}$	**280**
3. Bánya	$\boxed{31}$ 50	$\boxed{19}$ 250	$\boxed{19}$	$\boxed{0}$	**300**
Igény	**250**	**250**	**250**	**50**	

Alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra. A hurokban résztvevő cellákat kék szín jelöli:

	1. Kohó	**2. Kohó**	**3. Kohó**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
1. Bánya	$\boxed{38}$	$\boxed{28}$	$\boxed{22}$ 170	$\boxed{0}$ 50	**0**
2. Bánya	$\boxed{32}$ 200	$\boxed{23}$	$\boxed{21}$ 80	$\boxed{0}$	**-1**
3. Bánya	$\boxed{31}$ 50	$\boxed{19}$ 250	$\boxed{19}$	$\boxed{0}$	**-2**
$\mathbf{v}_i$	**33**	**21**	**22**	**0**	

A tábla a huroktranszformáció után:

	1. Kohó	**2. Kohó**	**3. Kohó**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Bánya	$\boxed{38}$	$\boxed{28}$	$\boxed{22}$ 170	$\boxed{0}$ 50	**220**
2. Bánya	$\boxed{32}$ 250	$\boxed{23}$	$\boxed{21}$ 30	$\boxed{0}$	**280**
3. Bánya	$\boxed{31}$	$\boxed{19}$ 250	$\boxed{19}$ 50	$\boxed{0}$	**300**
Igény	**250**	**250**	**250**	**50**	

Ezen a táblán az optimalitási vizsgálat - azaz, alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra.

	1. Kohó	2. Kohó	3. Kohó	Fiktív	$\mathbf{u}_i$
1. Bánya	[38]	[28]	[22] 170	[0] 50	**0**
2. Bánya	[32] 250	[23]	[21] 30	[0]	**-1**
3. Bánya	[31]	[19] 250	[19] 50	[0]	**-3**
$\mathbf{v}_j$	**33**	**22**	**22**	**0**	

A megoldás ekkor optimális, nincsen új belépő.

c.) (2 pont) Mennyi az optimális szállítási költség?

$$\sum COST = 250 \cdot 32 + 250 \cdot 19 + 50 \cdot 30 \cdot 21 + 170 \cdot 22 = 18070$$

d.) (3 pont) Mekkora a bányák kihasználtsága?

$$\text{1. bánya} = \frac{170}{280} = 77,3\%$$
$$\text{2. bánya} = \frac{250 + 30}{280} = 100\%$$
$$\text{3. bánya} = \frac{250 + 50}{300} = 100\%$$

e.) (3 pont) Mennyivel változik az optimális terv esetén az összköltség, ha az 1. Bánya kapacitása 1 tonnával növekszik, de a kohók igénye nem változik?

A másik két bánya eddig is minden kohó esetében preferáltabb volt, emiatt nem változik.

2013.01.08.A. 3. feladat

Nógrádból és a Nyírségből almát szállítunk Pécsre, Szombathelyre és Győrbe. A szállítás költsége mázsánként a következő:

	Pécs	**Szombath.**	**Győr**
Nógrád	2000	1500	1000
Nyírség	1000	1500	2000

Nógrádban 500 mázsa alma, a Nyírségben 700 mázsa alma vár elszállításra. Az egyes dunántúli városokból egyaránt 350 mázsára érkezett megrendelés. A szállító cég a szállítást a lehető legkisebb költséggel szeretné lebonyolítani.

a.) (4 pont) Írja fel a feladatot kiegyensúlyozott szállítási feladatként táblázatos formában.

	Pécs	**Szombath.**	**Győr**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Nógrád	2000	1500	1000	0	**500**
Nyírség	1000	1500	2000	0	**700**
Igény	**350**	**350**	**350**	**150**	

b.) (4 pont) Oldja meg a feladatot és adja meg az optimális szállítási mennyiségeket.

Első lépésben minimális költséggel töltjük ki a táblázatot:

	Pécs	**Szombath.**	**Győr**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Nógrád	2000	1500	1000 350	0 150	**500**
Nyírség	1000 350	1500 350	2000	0	**700**
Igény	**350**	**350**	**350**	**150**	

A kapott táblázaton optimalitási vizsgálatot kell végezni.

Ezen a táblán az optimalitási vizsgálat - azaz, alkalmazzuk a következőt: $u_1 = 0$ és $u_i + v_j = c_{ij}$ minden bázisváltozóra.

	Pécs	**Szombath.**	**Győr**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
Nógrád	2000	1500	1000; 350	0; 150	**0**
Nyírség	1000; 350	1500; 350	2000	0	**0**
$\mathbf{v}_j$	**1000**	**1500**	**1000**	**0**	

A megoldás optimális, azonban adódik, hogy van alternatív optimális megoldás. A minimális összköltség:

$$\sum COST = 1000 \cdot 350 + 1500 \cdot 350 + 1000 \cdot 350 = 1225000$$

c.) (4 pont) Van-e a feladatnak alternatív optimuma?
A kékkel megjelölt cellákat bázisba lehet vinni.

	Pécs	**Szombath.**	**Győr**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Nógrád	2000	1500	1000; 350	0; 150	**500**
Nyírség	1000; 350	1500; 350	2000	0	**700**
Igény	**350**	**350**	**350**	**150**	

Az alternatív optimális megoldás:

	Pécs	**Szombath.**	**Győr**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Nógrád	2000	1500; 150	1000; 350	0	**500**
Nyírség	1000; 350	1500; 200	2000	0; 150	**700**
Igény	**350**	**350**	**350**	**150**	

A minimális költség ekkor:

$$\sum COST_1 = 1000 \cdot 350 + 1500 \cdot 200 + 1500 \cdot 1150 + 1000 \cdot 350 = 1225000$$

d.) (8 pont) Budapesten van egy nagybani raktár. A raktárba szállítás költségei a termelési helyekről, valamint a raktárból a megrendelőkhöz történő szállítás költségei az alábbi táblázatokkal adottak:

	Pécs
Nógrád	300
Nyírség	1100

	Pécs	**Szombath.**	**Győr**
Budapest	700	900	400

Készítse el az új szállítási táblázatot és oldja meg a feladatot! (Ha az induló megoldást a Vogel-Korda módszerrel készíti el, gyorsan célba ér). Bekapcsolódik-e a szállítási láncba a budapesti raktár? Ha igen, akkor melyik termelőtől fogad be árut, hová küldi? Mennyi a költségcsökkenés?

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Nógrád	300	2000	1500	1000	0	**500**
Nyírség	1100	1000	1500	2000	0	**700**
Budapest	0	700	900	400	0	**1200**
Igény	**1200**	**350**	**350**	**350**	**150**	

A feladat megoldása során az induló bázismegoldást a Korda-Vogel algoritmussal állítjuk elő.

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	300	2000	1500	1000	0	**700**	**500**
Nyírség	1100	1000	1500	2000	0	**100**	**700**
Budapest	0	700	900	400	0	**400**	**1200**
Δ	**300**	**300**	**600**	**600**	**0**		
Igény	**1200**	**350**	**350**	**350**	**150**		

Az első iteráció után a táblázat:

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	300 500	2000	1500	1000	0	**0**	**0**
Nyírség	1100	1000	1500	2000	0	**100**	**700**
Budapest	0	700	900	400	0	**400**	**1200**
Δ	**1100**	**300**	**600**	**600**	**0**		
Igény	**700**	**350**	**350**	**350**	**150**		

A második iteráció után a táblázat:

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	300 500	2000	1500	1000	0	**0**	**0**
Nyírség	1100	1000	1500	2000	0	**100**	**700**
Budapest	0 700	700	900	400	0	**300**	**500**
Δ	**0**	**300**	**600**	**600**	**0**		
Igény	**0**	**350**	**350**	**350**	**150**		

A harmadik iteráció után a táblázat:

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	300 500	2000	1500	1000	0	**0**	**0**
Nyírség	1100	1000	1500	2000	0	**100**	**700**
Budapest	0 700	700	900	400 350	0	**200**	**150**
Δ	**0**	**200**	**600**	**0**	**0**		
Igény	**0**	**350**	**350**	**0**	**150**		

A negyedik iteráció után a táblázat:

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	$\boxed{300}$ 500	$\boxed{2000}$	$\boxed{1500}$	$\boxed{1000}$	$\boxed{0}$	**0**	**0**
Nyírség	$\boxed{1100}$	$\boxed{1000}$	$\boxed{1500}$	$\boxed{2000}$	$\boxed{0}$	**100**	**700**
Budapest	$\boxed{0}$ 700	$\boxed{700}$	$\boxed{900}$ 150	$\boxed{400}$ 350	$\boxed{0}$	**0**	**0**
Δ	**0**	**200**	**0**	**0**	**0**		
Igény	**0**	**350**	**200**	**0**	**150**		

Az ötödik iteráció után a táblázat:

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	$\boxed{300}$ 500	$\boxed{2000}$	$\boxed{1500}$	$\boxed{1000}$	$\boxed{0}$	**0**	**0**
Nyírség	$\boxed{1100}$	$\boxed{1000}$	$\boxed{1500}$ 200	$\boxed{2000}$	$\boxed{0}$	**100**	**500**
Budapest	$\boxed{0}$ 700	$\boxed{700}$	$\boxed{900}$ 150	$\boxed{400}$ 350	$\boxed{0}$	**0**	**0**
Δ	**0**	**200**	**0**	**0**	**0**		
Igény	**0**	**350**	**0**	**0**	**150**		

A hatodik iteráció után a táblázat:

	Budapest	**Pécs**	**Szombath**	**Győr**	**Fiktív**	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	$\boxed{300}$ 500	$\boxed{2000}$	$\boxed{1500}$	$\boxed{1000}$	$\boxed{0}$	**0**	**0**
Nyírség	$\boxed{1100}$	$\boxed{1000}$ 350	$\boxed{1500}$ 200	$\boxed{2000}$	$\boxed{0}$	**100**	**150**
Budapest	$\boxed{0}$ 700	$\boxed{700}$	$\boxed{900}$ 150	$\boxed{400}$ 350	$\boxed{0}$	**0**	**0**
Δ	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**		
Igény	**0**	**0**	**0**	**0**	**150**		

A végső iterációs lépés:

	Budapest	Pécs	Szombath	Győr	Fiktív	**Δ**	**Kapacitás**
Nógrád	300 500	2000	1500	1000	0	**0**	**0**
Nyírség	1100	1000 350	1500 200	2000	0 150	**0**	**0**
Budapest	0 700	700	900 150	400 350	0	**0**	**0**
Δ	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**		
Igény	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**		

Ekkor az ellenőrizendő szállítási tábla, optimalitás vizsgálata:

	Budapest	Pécs	Szombath	Győr	Fiktív	$\mathbf{u}_i$
Nógrád	300 500	2000	1500	1000	0	**0**
Nyírség	1100	1000 350	1500 200	2000	0 150	**300**
Budapest	0 700	700	900 150	400 350	0	**-300**
$\mathbf{v}_j$	**300**	**700**	**1200**	**700**	**-150**	

A megoldás ekkor optimális. Az új szállítási tervhez tartozó szállítási költség:

$$\sum COST_2 = 500 \cdot 300 + 350 \cdot 1000 + 200 \cdot 1500 + 150 \cdot 900 + 350 \cdot 400 = 1075000$$

A költség változás mértéke:

$$\Delta COST = \sum COST_1 - \sum COST_2 = 150000$$

2013.01.22.A. 1. feladat

Egy vállalatnak háromféle acél szállítására van megrendelése, mindegyik fajtából heti 100 tonnára. Az alábbi táblázat mutatja, hogy a vállalat három gyárában tonnánként milyen költséggel állítják elő az egyes acélfajtákat, továbbá azt, hogy az egyes gyárakban mennyi időbe telik egy tonna acél előállítása, függetlenül annak típusától.

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Idő (perc/tonna)**
1. Gyár	50	35	24	16
2. Gyár	42	32	28	20
3. Gyár	60	40	31	24

a.) (2 pont) Mennyi az egyes gyárak heti termelési kapacitása tonnában, ha mindegyik gyár heti 40 órát dolgozik?

$$\begin{array}{lll}
\text{1. gyár:} & \frac{2400}{16} & \frac{\text{perc}}{\text{perc/tonna}} \\
\text{2. gyár:} & \frac{2400}{20} & \frac{\text{perc}}{\text{perc/tonna}} \\
\text{3. gyár:} & \frac{2400}{24} & \frac{\text{perc}}{\text{perc/tonna}} \\
\text{1. gyár:} & 150 & \text{tonna} \\
\text{2. gyár:} & 120 & \text{tonna} \\
\text{3. gyár:} & 100 & \text{tonna}
\end{array}$$

b.) (4 pont) Adjon meg egy kiegyensúlyozott szállítási feladatot a vállalat heti termelési költségének minimalizálására a szokásos táblázatos formában!

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Gyár	50	35	24	0	**150**
2. Gyár	42	32	28	0	**120**
3. Gyár	60	40	31	0	**100**
Igény	**100**	**100**	**100**	**70**	

c.) (4 pont) Adja meg az oszlopminimum módszerrel kapott bázismegoldást (a gyártandó mennyiségeket tonnában) és határozza meg az ehhez tartozó termelési költséget!

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Gyár	$\boxed{50}$	$\boxed{35}$ 80	$\boxed{24}$ 70	$\boxed{0}$	**150**
2. Gyár	$\boxed{42}$ 100	$\boxed{32}$ 20	$\boxed{28}$	$\boxed{0}$	**120**
3. Gyár	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$	$\boxed{31}$ 30	$\boxed{0}$ 70	**100**
Igény	**100**	**100**	**100**	**70**	

A szállítási összköltség ekkor:

$$\sum COST = 80 \cdot 35 + 70 \cdot 24 + 100 \cdot 42 + 20 \cdot 32 + 30 \cdot 31 = 10250$$

d.) (8 pont) Vizsgálja meg, hogy a kapott megoldás optimális-e! a optimális, Adja meg a duál változóknak azt a rendszerét, amelyben teljesül, hogy:

$$\begin{aligned} u_1 &= 0 & v_1 &= \\ u_2 &= & v_2 &= \\ u_3 &= & v_3 &= \\ & & v_4 &= \end{aligned}$$

Ha nem optimális, akkor az x_{ij} szállítási változókkal kifejezve adjon meg egy olyan hurkot, amelyik mentén a megoldás javítható. Az új megoldás optimális-e? Mennyi a célfüggvény-érték?

Az optimalitás vizsgálat, és a hurok kijelölése.

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
1. Gyár	$\boxed{50}$	$\boxed{35}$ 80	$\boxed{24}$ 70	$\boxed{0}$	**-7**
2. Gyár	$\boxed{42}$ 100	$\boxed{32}$ 20	$\boxed{28}$	$\boxed{0}$	**-10**
3. Gyár	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$	$\boxed{31}$ 30	$\boxed{0}$ 70	**0**
$\mathbf{v}_j$	**52**	**42**	**31**	**0**	

A hurok transzformált szállítási tábla:

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Gyár	$\boxed{50}$	$\boxed{35}$ 50	$\boxed{24}$ 100	$\boxed{0}$	**150**
2. Gyár	$\boxed{42}$ 100	$\boxed{32}$ 20	$\boxed{28}$	$\boxed{0}$	**120**
3. Gyár	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$ 30	$\boxed{31}$	$\boxed{0}$ 70	**100**
Igény	**100**	**100**	**100**	**70**	

A táblához tartozó optimalitás vizsgálat:

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
1. Gyár	$\boxed{50}$	$\boxed{35}$ 50	$\boxed{24}$ 100	$\boxed{0}$	**-5**
2. Gyár	$\boxed{42}$ 100	$\boxed{32}$ 20	$\boxed{28}$	$\boxed{0}$	**-8**
3. Gyár	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$ 30	$\boxed{31}$	$\boxed{0}$ 70	**0**
$\mathbf{v}_j$	**50**	**40**	**29**	**0**	

A szállítási terv ekkor optimális, és a minimális összköltség adott:

$$\sum COST = 50 \cdot 35 + 100 \cdot 24 + 100 \cdot 42 + 20 \cdot 32 + 30 \cdot 40 = 10600$$

2013.01.22.B. 2. feladat

Egy vállalatnak háromféle acél szállítására van megrendelése, mindegyik fajtából heti 100 tonnára. Az alábbi táblázat mutatja, hogy a vállalat három gyárában tonnánként milyen költséggel állítják elő az egyes acélfajtákat, továbbá azt, hogy az egyes gyárakban mennyi időbe telik egy tonna acél előállítása, függetlenül annak típusától.

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Idő (perc/tonna)**
1. Gyár	60	40	28	20
2. Gyár	50	34	31	16
3. Gyár	43	21	20	15

a.) (2 pont) Mennyi az egyes gyárak heti termelési kapacitása tonnában, ha mindegyik gyár heti 40 órát dolgozik?

$$\begin{array}{lcc} \text{1. gyár:} & \frac{2400}{20} & \frac{\text{perc}}{\text{perc/tonna}} \\ \text{2. gyár:} & \frac{2400}{16} & \frac{\text{perc}}{\text{perc/tonna}} \\ \text{3. gyár:} & \frac{2400}{15} & \frac{\text{perc}}{\text{perc/tonna}} \\ \text{1. gyár:} & 120 & \text{tonna} \\ \text{2. gyár:} & 150 & \text{tonna} \\ \text{3. gyár:} & 160 & \text{tonna} \end{array}$$

b.) (4 pont) Adjon meg egy kiegyensúlyozott szállítási feladatot a vállalat heti termelési költségének minimalizálására a szokásos táblázatos formában!

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Gyár	60	40	28	0	**120**
2. Gyár	50	34	31	0	**150**
3. Gyár	43	21	20	0	**160**
Igény	**100**	**100**	**100**	**130**	

c.) (4 pont) Adja meg az oszlopminimum módszerrel kapott bázismegoldást (a gyártandó mennyiségeket tonnában) és határozza meg az ehhez tartozó termelési költséget!

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Gyár	[60]	[40]	[28] 100	[0] 20	**120**
2. Gyár	[50]	[34] 40	[31]	[0] 110	**150**
3. Gyár	[43] 100	[21] 60	[20]	[0]	**160**
Igény	**100**	**100**	**100**	**130**	

A szállítási összköltség ekkor:

$$\sum COST = 100 \cdot 28 + 40 \cdot 34 + 100 \cdot 43 + 60 \cdot 21 = 9720$$

d.) (8 pont) Vizsgálja meg, hogy a kapott megoldás optimális-e! a optimális, Adja meg a duál változóknak azt a rendszerét, amelyben teljesül, hogy:

$$\begin{array}{lllll} u_1 & = & 0 & v_1 & = \\ u_2 & = & & v_2 & = \\ u_3 & = & & v_3 & = \\ & & & v_4 & = \end{array}$$

Ha nem optimális, akkor az x_{ij} szállítási változókkal kifejezve adjon meg egy olyan hurkot, amelyik mentén a megoldás javítható. Az új megoldás optimális-e? Mennyi a célfüggvény-érték?

Az optimalitás vizsgálat, és a hurok kijelölése.

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	**u$_i$**
1. Gyár	[60]	[40]	[28] 100	[0] 20	**0**
2. Gyár	[50]	[34] 40	[31]	[0] 110	**0**
3. Gyár	[43] 100	[21] 60	[20]	[0]	**-13**
Igény	**56**	**34**	**28**	**0**	

A hurok transzformált szállítási tábla:

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	**Kapacitás**
1. Gyár	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$	$\boxed{28}$ 100	$\boxed{0}$ 20	**120**
2. Gyár	$\boxed{50}$ 40	$\boxed{34}$	$\boxed{31}$	$\boxed{0}$ 110	**150**
3. Gyár	$\boxed{43}$ 60	$\boxed{21}$ 100	$\boxed{20}$	$\boxed{0}$	**160**
Igény	**100**	**100**	**100**	**130**	

A táblához tartozó optimalitás vizsgálat:

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Fiktív**	$\mathbf{u}_i$
1. Gyár	$\boxed{60}$	$\boxed{40}$	$\boxed{28}$ 100	$\boxed{0}$ 20	**7**
2. Gyár	$\boxed{50}$ 40	$\boxed{34}$	$\boxed{31}$	$\boxed{0}$ 110	**7**
3. Gyár	$\boxed{43}$ 60	$\boxed{21}$ 100	$\boxed{20}$	$\boxed{0}$	**0**
$\mathbf{v}_j$	**43**	**21**	**21**	**-7**	

A szállítási terv ekkor nem optimális, és az összköltség az alábbi:

$$\sum COST = 50 \cdot 40 + 60 \cdot 43 + 100 \cdot 21 + 100 \cdot 28 = 9480$$

2013.05.15.A. 4. feladat

Egy vállalatnak 3 gyára van, egy-egy Szombathelyen, Veszprémben és Sopronban, ahol villás targoncákat állítanak elő. Egy targoncának az önköltsége az egyes gyárakban 300, 200 és 400 eFt. A targoncákat cseh, osztrák és szlovén megrendelőknek kell szállítani, akik 80, 150 és 120 darabot igényelnek. A gyárak kapacitása rendre 110, 100 és 150 darab. Egy targonca szállítási költsége az egyes gyárak és a megrendelők között a következő táblázattal adott (eFt-ban):

	Csehország	**Ausztria**	**Szlovénia**
Szombathely	63	54	31
Veszprém	75	62	18
Sopron	19	31	76

A vállalat a termelési költségek és a szállítási költségek összegét szeretné minimalizálni.

a.) (5 pont) Fogalmazzuk meg a feladatot klasszikus szállítási feladatként (egyensúlyozzuk ki, ha szükséges)!

	Cseho.	**Ausztria**	**Szlovénia**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Szombath.	363	354	331	0	**110**
Veszprém	275	262	218	0	**100**
Sopron	419	431	476	0	**150**
Kereslet	**80**	**150**	**120**	**0**	

b.) (5 pont) Határozzunk meg egy lehetséges induló bázismegoldást!

	Cseho.	**Ausztria**	**Szlovénia**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Szombath.	363	354 90	331 20	0	**110**
Veszprém	275	262	218 100	0	**100**
Sopron	419 80	431 60	476	0 10	**150**
Kereslet	**80**	**150**	**120**	**0**	

c.) (5 pont) Milyen termelési és szállítási terv mellett lesz minimális a vállalati összköltség? A táblázaton optimalitás vizsgálatot kell végezni:

	Cseho.	**Ausztria**	**Szlovénia**	**Fiktív**	**u$_i$**
Szombath.	363	354 / 90	331 / 20	0	**-77**
Veszprém	275	262	218 / 100	0	**-190**
Sopron	419 / 80	431 / 60	476	0 / 10	**0**
v$_j$	**419**	**431**	**408**	**0**	

A megoldás optimális a duális vizsgálata alapján. Ekkor az összköltség:

$$\sum COST = 80 \cdot 419 + 60 \cdot 431 + 90 \cdot 354 + 100 \cdot 218 + 20 \cdot 331 = 119660$$

d.) (5 pont) Hogyan változik az optimális összköltség, ha a soproni gyár kapacitását teljesen ki kell használni?

	Cseho.	**Ausztria**	**Szlovénia**	**Fiktív**	**Kapacitás**
Szombath.	363	354 / 80	331 / 20	0 / 10	**110**
Veszprém	275	262	218 / 100	0	**100**
Sopron	419 / 80	431 / 70	476	M	**150**
Kereslet	**80**	**150**	**120**	**0**	

A megoldás optimális a duális vizsgálata alapján. Ekkor az összköltség:

$$\sum COST = 80 \cdot 419 + 70 \cdot 431 + 80 \cdot 354 + 100 \cdot 218 + 20 \cdot 331 = 112430$$

A változás nagysága:

$$\Delta = 770$$

2013.01.08.A. 2. feladat

A következő táblázat egy szállítási feladat egy olyan lehetséges bázismegoldását mutatja, amelyhez 467 értékű összköltség tartozik:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**Kapacitás**
I.	$\boxed{11}$	$\boxed{\alpha}$ 5	$\boxed{8}$	$\boxed{8}$	$\boxed{10}$ 7	**12**
II.	$\boxed{\alpha}$ 10	$\boxed{5}$ 5	$\boxed{9}$	$\boxed{\alpha}$	$\boxed{11}$	**15**
III.	$\boxed{10}$	$\boxed{8}$	$\boxed{8}$	$\boxed{7}$ 8	$\boxed{9}$ 8	**16**
IV.	$\boxed{12}$	$\boxed{10}$	$\boxed{9}$ 6	$\boxed{10}$ 7	$\boxed{14}$	**13**
Igény	**10**	**10**	**6**	**15**	**15**	

a.) (4 pont) Határozza meg α értékét!

$$5 \cdot \alpha + 7 \cdot 10 + 10 \cdot \alpha + 5 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 8 \cdot 9 + 6 \cdot 9 + 7 \cdot 10 = 467$$

$$347 + 15 \cdot \alpha = 467$$

$$15 \cdot \alpha = 120$$

$$\alpha = 8$$

Ekkor a lehetséges bázis megoldás felírva:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**Kapacitás**
I.	$\boxed{11}$	$\boxed{8}$ 5	$\boxed{8}$	$\boxed{8}$	$\boxed{10}$ 7	**12**
II.	$\boxed{8}$ 10	$\boxed{5}$ 5	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	$\boxed{11}$	**15**
III.	$\boxed{10}$	$\boxed{8}$	$\boxed{8}$	$\boxed{7}$ 8	$\boxed{9}$ 8	**16**
IV.	$\boxed{12}$	$\boxed{10}$	$\boxed{9}$ 6	$\boxed{10}$ 7	$\boxed{14}$	**13**
Igény	**10**	**10**	**6**	**15**	**15**	

b.) (4 pont) Határozza meg az optimális megoldáshoz tartozó összköltséget!

Optimalitás vizsgálat a táblán:

	A	B	C	D	E	u_i
I.	11	8 / 5	8	8	10 / 7	**0**
II.	8 / 10	5 / 5	9	8	11	**-3**
III.	10	8	8	7 / 8	9 / 8	**-1**
IV.	12	10	9 / 6	10 / 7	14	**2**
v_j	**11**	**8**	**7**	**8**	**10**	

A tábla alapján nem optimális a megoldás hiszen az x_{41} cellára az alábbi fog teljesülni:

$$c_{ij} - u_i - v_j - = SLACK_{41}$$
$$12 - 2 - 11 = SLACK_{41}$$
$$-1 = SLACK_{41}$$

Ekkor a transzformáció az alábbi hurok mentén fog megtörténni:

	A	B	C	D	E	u_i
I.	11	**8** / 5	8	8	**10** / 7	**0**
II.	**8** / 10	**5** / 5	9	8	11	**-3**
III.	10	8	8	**7** / 8	**9** / 8	**-1**
IV.	**12**	10	9 / 6	**10** / 7	14	**2**
v_j	**11**	**8**	**7**	**8**	**10**	

A transzformált ábra:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**Kapacitás**
I.	$\boxed{11}$	$\boxed{8}$	$\boxed{8}$	$\boxed{8}$	$\boxed{10}$ 12	**12**
II.	$\boxed{8}$ 5	$\boxed{5}$ 10	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	$\boxed{11}$	**15**
III.	$\boxed{10}$	$\boxed{8}$	$\boxed{8}$	$\boxed{7}$ 13	$\boxed{9}$ 3	**16**
IV.	$\boxed{12}$ 5	$\boxed{10}$	$\boxed{9}$ 6	$\boxed{10}$ 2	$\boxed{14}$	**13**
Igény	**10**	**10**	**6**	**15**	**15**	

Ekkor a teljes szállítási költség:

$$\sum COST = 5 \cdot 8 + 5 \cdot 12 + 10 \cdot 5 + 6 \cdot 9 + 13 \cdot 7 + 2 \cdot 10 + 12 \cdot 10 + 3 \cdot 9$$
$$\sum COST = 462$$

d.) (8 pont) Adjon meg két alternatív optimális megoldást!
Az első optimális megoldás:

$$\begin{array}{llll} x_{15} = 12 & x_{21} = 5 & x_{22} = 10 & x_{34} = 13 \\ x_{35} = 3 & x_{41} = 5 & x_{43} = 6 & x_{44} = 2 \end{array}$$

A második optimális megoldás:

$$\begin{array}{llll} x_{14} = 12 & x_{21} = 5 & x_{22} = 10 & x_{34} = 1 \\ x_{35} = 15 & x_{41} = 5 & x_{43} = 6 & x_{44} = 2 \end{array}$$

d.) (4 pont) Van-e olyan optimális megoldás, ahol $x_{33} \neq 0$?
Nincsen, a cellára az alábbi egyenlet teljesül:

$$c_{ij} = v_j + u_i$$

6. Hozzárendelési feladatok

2008.01.07.A. 1. feladat

Négy telefonközpont kell egy ország négy városába telepíteni. Az A,B,C,D város pályázott ezekre a telefonközpontokra. Mindegyik városban csak egy telefonközpont létesülhet. Az alábbi táblázatban láthatjuk a telefonközpontok létesítéseinek költségeit (ezer euróban):

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 2 & 4 & 6 & 5 \\ \mathbf{B} & 1 & 5 & 3 & 4 \\ \mathbf{C} & 3 & 4 & 2 & 2 \\ \mathbf{D} & 6 & 2 & 4 & 3 \end{array}\right]$$

a.) (8 pont) Melyik telefonközpontot hova telepítsék hogy az összköltség minimális legyen?

A cél minimalizáció, átírásra nincsen szükség. Első lépésben minden sorban minden elemből levonjuk az adott sorban található legkisebb elemet:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 2 & 4 & 6 & 5 \\ \mathbf{B} & 1 & 5 & 3 & 4 \\ \mathbf{C} & 3 & 4 & 2 & 2 \\ \mathbf{D} & 6 & 2 & 4 & 3 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 4 & 2 \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 2 & 3 \\ \mathbf{C} & 1 & 2 & 0 & 0 \\ \mathbf{D} & 4 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right]$$

Minden sorban, és minden oszlopban van nulla, nem kell oszlop szerinti levonásokat végrehajtani. Az első vertikális-horizontális vonalakkal történő lefedési próbálkozás:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 4 & 2 \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 2 & 3 \\ \mathbf{C} & 1 & 2 & 0 & 0 \\ \mathbf{D} & 4 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 4 & 2 \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 2 & 3 \\ \mathbf{C} & 1 & 2 & 0 & 0 \\ \mathbf{D} & 4 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right]$$

Azaz a transzformációt folytatni kell, nem lehet itt megállni.

Az egyszer lefedett elemekkel nem kezdünk semmit, a legkisebb nem lefedett elemet levonjuk a nem lefedett elemekből, és a kétszer lefedett elemekhez hozzáadjuk:

$$\begin{array}{c|cccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 2 & 4 & 2 \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 2 & 3 \\ \textbf{C} & 1 & 2 & 0 & 0 \\ \textbf{D} & 4 & 0 & 2 & 1 \end{array} \longmapsto \begin{array}{c|cccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 2 & 3 & 1 \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 1 & 2 \\ \textbf{C} & 2 & 3 & 0 & 0 \\ \textbf{D} & 4 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

A második vertikális-horizontális vonalakkal történő lefedési próbálkozás:

$$\begin{array}{c|cccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 2 & 3 & 1 \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 1 & 2 \\ \textbf{C} & 2 & 3 & 0 & 0 \\ \textbf{D} & 4 & 0 & 1 & 0 \end{array} \longmapsto \begin{array}{c|cccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 2 & 3 & 1 \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 1 & 2 \\ \textbf{C} & 2 & 3 & 0 & 0 \\ \textbf{D} & 4 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Azaz a transzformációt folytatni kell, nem lehet itt megállni. Az egyszer lefedett elemekkel nem kezdünk semmit, a legkisebb nem lefedett elemet levonjuk a nem lefedett elemekből, és a kétszer lefedett elemekhez hozzáadjuk:

$$\begin{array}{c|cccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 2 & 3 & 1 \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 1 & 2 \\ \textbf{C} & 2 & 3 & 0 & 0 \\ \textbf{D} & 4 & 0 & 1 & 0 \end{array} \longmapsto \begin{array}{c|cccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 1 & 2 & 0 \\ \textbf{B} & 0 & 3 & 0 & 1 \\ \textbf{C} & 3 & 3 & 0 & 0 \\ \textbf{D} & 5 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

A lefedés ekkor már csak 4 vonallal lenne sikeres, ekkor a megoldás:

$$\left[\begin{array}{cccc} \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{A} & \textbf{D} & \textbf{B} & \textbf{C} \end{array}\right]$$

b.) (2 pont) Mekkora ekkor az összköltség?

$$\sum COST = 2 + 2 + 3 + 2 = 9$$

c.) (8 pont) Az E város kissé megkésve adta le a pályázatát, de a bizottság úgy dönt, hogy meg kell vizsgálni azt, hogy nem érné-e meg valamelyik központot az E városba telepíteni. Az E városba telepítés költségei (ezer euróban):

$$\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{E} & 4 & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

Telepíthet-e az E város telefonközpontot? Ha igen, melyiket? Ha nem elegendő lenne-e az ide telepítéshez, ha a költségek felét a város átvállalná?

A kiinduló mátrix az alábbi lesz egy fiktív oszloppal:

$$\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} & \mathbf{TX} \\ \hline \mathbf{A} & 2 & 4 & 6 & 5 & M \\ \mathbf{B} & 1 & 5 & 3 & 4 & M \\ \mathbf{C} & 3 & 4 & 2 & 2 & M \\ \mathbf{D} & 6 & 2 & 4 & 3 & M \\ \mathbf{E} & 4 & 1 & 3 & 2 & M \end{array}$$

A cél minimalizáció, átírásra nincsen szükség. Első lépésben minden sorban minden elemből levonjuk az adott sorban található legkisebb elemet:

$$\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} & \mathbf{TX} \\ \hline \mathbf{A} & 2 & 4 & 6 & 5 & M \\ \mathbf{B} & 1 & 5 & 3 & 4 & M \\ \mathbf{C} & 3 & 4 & 2 & 2 & M \\ \mathbf{D} & 6 & 2 & 4 & 3 & M \\ \mathbf{E} & 4 & 1 & 3 & 2 & M \end{array} \longmapsto \begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} & \mathbf{TX} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 4 & 3 & M \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 2 & 3 & M \\ \mathbf{C} & 1 & 2 & 0 & 0 & M \\ \mathbf{D} & 4 & 0 & 2 & 1 & M \\ \mathbf{E} & 3 & 0 & 2 & 1 & M \end{array}$$

Az első vertikális-horizontális vonalakkal történő lefedési próbálkozás:

$$\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} & \mathbf{TX} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 4 & 3 & M \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 2 & 3 & M \\ \mathbf{C} & 1 & 2 & 0 & 0 & M \\ \mathbf{D} & 4 & 0 & 2 & 1 & M \\ \mathbf{E} & 3 & 0 & 2 & 1 & M \end{array} \longmapsto \begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} & \mathbf{TX} \\ \hline \mathbf{A} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & 4 & 3 & M \\ \mathbf{B} & {\color{red}0} & {\color{red}4} & 2 & 3 & M \\ \mathbf{C} & {\color{red}1} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & {\color{red}0} & {\color{red}M} \\ \mathbf{D} & {\color{red}4} & {\color{red}0} & 2 & 1 & M \\ \mathbf{E} & {\color{red}3} & {\color{red}0} & 2 & 1 & M \end{array}$$

Azaz a transzformációt folytatni kell, nem lehet itt megállni.

Az egyszer lefedett elemekkel nem kezdünk semmit, a legkisebb nem lefedett elemet levonjuk a nem lefedett elemekből, és a kétszer lefedett elemekhez hozzáadjuk:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} & \textbf{TX} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 2 & 4 & 3 & M \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 2 & 3 & M \\ \textbf{C} & 1 & 2 & 0 & 0 & M \\ \textbf{D} & 4 & 0 & 2 & 1 & M \\ \textbf{E} & 3 & 0 & 2 & \mathbf{1} & M \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} & \textbf{TX} \\ \hline \textbf{A} & 0 & 2 & 3 & 2 & M \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 1 & 2 & M \\ \textbf{C} & 2 & 3 & 0 & 0 & M \\ \textbf{D} & 4 & 0 & 1 & 0 & M \\ \textbf{E} & 3 & 0 & 1 & 0 & M \end{array}\right]$$

A lefedés ekkor már csak 4 vonallal lenne sikeres, ekkor egy lehetséges megoldás:

$$\left[\begin{array}{cccc} \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{B} & \textbf{E} & \textbf{C} & \textbf{D} \end{array}\right]$$

d.) (2 pont) Mekkora ekkor az összköltség?

$$\sum COST = 2 + 1 + 2 + 2 = 7$$

2008.01.07.B. 1. feladat

Négy telefonközpont kell egy ország négy városába telepíteni. Az A,B,C,D város pályázott ezekre a telefonközpontokra. Mindegyik városban csak egy telefonközpont létesülhet. Az alábbi táblázatban láthatjuk a telefonközpontok létesítéseinek költségeit (ezer euróban):

	T1	**T2**	**T3**	**T4**
A	6	7	4	4
B	4	8	11	9
C	11	4	8	6
D	2	9	6	8

a.) (8 pont) Melyik telefonközpontot hova telepítsék hogy az összköltség minimális legyen?

A cél minimalizáció, átírásra nincsen szükség. Első lépésben minden sorban minden elemből levonjuk az adott sorban található legkisebb elemet:

	T1	**T2**	**T3**	**T4**
A	6	7	4	4
B	4	8	11	9
C	11	4	8	6
D	2	9	6	8

$\longmapsto$

	T1	**T2**	**T3**	**T4**
A	2	3	0	0
B	0	4	7	5
C	7	0	4	2
D	0	7	4	6

Minden sorban, és minden oszlopban van nulla, nem kell oszlop szerinti levonásokat végrehajtani. Az első vertikális-horizontális vonalakkal történő lefedési próbálkozás:

	T1	**T2**	**T3**	**T4**
A	2	3	0	0
B	0	4	7	5
C	7	0	4	2
D	0	7	4	6

$\longmapsto$

	T1	**T2**	**T3**	**T4**
A	2	3	0	0
B	0	4	7	5
C	7	0	4	2
D	0	7	4	6

Azaz a transzformációt folytatni kell, nem lehet itt megállni.

Az egyszer lefedett elemekkel nem kezdünk semmit, a legkisebb nem lefedett elemet levonjuk a nem lefedett elemekből, és a kétszer lefedett elemekhez hozzáadjuk:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & {\color{red}2} & {\color{red}3} & {\color{red}0} & {\color{red}0} \\ \mathbf{B} & {\color{red}0} & {\color{red}4} & 7 & 5 \\ \mathbf{C} & {\color{red}7} & {\color{red}0} & 4 & {\color{blue}2} \\ \mathbf{D} & {\color{red}0} & {\color{red}7} & 4 & 6 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 4 & 5 & 0 & 0 \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 5 & 3 \\ \mathbf{C} & 7 & 0 & 2 & 0 \\ \mathbf{D} & 0 & 7 & 2 & 4 \end{array}\right]$$

A második vertikális-horizontális vonalakkal történő lefedési próbálkozás:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 4 & 5 & 0 & 0 \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 5 & 3 \\ \mathbf{C} & 7 & 0 & 2 & 0 \\ \mathbf{D} & 0 & 7 & 2 & 4 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & {\color{red}4} & {\color{red}5} & {\color{red}0} & {\color{red}0} \\ \mathbf{B} & {\color{red}0} & 4 & 5 & 3 \\ \mathbf{C} & {\color{red}7} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}0} \\ \mathbf{D} & {\color{red}0} & 7 & 2 & 4 \end{array}\right]$$

Azaz a transzformációt folytatni kell, nem lehet itt megállni. Az egyszer lefedett elemekkel nem kezdünk semmit, a legkisebb nem lefedett elemet levonjuk a nem lefedett elemekből, és a kétszer lefedett elemekhez hozzáadjuk:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & {\color{red}4} & {\color{red}5} & {\color{red}0} & {\color{red}0} \\ \mathbf{B} & {\color{red}0} & 4 & 5 & 3 \\ \mathbf{C} & {\color{red}7} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}0} \\ \mathbf{D} & {\color{red}0} & 7 & {\color{blue}2} & 4 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{A} & 6 & 5 & 0 & 0 \\ \mathbf{B} & 0 & 2 & 3 & 1 \\ \mathbf{C} & 9 & 0 & 2 & 0 \\ \mathbf{D} & 0 & 5 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

A lefedés ekkor már csak 4 vonallal lenne sikeres, ekkor a megoldás:

$$\left[\begin{array}{cccc} \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{A} \end{array}\right]$$

b.) (2 pont) Mekkora ekkor az összköltség?

$$\sum COST = 4 + 4 + 6 + 4 = 18$$

c.) (8 pont) Az E város kissé megkésve adta le a pályázatát, de a bizottság úgy dönt, hogy meg kell vizsgálni azt, hogy nem érné-e meg valamelyik központot az E városba telepíteni. Az E városba telepítés költségei (ezer euróban):

$$\left[\begin{array}{ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} \\ \hline \textbf{E} & 7 & 2 & 6 & 4 \end{array}\right]$$

Telepíthet-e az E város telefonközpontot? Ha igen, melyiket? Ha nem elegendő lenne-e az ide telepítéshez, ha a költségek felét a város átvállalná?

A kiinduló mátrix az alábbi lesz egy fiktív oszloppal:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} & \textbf{TX} \\ \hline \textbf{A} & 6 & 7 & 4 & 4 & M \\ \textbf{B} & 4 & 8 & 11 & 9 & M \\ \textbf{C} & 11 & 4 & 8 & 6 & M \\ \textbf{D} & 2 & 9 & 6 & 8 & M \\ \textbf{E} & 7 & 2 & 6 & 4 & M \end{array}\right]$$

A cél minimalizáció, átírásra nincsen szükség. Első lépésben minden sorban minden elemből levonjuk az adott sorban található legkisebb elemet:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} & \textbf{TX} \\ \hline \textbf{A} & 6 & 7 & 4 & 4 & M \\ \textbf{B} & 4 & 8 & 11 & 9 & M \\ \textbf{C} & 11 & 4 & 8 & 6 & M \\ \textbf{D} & 2 & 9 & 6 & 8 & M \\ \textbf{E} & 7 & 2 & 6 & 4 & M \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} & \textbf{TX} \\ \hline \textbf{A} & 2 & 3 & 0 & 0 & M \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 7 & 5 & M \\ \textbf{C} & 7 & 0 & 4 & 2 & M \\ \textbf{D} & 0 & 7 & 4 & 6 & M \\ \textbf{E} & 5 & 0 & 4 & 2 & M \end{array}\right]$$

Az első vertikális-horizontális vonalakkal történő lefedési próbálkozás:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} & \textbf{TX} \\ \hline \textbf{A} & 2 & 3 & 0 & 0 & M \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 7 & 5 & M \\ \textbf{C} & 7 & 0 & 4 & 2 & M \\ \textbf{D} & 0 & 7 & 4 & 6 & M \\ \textbf{E} & 5 & 0 & 4 & 2 & M \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{T1} & \textbf{T2} & \textbf{T3} & \textbf{T4} & \textbf{TX} \\ \hline \textbf{A} & 2 & 3 & 0 & 0 & M \\ \textbf{B} & 0 & 4 & 7 & 5 & M \\ \textbf{C} & 7 & 0 & 4 & 2 & M \\ \textbf{D} & 0 & 7 & 4 & 6 & M \\ \textbf{E} & 5 & 0 & 4 & 2 & M \end{array}\right]$$

Azaz a transzformációt folytatni kell, nem lehet itt megállni.

Az egyszer lefedett elemekkel nem kezdünk semmit, a legkisebb nem lefedett elemet levonjuk a nem lefedett elemekből, és a kétszer lefedett elemekhez hozzáadjuk:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} & \mathbf{TX} \\ \hline \mathbf{A} & 2 & 3 & 0 & 0 & M \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 7 & 5 & M \\ \mathbf{C} & 7 & 0 & 4 & 2 & M \\ \mathbf{D} & 0 & 7 & 4 & 6 & M \\ \mathbf{E} & 5 & 0 & 4 & 2 & M \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} & \mathbf{TX} \\ \hline \mathbf{A} & 4 & 5 & 0 & 0 & M \\ \mathbf{B} & 0 & 4 & 5 & 3 & M \\ \mathbf{C} & 7 & 0 & 2 & 0 & M \\ \mathbf{D} & 0 & 7 & 2 & 4 & M \\ \mathbf{E} & 5 & 0 & 2 & 0 & M \end{array}\right]$$

A lefedés ekkor már csak 4 vonallal lenne sikeres, ekkor egy lehetséges megoldás:

$$\left[\begin{array}{cccc} \mathbf{T1} & \mathbf{T2} & \mathbf{T3} & \mathbf{T4} \\ \hline \mathbf{D} & \mathbf{E} & \mathbf{A} & \mathbf{C} \end{array}\right]$$

d.) (2 pont) Mekkora ekkor az összköltség?

$$\sum COST = 2 + 2 + 4 + 6 = 14$$

2009.01.14.A. 3. feladat

Egy kosárlabda edző az A,B,C,D és E játékosokat akarja a kezdő ötösben szerepeltetni. A taktika szerint egy irányítóval, egy jobb bedobóval, egy bal bedobóval, egy védővel és egy centerrel szeretnének játszani. Az edző játékosait magasságuk, sebességük és egyéb képességeik alapján egy 1-10-es skálán a következőképpen értékeli az egyes posztokon:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
Irányító	6	5	2	2	6
Jobb	3	6	5	6	5
Bal	6	6	4	5	4
Védő	5	3	6	4	3
Center	2	3	6	3	2

Az edző a posztokat úgy szeretné kiosztani az egyes játékosok között kiosztani, hogy a csapat összértékelése maximális legyen.

a.) (12 pont) Fogalmazza meg a feladatot hozzárendelési problémaként, és a magyar módszerrel határozzon meg egy optimális megoldást!

Első lépésben a feladatot a maximalizáció miatt átírjuk:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
Irányító	6	5	2	2	6
Jobb	3	6	5	6	5
Bal	6	6	4	5	4
Védő	5	3	6	4	3
Center	2	3	6	3	2

$\longmapsto$

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
Irányító	0	1	4	4	0
Jobb	3	0	1	0	1
Bal	0	0	2	1	2
Védő	1	3	0	2	3
Center	4	3	0	3	4

Az első lefedési kísérlet vertikális és horizontális vonalakkal:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
Irányító	0	1	4	4	0
Jobb	3	0	1	0	1
Bal	0	0	2	1	2
Védő	1	3	0	2	3
Center	4	3	0	3	4

$\longmapsto$

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
Irányító	0	1	4	4	0
Jobb	3	0	1	0	1
Bal	0	0	2	1	2
Védő	1	3	0	2	3
Center	4	3	0	3	4

A lefedési kísérlet sikeres volt 4 vonallal is, újabb redukció szükséges. A legkisebb nem lefedett elemet kivonjuk a nem lefedett elemekből, és hozzáadjuk a kétszer lefedett elemekhez.

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ \textbf{Center} & 4 & 3 & 0 & 3 & 4 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 5 & 4 & 0 \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ \textbf{Védő} & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ \textbf{Center} & 3 & 2 & 0 & 2 & 3 \end{array}\right]$$

A második lefedési kísérlet már csak 5 vonallal történhet meg. Van optimális megoldás ekkor:

A - védő, B - bal, C - center, D - jobb, E - irányító

Ekkor a maximalizált összértékelés:

$$\sum EFFICIENCY = 5 + 6 + 6 + 6 + 6 = 29$$

b.) (4 pont) Létezik-e alternatív optimális megoldás?

Az irányító posztja kötött, és D illetve E csak egy posztra alkalmas, ezért nincsen.

c.) (4 pont) Az E játékos apróbb sérülést szenved, ami miatt az irányító feladatát nem tudja ellátni. Át lehet-e a csapatot úgy szervezni, hogy az értékelés ne csökkenjen?
Első lépésben a feladatot a maximalizáció miatt átírjuk:[1]

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 6 & 5 & 2 & 2 & X \\ \textbf{Jobb} & 3 & 6 & 5 & 6 & 5 \\ \textbf{Bal} & 6 & 6 & 4 & 5 & 4 \\ \textbf{Védő} & 5 & 3 & 6 & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 2 & 3 & 6 & 3 & 2 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 4 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ \textbf{Center} & 4 & 3 & 0 & 3 & 4 \end{array}\right]$$

[1] Ahol M, a végtelent vagy egy tetszőlegesen magas prolibitív költséget jelöl.

Az első lefedési kísérlet vertikális és horizontális vonalakkal:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 4 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ \textbf{Center} & 4 & 3 & 0 & 3 & 4 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}4 & \color{red}4 & M \\ \textbf{Jobb} & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}0 & 1 \\ \textbf{Bal} & \color{red}0 & \color{red}0 & \color{red}2 & \color{red}1 & 2 \\ \textbf{Védő} & \color{red}1 & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}2 & 3 \\ \textbf{Center} & \color{red}4 & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}3 & 4 \end{array}\right]$$

A lefedési kísérlet négy vonallal is sikeres, az első redukciós lépés:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}4 & \color{red}4 & M \\ \textbf{Jobb} & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}0 & \color{blue}1 \\ \textbf{Bal} & \color{red}0 & \color{red}0 & \color{red}2 & \color{red}1 & 2 \\ \textbf{Védő} & \color{red}1 & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}2 & 3 \\ \textbf{Center} & \color{red}4 & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}3 & 4 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 4 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 2 & 2 \\ \textbf{Center} & 4 & 3 & 0 & 3 & 3 \end{array}\right]$$

Az újabb lefedési kísérlethez megint négy vonal elegendő lesz:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 4 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 2 & 2 \\ \textbf{Center} & 4 & 3 & 0 & 3 & 3 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}4 & \color{red}4 & \color{red}M \\ \textbf{Jobb} & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}0 & \color{red}0 \\ \textbf{Bal} & \color{red}0 & \color{red}0 & \color{red}2 & \color{red}1 & \color{red}1 \\ \textbf{Védő} & 1 & 2 & \color{red}0 & 2 & 2 \\ \textbf{Center} & 4 & 3 & \color{red}0 & 3 & 3 \end{array}\right]$$

Az ezt követő redukált mátrix az alábbi:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}4 & \color{red}4 & \color{red}M \\ \textbf{Jobb} & \color{red}3 & \color{red}0 & \color{red}1 & \color{red}0 & \color{red}0 \\ \textbf{Bal} & \color{red}0 & \color{red}0 & \color{red}2 & \color{red}1 & \color{red}1 \\ \textbf{Védő} & 1 & 2 & \color{red}0 & 2 & 2 \\ \textbf{Center} & 4 & 3 & \color{red}0 & 3 & 3 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 5 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Center} & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right]$$

Az újabb lefedési kísérlethez megint négy vonal elegendő lesz:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 5 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Center} & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 5 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Center} & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right]$$

Az ezt követő redukált mátrix az alábbi lesz:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 5 & 4 & M \\ \textbf{Jobb} & 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Center} & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right] \longmapsto \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 5 & 3 & M \\ \textbf{Jobb} & 4 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ \textbf{Bal} & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \textbf{Center} & 3 & 2 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Ekkor az újabb lefedési kísérlet csak 5 vonallal lehet sikeres, ekkor az optimális megoldás:

A - irányító, B - bal, C - center, D - jobb, E - védő

A - irányító, B - bal, C - center, D - védő, E - jobb

Ekkor a maximalizált összértékelés:

$$\sum EFFICIENCY = 6 + 6 + 6 + 4 + 5 = 27$$

2009.01.14.C. 3. feladat

Egy kosárlabda edző az A,B,C,D és E játékosokat akarja a kezdő ötösben szerepeltetni. A taktika szerint egy irányítóval, két bedobóval, egy védővel és egy centerrel szeretnének játszani. Az edző a játékosait magasságuk és képességük alapján egy 1-10-es skálán a következőképpen értékeli az egyes posztokon:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 9 & 7 & 4 & 3 & 8 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Védő} & 7 & 5 & 8 & 4 & 5 \\ \textbf{Center} & 3 & 5 & 9 & 7 & 4 \end{array}\right]$$

Az edző a posztokat úgy szeretné az egyes játékosok között kiosztani, hogy a csapat összértékelése maximális legyen.

a.) (12 pont) Fogalmazza meg a feladatot hozzárendelési problémaként, és a magyar módszerrel határozzon meg egy optimális posztkiosztást.

Első lépésben felírunk egy hozzárendelési feladatot:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 9 & 7 & 4 & 3 & 8 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Védő} & 7 & 5 & 8 & 4 & 5 \\ \textbf{Center} & 3 & 5 & 9 & 7 & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 9 & 7 & 4 & 3 & 8 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Védő} & 7 & 5 & 8 & 4 & 5 \\ \textbf{Center} & 3 & 5 & 9 & 7 & 4 \end{array}\right]$$

Második lépésben végrehajtjuk a költségredukciót, ügyelve arra, hogy minimalizáció a célunk:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 9 & 7 & 4 & 3 & 8 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Védő} & 7 & 5 & 8 & 4 & 5 \\ \textbf{Center} & 3 & 5 & 9 & 7 & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 5 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet négy vonallal is sikeres:

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 5 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & 0 & 2 & 5 \end{array} \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}5} & {\color{red}6} & {\color{red}1} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & {\color{red}0} & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & {\color{red}0} & 2 & 5 \end{array} \end{bmatrix}$$

A második költségredukciós lépés ekkor az alábbi:

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}5} & {\color{red}6} & {\color{red}1} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & {\color{red}0} & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & {\color{red}0} & 2 & 5 \end{array} \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 6 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & 5 & 3 & 0 & 1 & 4 \end{array} \end{bmatrix}$$

A második lefedési kísérlet négy vonallal sikeres:

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 6 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & 5 & 3 & 0 & 1 & 4 \end{array} \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}6} & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}0} & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & {\color{red}5} & 3 & {\color{red}0} & 1 & 4 \end{array} \end{bmatrix}$$

A harmadik költségredukciós lépés:

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}6} & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}0} & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & {\color{red}5} & 3 & {\color{red}0} & 1 & 4 \end{array} \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 6 & 5 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ \textbf{Center} & 5 & 2 & 0 & 0 & 3 \end{array} \end{bmatrix}$$

Ekkor a lefedés csak 5 vonallal lehetséges, ekkor egy optimális megoldás:

A - Irányító, B - Bedobó, C- Védő, D - Center, E - Bedobó

A maximális összértékelés:

$$\sum EFFICIENCY = 9 + 9 + 8 + 7 + 9 = 42$$

b.) (4 pont) Van-e alternatív optimális megoldás? Ha igen, adjon meg egyet közülük!
A kötött nullák miatt, csak a két bedobó szerepe cserélhető meg.
c. (4 pont) A D játékos apróbb sérülést szenved, ami miatt a center feladatát nem tudja ellátni, de bármi mást ugyanúgy, mint egyébként. Át lehet-e a csapatot úgy szervezni, hogy az összértékelés ne csökkenjen?
Első lépésben végrehajtjuk a költségredukciót, ügyelve arra, hogy minimalizáció a célunk:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 9 & 7 & 4 & 3 & 8 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Bedobó} & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\ \textbf{Védő} & 7 & 5 & 8 & 4 & 5 \\ \textbf{Center} & 3 & 5 & 9 & M & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 5 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & 0 & M & 5 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet négy vonallal is sikeres:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 5 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & 0 & M & 5 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 5 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & 0 & M & 5 \end{array}\right]$$

A második költségredukciós lépés ekkor az alábbi:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 5 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 1 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ \textbf{Center} & 6 & 4 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 6 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & 5 & 3 & 0 & M & 4 \end{array}\right]$$

A második lefedési kísérlet négy vonallal sikeres:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 2 & 6 & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & 5 & 3 & 0 & M & 4 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}6} & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}0} & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & {\color{red}5} & 3 & {\color{red}0} & M & 4 \end{array}\right]$$

A harmadik költségredukciós lépés:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}6} & 6 & 1 \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}3} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}0} & 3 & 2 \\ \textbf{Center} & {\color{red}5} & 3 & {\color{red}0} & M & 4 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 6 & 5 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ \textbf{Center} & 5 & 2 & 0 & M & 3 \end{array}\right]$$

A harmadik lefedési kísérlet sikeres négy vonallal is:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 6 & 5 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ \textbf{Center} & 5 & 2 & 0 & M & 3 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}6} & 5 & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & {\color{red}4} & 1 & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & {\color{red}4} & 1 & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}1} \\ \textbf{Center} & {\color{red}5} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & M & {\color{red}3} \end{array}\right]$$

A negyedik költségredukciós lépés:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}6} & 5 & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & {\color{red}4} & 1 & {\color{red}0} \\ \textbf{Bedobó} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & {\color{red}4} & 1 & {\color{red}0} \\ \textbf{Védő} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & 2 & {\color{red}1} \\ \textbf{Center} & {\color{red}5} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & M & {\color{red}3} \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline \textbf{Irányító} & 0 & 1 & 6 & 4 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ \textbf{Bedobó} & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ \textbf{Védő} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Center} & 5 & 2 & 0 & M & 3 \end{array}\right]$$

Ekkor a lefedés csak 5 vonallal lehetséges, ekkor egy optimális megoldás:

A - Védő, B - Bedobó, C- Center, D - Bedobó, E - Irányító

A maximális összértékelés:

$$\sum EFFICIENCY = 8 + 9 + 8 + 7 + 9 = 41$$

2010.01.20. A. 4. feladat

A Mikulás egy család négy gyerekének szeretne ajándékot adni. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az egyes gyerekek egy 0-tól 10-ig terjedő skálán mérve mennyire örülnének az egyes ajándékoknak.

	Aladár	**Béla**	**Cecil**	**Dóra**
Plüssmaci	3	1	6	7
Bonbon	8	5	2	4
Labda	7	8	5	0
Lego	2	7	3	4

A Mikulás úgy szeretné elosztani az ajándékokat a gyerekek között, hogy mindenkinek jusson egy ajándék és az összesített öröm maximális legyen (a táblázatba írt számokat alapul véve).

a.) (10 pont) Oldja meg a feladatot a magyar módszerrel! A megoldás során kapott táblázatokban jelölje be a független nullákat és ha szükséges a fedővonalakat!

Az első költség redukciós lépés, a maximalizációt figyelembe véve:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 3 & 1 & 6 & 7 \\ \textbf{Bonbon} & 8 & 2 & 5 & 4 \\ \textbf{Labda} & 7 & 8 & 5 & 0 \\ \textbf{Lego} & 2 & 7 & 3 & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 4 & 6 & 1 & 0 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 6 & 3 & 4 \\ \textbf{Labda} & 1 & 0 & 3 & 8 \\ \textbf{Lego} & 5 & 0 & 4 & 3 \end{array}\right]$$

Az oszlop irányban történő redukció:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 4 & 6 & 1 & 0 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 6 & 3 & 4 \\ \textbf{Labda} & 1 & 0 & 3 & 8 \\ \textbf{Lego} & 5 & 0 & 4 & 3 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 4 & 6 & 0 & 0 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 6 & 2 & 4 \\ \textbf{Labda} & 1 & 0 & 2 & 8 \\ \textbf{Lego} & 5 & 0 & 3 & 3 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet három vonallal is sikeres:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 4 & 6 & 0 & 0 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 6 & 2 & 4 \\ \textbf{Labda} & 1 & 0 & 2 & 8 \\ \textbf{Lego} & 5 & 0 & 3 & 3 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 4 & 6 & 0 & 0 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 6 & 2 & 4 \\ \textbf{Labda} & 1 & 0 & 2 & 8 \\ \textbf{Lego} & 5 & 0 & 3 & 3 \end{array}\right]$$

A második redukciós lépés után a mátrix:

$$\begin{array}{r|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 4 & 6 & 0 & 0 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 6 & 2 & 4 \\ \textbf{Labda} & 1 & 0 & 2 & 8 \\ \textbf{Lego} & 5 & 0 & 3 & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 6 & 8 & 0 & 0 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 6 & 0 & 2 \\ \textbf{Labda} & 1 & 0 & 0 & 6 \\ \textbf{Lego} & 5 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Ekkor a lefedés már csak 4 vonallal lenne sikeres.

b.) (4 pont) Az optimális megoldásban melyik gyerek melyik ajándékot kapja?

A - Bonbon, B - Lego, C - Labda, D - Plüssmaci

c.) (2 pont) Hány optimális megoldás van?

A kötött nullák miatt csak egy.

d.) (4 pont) Mekkora az optimumban az összesített örömük?

$$\sum PROFIT = 8 + 7 + 5 + 7 = 27$$

e.) (2 pont) Kik azok a gyerekek, akik irigylik legalább egy testvérük ajándékát az optimális hozzárendelésben, (azaz, ha a testvérének jutott ajándékot kapta volna, jobban örülne)?

Cecil a macinak, Béla a Labdának.

2010.01.20. B. 4. feladat

A Mikulás egy család négy gyerekének szeretne ajándékot adni. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az egyes gyerekek egy 0-tól 10-ig terjedő skálán mérve mennyire örülnének az egyes ajándékoknak.

	András	**Berci**	**Cecil**	**Dani**
Kártya	7	3	1	6
Sakk	4	8	5	2
Labda	0	7	8	5
Korcsolya	4	2	7	3

A Mikulás úgy szeretné elosztani az ajándékokat a gyerekek között, hogy mindenkinek jusson egy ajándék és az összesített öröm maximális legyen (a táblázatba írt számokat alapul véve).
a.) (10 pont) Oldja meg a feladatot a magyar módszerrel! A megoldás során kapott táblázatokban jelölje be a független nullákat és ha szükséges a fedővonalakat!
Az első költség redukciós lépés, a maximalizációt figyelembe véve:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & 7 & 3 & 1 & 6 \\ \textbf{Sakk} & 4 & 8 & 5 & 2 \\ \textbf{Labda} & 0 & 7 & 8 & 5 \\ \textbf{Korcsolya} & 4 & 2 & 7 & 3 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & 0 & 4 & 6 & 1 \\ \textbf{Sakk} & 4 & 0 & 3 & 6 \\ \textbf{Labda} & 8 & 1 & 0 & 3 \\ \textbf{Korcsolya} & 4 & 6 & 0 & 5 \end{array}\right]$$

Az oszlop irányban történő redukció:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & 0 & 4 & 6 & 1 \\ \textbf{Sakk} & 4 & 0 & 3 & 6 \\ \textbf{Labda} & 8 & 1 & 0 & 3 \\ \textbf{Korcsolya} & 4 & 6 & 0 & 5 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & 0 & 4 & 6 & 0 \\ \textbf{Sakk} & 4 & 0 & 3 & 5 \\ \textbf{Labda} & 8 & 1 & 0 & 2 \\ \textbf{Korcsolya} & 4 & 6 & 0 & 4 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet három vonallal is sikeres:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & 0 & 4 & 6 & 0 \\ \textbf{Sakk} & 4 & 0 & 3 & 5 \\ \textbf{Labda} & 8 & 1 & 0 & 2 \\ \textbf{Korcsolya} & 4 & 6 & 0 & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & {\color{red}0} & {\color{red}4} & {\color{red}6} & {\color{red}0} \\ \textbf{Sakk} & 4 & {\color{red}0} & {\color{red}3} & 5 \\ \textbf{Labda} & 8 & {\color{red}1} & {\color{red}0} & 2 \\ \textbf{Korcsolya} & 4 & {\color{red}6} & {\color{red}0} & 4 \end{array}\right]$$

A második redukciós lépés után a mátrix:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & 0 & 4 & 6 & 0 \\ \textbf{Sakk} & 4 & 0 & 3 & 5 \\ \textbf{Labda} & 8 & 1 & 0 & 2 \\ \textbf{Korcsolya} & 4 & 6 & 0 & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \\ \hline \textbf{Kártya} & 0 & 4 & 6 & 0 \\ \textbf{Sakk} & 2 & 0 & 3 & 3 \\ \textbf{Labda} & 6 & 1 & 0 & 0 \\ \textbf{Korcsolya} & 2 & 6 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

Ekkor a lefedés már csak 4 vonallal lenne sikeres.

b.) (4 pont) Az optimális megoldásban melyik gyerek melyik ajándékot kapja?

A - Kártya, B - Sakk, C - Korcsolya, D - Labda

c.) (2 pont) Hány optimális megoldás van?

A kötött nullák miatt csak egy.

d.) (4 pont) Mekkora az optimumban az összesített örömük?

$$\sum PROFIT = 7 + 8 + 5 + 7 = 27$$

e.) (2 pont) Kik azok a gyerekek, akik irigylik legalább egy testvérük ajándékát az optimális hozzárendelésben, (azaz, ha a testvérének jutott ajándékot kapta volna, jobban örülne)?

Cecil a labdát, Dani a kártyát

2011.12.22.A. 2. feladat

Egy csoportos házi dolgozat megírásakor 4 hallgatónak (Kati, Gabi, Vera és Éva) kell felosztania a feladatokat. A házi dolgozat összeállításához szükség van arra, hogy valaki anyagot gyűjtsön, valaki írjon, valakinek meg kell formáznia az elkészült dokumentumot, valakinek pedig ki kell azt nyomtatnia és leadnia. Mindez különböző időt igényel mindegyikük esetében. A feladatok kiosztását viszont az is bonyolítja, hogy a házi dolgozatot angol nyelven kell beadni, és Gabi nem beszél angolul, így nem is tudja elvállalni sem az anyaggyűjtés, sem az írás feladatát. A leadás feladatát pedig Vera nem tudja elvégezni, mivel máshol kell aznap lennie.

a.) (6 pont) Hogyan osszák szét a hallgatók a feladatokat, ha a házi dolgozat elkészítéséhez felhasznált időt minimalizálni akarják? Az egyes feladatok elvégzéséhez szükséges időt (órában megadva) az alábbi táblázat tartalmazza:

	Anyaggyűjtés	**Írás**	**Formázás**	**Nyomtatás Leadás**
Kati	5	12	2	3
Gabi	X	X	3	2
Vera	4	15	1	X
Éva	2	10	1	2

A feladatot a magyar módszerrel oldja meg, és minden lépést külön táblázattal adjon meg.

Az első redukciós lépés a sorokban:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 5 & 12 & 2 & 3 \\ \textbf{Gabi} & X & X & 3 & 2 \\ \textbf{Vera} & 4 & 15 & 1 & X \\ \textbf{Éva} & 2 & 10 & 1 & 2 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 3 & 10 & 0 & 1 \\ \textbf{Gabi} & X & X & 1 & 0 \\ \textbf{Vera} & 3 & 14 & 0 & X \\ \textbf{Éva} & 1 & 9 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

A második redukciós lépés az oszlopokban:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 3 & 10 & 0 & 1 \\ \textbf{Gabi} & X & X & 1 & 0 \\ \textbf{Vera} & 3 & 14 & 0 & X \\ \textbf{Éva} & 1 & 9 & 0 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 2 & 1 & 0 & 1 \\ \textbf{Gabi} & X & X & 1 & 0 \\ \textbf{Vera} & 2 & 5 & 0 & X \\ \textbf{Éva} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet három vonallal is sikeres lesz:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 2 & 1 & 0 & 1 \\ \textbf{Gabi} & X & X & 1 & 0 \\ \textbf{Vera} & 2 & 5 & 0 & X \\ \textbf{Éva} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 2 & 1 & \color{red}{0} & \color{red}{1} \\ \textbf{Gabi} & X & X & \color{red}{1} & \color{red}{0} \\ \textbf{Vera} & 2 & 5 & \color{red}{0} & \color{red}{X} \\ \textbf{Éva} & \color{red}{0} & \color{red}{0} & \color{red}{0} & \color{red}{1} \end{array}\right]$$

A további költség redukció:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 2 & 1 & \color{red}{0} & \color{red}{1} \\ \textbf{Gabi} & X & X & \color{red}{1} & \color{red}{0} \\ \textbf{Vera} & 2 & 5 & \color{red}{0} & \color{red}{X} \\ \textbf{Éva} & \color{red}{0} & \color{red}{0} & \color{red}{0} & \color{red}{1} \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{Kati} & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \textbf{Gabi} & X & X & 1 & 0 \\ \textbf{Vera} & 1 & 4 & 0 & X \\ \textbf{Éva} & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

Ekkor a lefedés már csak négy vonallal sikeres, az optimális hozzárendelés:

Kati - Írás, Gabi - Nyomtatás, Vera - Formázás, Éva - Anyaggyűjtés

b.) (1 pont) Mennyi időt kell a házi dolgozatra fordítani?

$$\sum TIME = 12 + 2 + 1 + 2 = 17 \text{ óra}$$

c.) (3 pont) Van-e, aki jobban örült volna egy másik feladatnak, mert azzal gyorsabban végzett volna? Ki, és mit csinált volna szívesebben?
Igen, van, Kati bármit szívesebben csinált volna, mint az írást, és Éva is inkább a formázást csinálta volna az anyaggyűjtés helyett.

2011.12.22.B. 2. feladat

Egy csoportos házi dolgozat megírásakor 4 hallgatónak (András, István, Ede és Zoli) kell felosztania a feladatokat. A házi dolgozat összeállításához szükség van arra, hogy valaki anyagot gyűjtsön, valaki írjon, valakinek meg kell formáznia az elkészült dokumentumot, valakinek pedig ki kell azt nyomtatnia és leadnia. Mindez különböző időt igényel mindegyikük esetében. A feladatok kiosztását viszont az is bonyolítja, hogy Andrásnak nincs könyvtári belépője, így az anyaggyűjtést nem tudja elvégezni, Ede pedig nem tud nyomtatni.

a.) (6 pont) Hogyan osszák szét a hallgatók a feladatokat, ha a házi dolgozat elkészítéséhez felhasznált időt minimalizálni akarják? Az egyes feladatok elvégzéséhez szükséges időt (órában megadva) az alábbi táblázat tartalmazza:

	Anyaggyűjtés	**Írás**	**Formázás**	**Nyomtatás Leadás**
András	X	10	2	2
István	5	12	3	1
Ede	6	11	2	X
Zoli	3	8	1	1

A feladatot a magyar módszerrel oldja meg, és minden lépést külön táblázattal adjon meg.

Az első redukciós lépés a sorokban:

$$\left[\begin{array}{l|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 10 & 2 & 2 \\ \textbf{István} & 5 & 12 & 3 & 1 \\ \textbf{Ede} & 6 & 11 & 2 & X \\ \textbf{Zoli} & 3 & 8 & 1 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{l|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 8 & 0 & 0 \\ \textbf{István} & 4 & 11 & 2 & 0 \\ \textbf{Ede} & 4 & 9 & 0 & X \\ \textbf{Zoli} & 2 & 7 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

A második redukciós lépés az oszlopokban:

$$\left[\begin{array}{l|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 8 & 0 & 0 \\ \textbf{István} & 4 & 11 & 2 & 0 \\ \textbf{Ede} & 4 & 9 & 0 & X \\ \textbf{Zoli} & 2 & 7 & 0 & 0 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{l|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 1 & 0 & 0 \\ \textbf{István} & 2 & 4 & 2 & 0 \\ \textbf{Ede} & 2 & 2 & 0 & X \\ \textbf{Zoli} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet három vonallal is sikeres lesz:

$$\begin{array}{r|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 1 & 0 & 0 \\ \textbf{István} & 2 & 4 & 2 & 0 \\ \textbf{Ede} & 2 & 2 & 0 & X \\ \textbf{Zoli} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 1 & 0 & 0 \\ \textbf{István} & 2 & 4 & 2 & 0 \\ \textbf{Ede} & 2 & 2 & 0 & X \\ \textbf{Zoli} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

A további költség redukció:

$$\begin{array}{r|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 1 & 0 & 0 \\ \textbf{István} & 2 & 4 & 2 & 0 \\ \textbf{Ede} & 2 & 2 & 0 & X \\ \textbf{Zoli} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|cccc} & \textbf{A} & \textbf{Í} & \textbf{F} & \textbf{NY} \\ \hline \textbf{András} & X & 0 & 0 & 0 \\ \textbf{István} & 1 & 3 & 2 & 0 \\ \textbf{Ede} & 1 & 1 & 0 & X \\ \textbf{Zoli} & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Ekkor a lefedés már csak négy vonallal sikeres, az optimális hozzárendelés:

András - Írás, István - Nyomtatás, Ede - Formázás, Zoli - Alapanyaggyűjtés

b.) (1 pont) Mennyi időt kell a házi dolgozatra fordítani?

$$\sum TIME = 10 + 3 + 1 + 2 = 16 \text{ óra}$$

c.) (3 pont) Van-e, aki jobban örült volna egy másik feladatnak, mert azzal gyorsabban végzett volna? Ki, és mit csinált volna szívesebben?

Igen, van, András szívesebben formázott vagy nyomtatott volna, Zoli szintén.

2012.01.16.C. 4. feladat

A Mikulás egy család négy gyerekének szeretne ajándékot adni. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az egyes gyerekek egy 1-től 10-ig terjedő skálán mérve mennyire örülnének az egyes ajándékoknak.

	Aladár	**Béla**	**Cecil**	**Dóra**
Plüssmaci	5	8	7	6
Bonbon	9	8	5	8
Labda	7	6	9	7
Lego	7	8	8	6

A Mikulás úgy szeretné elosztani az ajándékokat a gyerekek között, hogy mindenkinek jusson egy ajándék és az összesített öröm maximális legyen (a táblázatba írt számokat alapul véve).

a.) (8 pont) Oldjuk meg a feladatot magyar módszerrel ! A lépéseket külön táblázatokban jelöljük, a fedővonalakat mindig adjuk meg !

Az első redukciós tábla a maximalizációs célfüggvényt figyelembe véve:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 5 & 8 & 7 & 6 \\ \textbf{Bonbon} & 9 & 8 & 5 & 8 \\ \textbf{Labda} & 7 & 6 & 9 & 7 \\ \textbf{Lego} & 7 & 8 & 8 & 6 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 1 & 4 & 1 \\ \textbf{Labda} & 2 & 3 & 0 & 2 \\ \textbf{Lego} & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

Ekkor az oszlop irányban történő redukció is végrehajtható:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 1 & 4 & 1 \\ \textbf{Labda} & 2 & 3 & 0 & 2 \\ \textbf{Lego} & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 3 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 1 & 4 & 0 \\ \textbf{Labda} & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \textbf{Lego} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet három vonallal is sikeres:

$$\left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 3 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 1 & 4 & 0 \\ \textbf{Labda} & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \textbf{Lego} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \hline \textbf{Plüssmaci} & 3 & 0 & 1 & 1 \\ \textbf{Bonbon} & 0 & 1 & 4 & 0 \\ \textbf{Labda} & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \textbf{Lego} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

A következő redukciós lépés:

$$\begin{array}{r} \\ \textbf{Plüssmaci} \\ \textbf{Bonbon} \\ \textbf{Labda} \\ \textbf{Lego} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \\ \textbf{Plüssmaci} \\ \textbf{Bonbon} \\ \textbf{Labda} \\ \textbf{Lego} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \textbf{A} & \textbf{B} & \textbf{C} & \textbf{D} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

b.) (8 pont) Az optimális megoldásban melyik gyerek melyik ajándékot kapja?

Plüssmaci - B, Bonbon - A, Labda - C, Lego - D

vagy

Plüssmaci - B, Bonbon - D, Labda - C, Lego - A

vagy

Plüssmaci - D, Bonbon - A, Labda - C, Lego - B

c.) (2 pont) Mekkora optimumban az összesített örömük?

$$\sum PROFIT = 6 + 9 + 9 + 8 = 32$$

d.) (2 pont) Van-e az optimális megoldásban olyan gyerek, aki irigyli egyik testvére ajándékát (azaz, ha a testvérének jutott ajándékot kapta volna, jobban örülne)?
Van, a különféle megoldásokban rendre: Cecil irigyli Dóritól a labdát, Dóri irigyli Aladártól a bonbont,vagy Aladár irigyli Dóritól a bonbont, a harmadik megoldásban pedig Dóri irigyli Aladártól a bonbont és Ceciltől a labdát.

2012.01.16.A. 4. feladat

Öt jelentkező van (A,B,C,D,E) öt különböző adatbeviteli feladatra (X,Y,Z,U,V). Mindenki meg tud oldani minden feladatot. Mindenkit pontosan egy feladat elvégzésére kell kijelölni. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az egyes jelentkezők hány óra alatt tudják megoldani az adatbeviteli feladatokat:

	X	Y	Z	U	V
A	7	6	5	2	8
B	3	6	2	4	7
C	5	3	4	5	4
D	6	5	1	1	4
E	1	4	6	6	5

a.) (10 pont) Határozzon meg egy olyan hozzárendelést, hogy a felhasznált összidő minimális legyen! Használja a magyar módszert: minden lépésben adja meg a feladatkijelölést és a fedővonalakat (amennyiben szükség van rá)!

A sor irányú redukció:

	X	Y	Z	U	V
A	7	6	5	2	8
B	3	6	2	4	7
C	5	3	4	5	4
D	6	5	1	1	4
E	1	4	6	6	5

$\rightarrow$

	X	Y	Z	U	V
A	5	4	3	0	6
B	1	4	0	2	5
C	2	0	1	2	1
D	5	4	0	0	3
E	0	3	5	5	4

Az oszlopirányú redukció a mátrixon:

	X	Y	Z	U	V
A	5	4	3	0	6
B	1	4	0	2	5
C	2	0	1	2	1
D	5	4	0	0	3
E	0	3	5	5	4

$\rightarrow$

	X	Y	Z	U	V
A	5	4	3	0	5
B	1	4	0	2	4
C	2	0	1	2	0
D	5	4	0	0	2
E	0	3	5	5	3

Az első lefedési kísérlet négy vonallal is sikeres:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 4 & 3 & 0 & 5 \\ \mathbf{B} & 1 & 4 & 0 & 2 & 4 \\ \mathbf{C} & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ \mathbf{D} & 5 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ \mathbf{E} & 0 & 3 & 5 & 5 & 3 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & \color{red}{5} & 4 & \color{red}{3} & \color{red}{0} & 5 \\ \mathbf{B} & \color{red}{1} & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{2} & 4 \\ \mathbf{C} & \color{red}{2} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{2} & \color{red}{0} \\ \mathbf{D} & \color{red}{5} & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{0} & 2 \\ \mathbf{E} & \color{red}{0} & 3 & \color{red}{5} & \color{red}{5} & 3 \end{array}\right]$$

Ekkor egy újabb redukciót végrehajtva adódik az alábbi:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & \color{red}{5} & 4 & \color{red}{3} & \color{red}{0} & 5 \\ \mathbf{B} & \color{red}{1} & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{2} & 4 \\ \mathbf{C} & \color{red}{2} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{2} & \color{red}{0} \\ \mathbf{D} & \color{red}{5} & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{0} & 2 \\ \mathbf{E} & \color{red}{0} & 3 & \color{red}{5} & \color{red}{5} & 3 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 2 & 3 & 0 & 3 \\ \mathbf{B} & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ \mathbf{C} & 4 & 0 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{D} & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{E} & 0 & 1 & 5 & 5 & 1 \end{array}\right]$$

b.) (2 pont) Mennyi az a minimális idő, amely alatt a feladatok elvégezhetőek?

$$\sum TIME = 2 + 2 + 3 + 4 + 1 = 12 \text{ óra}$$

c.) (3 pont) Adjon meg egy optimális feladatkijelölést!

A: U B: Z C: Y D: V E: X

d.) (3 pont) Mennyivel csökken az összidő, ha az E jelentkező visszalép és valamelyik feladatot nem végezzük el?

A sor irányú redukció:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 7 & 6 & 5 & 2 & 8 \\ \mathbf{B} & 3 & 6 & 2 & 4 & 7 \\ \mathbf{C} & 5 & 3 & 4 & 5 & 4 \\ \mathbf{D} & 6 & 5 & 1 & 1 & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 4 & 3 & 0 & 6 \\ \mathbf{B} & 1 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ \mathbf{C} & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{D} & 5 & 4 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right]$$

Az oszlopirányú redukció a mátrixon:

$$\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 4 & 3 & 0 & 6 \\ \mathbf{B} & 1 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ \mathbf{C} & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{D} & 5 & 4 & 0 & 0 & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 4 & 3 & 0 & 5 \\ \mathbf{B} & 1 & 4 & 0 & 2 & 4 \\ \mathbf{C} & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ \mathbf{D} & 5 & 4 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

Az első lefedési kísérlet négy vonallal is sikeres:

$$\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 4 & 3 & 0 & 5 \\ \mathbf{B} & 1 & 4 & 0 & 2 & 4 \\ \mathbf{C} & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ \mathbf{D} & 5 & 4 & 0 & 0 & 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 4 & \color{red}{3} & \color{red}{0} & 5 \\ \mathbf{B} & 1 & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{2} & 4 \\ \mathbf{C} & \color{red}{2} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{2} & \color{red}{0} \\ \mathbf{D} & 5 & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{0} & 2 \end{array}$$

Ekkor egy újabb redukciót végrehajtva adódik az alábbi:

$$\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 5 & 4 & \color{red}{3} & \color{red}{0} & 5 \\ \mathbf{B} & 1 & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{2} & 4 \\ \mathbf{C} & \color{red}{2} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{2} & \color{red}{0} \\ \mathbf{D} & 5 & 4 & \color{red}{0} & \color{red}{0} & 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 4 & 3 & 3 & 0 & 4 \\ \mathbf{B} & 0 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ \mathbf{C} & 2 & 0 & 2 & 3 & 0 \\ \mathbf{D} & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Ekkor a lefedés már négy vonallal sikeres. Az optimális leosztás:

A: U B: X C: Y D: Z

Az ehhez a leosztáshoz tartozó összidő:

$$\sum TIME = 2 + 3 + 3 + 1 = 9 \text{ óra}$$

e.) (2 pont) Melyik feladatot nem fogjuk ekkor elvégezni?

V

2012.01.16.B. 4. feladat

Öt jelentkező van (A,B,C,D,E) öt különböző adatbeviteli feladatra (X,Y,Z,U,V). Mindenki meg tud oldani minden feladatot. Mindenkit pontosan egy feladat elvégzésére kell kijelölni. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az egyes jelentkezők hány ezer karaktert tudnak egy óra alatt bevinni:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 7 & 6 & 5 & 2 & 8 \\ \mathbf{B} & 3 & 6 & 2 & 4 & 7 \\ \mathbf{C} & 5 & 3 & 4 & 5 & 4 \\ \mathbf{D} & 6 & 5 & 1 & 1 & 4 \\ \mathbf{E} & 1 & 4 & 6 & 6 & 5 \end{array}\right]$$

a.) (10 pont) Határozzon meg egy olyan hozzárendelést, hogy a bevitt karakterek száma maximális legyen! Használja a magyar módszert: minden lépésben adja meg a feladatkijelölést és a fedővonalakat (amennyiben szükség van rá)!

A sor irányú redukció:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 7 & 6 & 5 & 2 & 8 \\ \mathbf{B} & 3 & 6 & 2 & 4 & 7 \\ \mathbf{C} & 5 & 3 & 4 & 5 & 4 \\ \mathbf{D} & 6 & 5 & 1 & 1 & 4 \\ \mathbf{E} & 1 & 4 & 6 & 6 & 5 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 2 & 3 & 6 & 0 \\ \mathbf{B} & 4 & 1 & 5 & 3 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{D} & 0 & 1 & 5 & 5 & 2 \\ \mathbf{E} & 5 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Az oszlop irányú redukció is végrehajtható:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 2 & 3 & 6 & 0 \\ \mathbf{B} & 4 & 1 & 5 & 3 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{D} & 0 & 1 & 5 & 5 & 2 \\ \mathbf{E} & 5 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 1 & 3 & 6 & 0 \\ \mathbf{B} & 4 & 0 & 5 & 3 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{D} & 0 & 0 & 5 & 5 & 2 \\ \mathbf{E} & 5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

b.) (2 pont) Mennyi az a maximális karaktermennyiség, amely egy óra alatt bevihető?

$$\sum CHARACTER =$$

c.) (3 pont) Adjon meg egy optimális feladatkijelölést!

A: V B: Y C: U D: X E: Z

d.) (3 pont) Mennyivel csökken a bevihető karakter mennyiség, ha az E jelentkező visszalép és valamelyik feladatot nem végezzük el? A sor irányú redukció:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 7 & 6 & 5 & 2 & 8 \\ \mathbf{B} & 3 & 6 & 2 & 4 & 7 \\ \mathbf{C} & 5 & 3 & 4 & 5 & 4 \\ \mathbf{D} & 6 & 5 & 1 & 1 & 4 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 2 & 3 & 6 & 0 \\ \mathbf{B} & 4 & 1 & 5 & 3 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{D} & 0 & 1 & 5 & 5 & 2 \end{array}\right]$$

Az oszlop irányú redukció is végrehajtható:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 2 & 3 & 6 & 0 \\ \mathbf{B} & 4 & 1 & 5 & 3 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{D} & 0 & 1 & 5 & 5 & 2 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \mathbf{U} & \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 1 & 3 & 6 & 0 \\ \mathbf{B} & 4 & 0 & 5 & 3 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{D} & 0 & 0 & 5 & 5 & 2 \end{array}\right]$$

Optimális kijelölés esetén 25 ezer karaktert lehet bevinni óránként, ami 6 ezerrel kevesebb, mint az eredetileg elérhető 31 ezer. Egyúttal azt is megkapjuk, hogy a Z feladatot nem végzi el senki.

e.) (2 pont) Melyik feladatot nem fogjuk ekkor elvégezni?

Z

2013.01.15.A.5. feladat

Öt hallgató szóbelizik. A tanár öt tétel egyikét adja oda véletlenszerűen az egyes hallgatóknak. A vizsgázók felkészültségét az egyes tételekből (osztályzatokban kifejezve) a következő táblázat mutatja:

	I.	II.	III.	IV.	V.
A	3	4	4	2	5
B	4	3	3	1	2
C	5	5	2	3	2
D	4	2	3	3	2
E	3	2	3	1	3

a.) (14 pont) Mennyi lesz az öt hallgató vizsgaátlaga közötti különbség a legszerencsésebb és a legkevésbé szerencsés tételkiosztás esetén? (Mindkét esetben a magyar módszerrel számolja ki az eredményt, bemutatva a számításokat is.)

Az első megoldás a maximalizáció lesz, az ehhez tartozó sor irányú redukció:

	I.	II.	III.	IV.	V.
A	3	4	4	2	5
B	4	3	3	1	2
C	5	5	2	3	2
D	4	2	3	3	2
E	3	2	3	1	3

$\rightarrow$

	I.	II.	III.	IV.	V.
A	2	1	1	3	0
B	0	1	1	3	2
C	0	0	3	2	3
D	0	2	1	1	2
E	0	1	0	2	0

Az oszlop irányban történő redukció:

	I.	II.	III.	IV.	V.
A	2	1	1	3	0
B	0	1	1	3	2
C	0	0	3	2	3
D	0	2	1	1	2
E	0	1	0	2	0

$\rightarrow$

	I.	II.	III.	IV.	V.
A	2	1	1	2	0
B	0	1	1	2	2
C	0	0	3	1	3
D	0	2	1	0	2
E	0	1	0	1	0

Ekkor a lefedés csak 5 vonallal sikeres, az optimális kiosztás:

A - V. , B - I . , C - II. , D - IV. ,E - III.

Az átlagos osztályzat:

$$\overline{GRADE} = \frac{\sum GRADE}{n} = \frac{5+4+5+3+3}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

A második megoldás a minimalizáció lesz, az ehhez tartozó sor irányú redukció:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & 3 & 4 & 4 & 2 & 5 \\ \mathbf{B} & 4 & 3 & 3 & 1 & 2 \\ \mathbf{C} & 5 & 5 & 2 & 3 & 2 \\ \mathbf{D} & 4 & 2 & 3 & 3 & 2 \\ \mathbf{E} & 3 & 2 & 3 & 1 & 3 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ \mathbf{B} & 3 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ \mathbf{C} & 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{D} & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{E} & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

Az oszlop irányban történő redukció:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ \mathbf{B} & 3 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ \mathbf{C} & 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{D} & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{E} & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ \mathbf{B} & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ \mathbf{C} & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{D} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{E} & 1 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

Ekkor a lefedés csak 4 vonallal sikeres, az optimum még nincsen meg:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ \mathbf{B} & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ \mathbf{C} & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{D} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{E} & 1 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & {\color{red}2} \\ \mathbf{B} & 2 & 2 & 2 & {\color{red}0} & 1 \\ \mathbf{C} & {\color{red}2} & {\color{red}3} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \mathbf{D} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \mathbf{E} & 1 & 1 & 2 & {\color{red}0} & 2 \end{array}\right]$$

A következő redukciós lépés:

$$\left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & {\color{red}0} & {\color{red}2} & {\color{red}2} & {\color{red}0} & {\color{red}2} \\ \mathbf{B} & 2 & 2 & 2 & {\color{red}0} & 1 \\ \mathbf{C} & {\color{red}2} & {\color{red}3} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \mathbf{D} & {\color{red}1} & {\color{red}0} & {\color{red}1} & {\color{red}1} & {\color{red}0} \\ \mathbf{E} & 1 & 1 & 2 & {\color{red}0} & 2 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{c|ccccc} & \mathbf{I.} & \mathbf{II.} & \mathbf{III.} & \mathbf{IV.} & \mathbf{V.} \\ \hline \mathbf{A} & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ \mathbf{B} & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{C} & 2 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ \mathbf{D} & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ \mathbf{E} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Ekkor az optimális kiosztás:

A - I. , B - IV. , C - III. , D - V. , E - II.

Az átlagos osztályzat:

$$\overline{GRADE} = \frac{\sum GRADE}{n} = \frac{3+1+2+2+2}{5} = \frac{20}{5} = 2$$

A legjobb kiosztásban (maximum célfüggvény) az átlag 4, a legrosszabb kiosztásban (minimum célfüggvény) 2 az átlag, a különbség 2 osztályzat.

b.) (6 pont) A legrosszabb kiosztás(ok)ban ki vizsgázik elégtelenre?

A legrosszabb tételkiosztások:

A-I, B-IV, C-III, D-V, E-II

vagy

A-I, B-V, C-III, D-II, E-IV

Ezek között az elégtelenek: B-IV, illetve E-IV.

2013.01.22.A. 3. feladat

Egy vállalatnak háromféle acél szállítására van megrendelése, mindegyik fajtából heti 100 tonnára. Az alábbi táblázat mutatja, hogy a vállalat három gyárában tonnánként milyen költséggel állítják elő az egyes acélfajtákat, továbbá azt, hogy az egyes gyárakban mennyi időbe telik egy tonna acél előállítása, függetlenül annak típusától és mindegyik gyár heti 40 órát dolgozik.

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Idő (perc/tonna)**
1. Gyár	50	35	24	16
2. Gyár	42	32	28	20
3. Gyár	60	40	31	24

a.) (8 pont) Termelésszervezési okokból kívánatos lenne, hogy az előző feladat esetében egy gyárban csak egyféle acél készüljön (a teljes igényelt mennyiség). Adja meg, hogy a vállalat heti termelési költségének ezen megkötés melletti minimalizálásához melyik gyárban melyik acélfajtát gyártsák!

A megoldandó hozzárendelési feladat első sor irányba történő redukciós lépése:

$$\left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 50 & 35 & 24 \\ \textbf{2. Gy} & 42 & 32 & 28 \\ \textbf{3. Gy} & 60 & 40 & 31 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 26 & 11 & 0 \\ \textbf{2. Gy} & 14 & 4 & 0 \\ \textbf{3. Gy} & 29 & 9 & 0 \end{array}\right]$$

Ekkor az oszlop irányba történő redukció:

$$\left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 50 & 35 & 24 \\ \textbf{2. Gy} & 42 & 32 & 28 \\ \textbf{3. Gy} & 60 & 40 & 31 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 12 & 7 & 0 \\ \textbf{2. Gy} & 0 & 0 & 0 \\ \textbf{3. Gy} & 15 & 5 & 0 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet, amelyet a mátrixon végrehajtunk:

$$\left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 12 & 7 & 0 \\ \textbf{2. Gy} & 0 & 0 & 0 \\ \textbf{3. Gy} & 15 & 5 & 0 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 12 & 7 & \color{red}{0} \\ \textbf{2. Gy} & \color{red}{0} & \color{red}{0} & \color{red}{0} \\ \textbf{3. Gy} & 15 & 5 & \color{red}{0} \end{array}\right]$$

Az utolsó redukciós lépés:

$$\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 12 & 7 & {\color{red}0} \\ \textbf{2. Gy} & {\color{red}0} & {\color{red}0} & {\color{red}0} \\ \textbf{3. Gy} & 15 & 5 & {\color{red}0} \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 7 & 2 & 0 \\ \textbf{2. Gy} & 0 & 0 & 5 \\ \textbf{3. Gy} & 10 & 0 & 0 \end{array}$$

Ekkor az optimális termelési hozzárendelés:

1.gyár: 3 acél, 2.gyár: 1 acél, 3.gyár: 2 acél

Ekkor az összköltség:

$$\sum COST = 100 \cdot 42 + 100 \cdot 24 + 100 \cdot 40 = 10600$$

2013.01.22.B. 2. feladat

Egy vállalatnak háromféle acél szállítására van megrendelése, mindegyik fajtából heti 100 tonnára. Az alábbi táblázat mutatja, hogy a vállalat három gyárában tonnánként milyen költséggel állítják elő az egyes acélfajtákat, továbbá azt, hogy az egyes gyárakban mennyi időbe telik egy tonna acél előállítása, függetlenül annak típusától és mindegyik gyár heti 40 órát dolgozik.

	1. Acél	**2. Acél**	**3. Acél**	**Idő (perc/tonna)**
1. Gyár	60	40	28	20
2. Gyár	50	34	31	16
3. Gyár	43	21	20	15

a.) (8 pont) Termelésszervezési okokból kívánatos lenne, hogy az előző feladat esetében egy gyárban csak egyféle acél készüljön (a teljes igényelt mennyiség). Adja meg, hogy a vállalat heti termelési költségének ezen megkötés melletti minimalizálásához melyik gyárban melyik acélfajtát gyártsák!

A megoldandó hozzárendelési feladat első sor irányba történő redukciós lépése:

$$\left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 60 & 40 & 28 \\ \textbf{2. Gy} & 50 & 34 & 31 \\ \textbf{3. Gy} & 43 & 21 & 20 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 32 & 12 & 0 \\ \textbf{2. Gy} & 19 & 3 & 0 \\ \textbf{3. Gy} & 23 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

Ekkor az oszlop irányba történő redukció:

$$\left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 32 & 12 & 0 \\ \textbf{2. Gy} & 19 & 3 & 0 \\ \textbf{3. Gy} & 23 & 1 & 0 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{c|ccc} & \textbf{1. A} & \textbf{2. A} & \textbf{3. A} \\ \hline \textbf{1. Gy} & 13 & 11 & 0 \\ \textbf{2. Gy} & 0 & 2 & 0 \\ \textbf{3. Gy} & 4 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Az első lefedési kísérlet, amelyet a mátrixon végrehajtunk csak 3 vonallal sikeres. Ekkor az optimális termelési hozzárendelés:

1.gyár: 3 acél, 2.gyár: 1 acél, 3.gyár: 2 acél

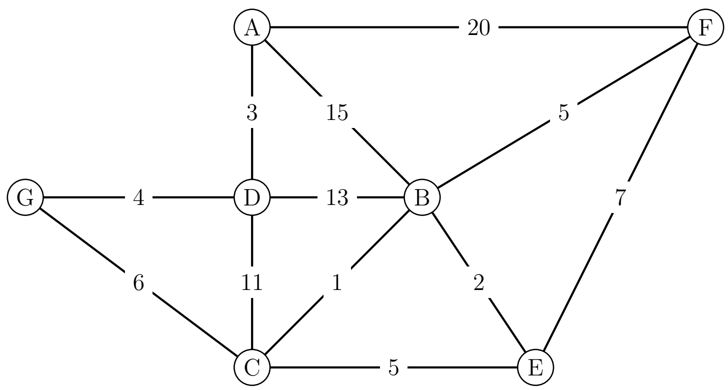
Ekkor az összköltség:

$$\sum COST = 100 \cdot 28 + 100 \cdot 50 + 100 \cdot 21 = 9900$$

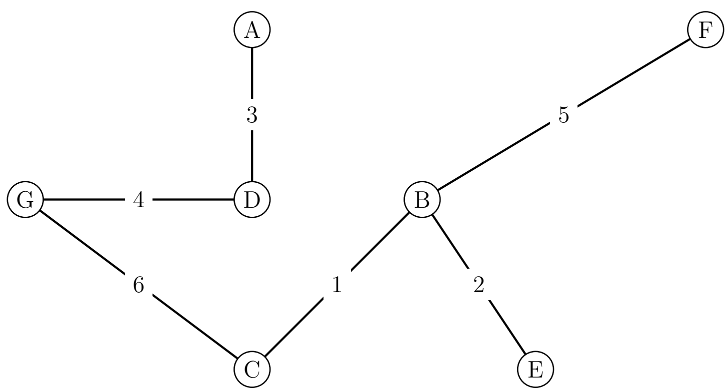
7. Minimális feszítőfa

2008.01.07.A. 5. feladat

A következő hálózatban az élekre írt számok az élhosszakat jelölik:



a.) (3 pont) Adja meg a minimális feszítőfához tartozó éleket!



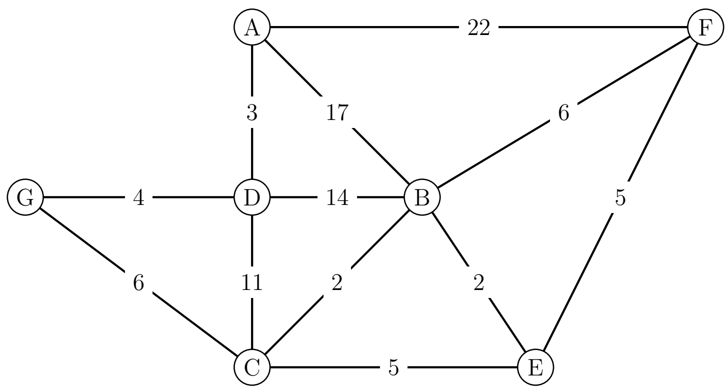
$$G - D, G - C, C - B, B - E, B - F, D - A$$

b.) (2 pont) Mekkora a minimális feszítőfa hossza?

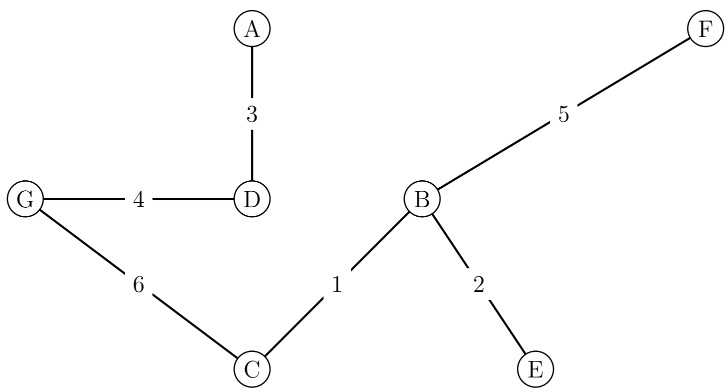
$$\sum COST = 4 + 6 + 1 + 2 + 5 + 3 = 21$$

2008.01.07.B. 5. feladat

A következő hálózatban az élekre írt számok az élhosszakat jelölik:



a.) (3 pont) Adja meg a minimális feszítőfához tartozó éleket!



$$G - D, G - C, C - B, B - E, B - F, D - A$$

b.) (2 pont) Mekkora a minimális feszítőfa hossza?

$$\sum COST = 4 + 6 + 1 + 2 + 5 + 3 = 21$$

2010.01.06.A. 4. feladat

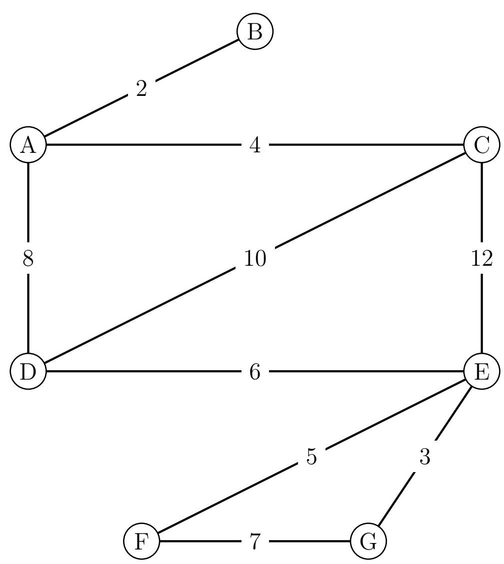
Az alábbi táblázat sor- és oszlopcímkéi falvakat, a táblázatba írt számok pedig a falvak egymástól való távolságát jelzi földúton, ahol nincsen szám, ott nincs út:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
A	0	2	4	8			
B	2	0					
C	4		0	10	12		
D	8		10	0	6		
E			12	6	0	5	3
F					5	0	7
G					3	7	0

1. táblázat. Az utak hossza a falvak között.

A lakosok a földutak egy részének aszfaltozását tervezik a települések között. Mivel az erőforrásaik szűkösek, ezért arra törekszenek, hogy csak a legszükségesebb utakat betonozzák le. Alapkövetelmény, hogy bárhonnan bárhova el lehessen jutni.

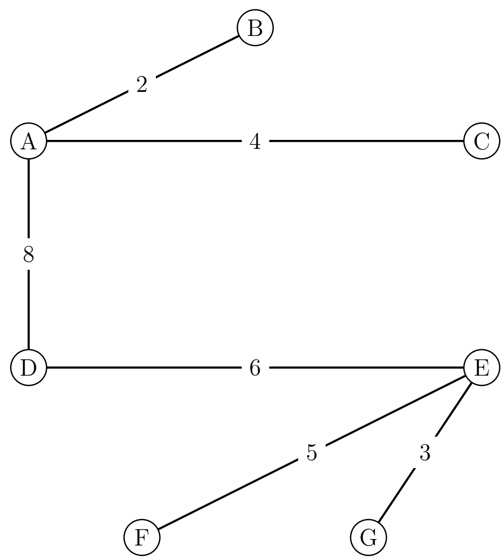
a.) (4 pont) Rajzolja fel a táblázat által leírt gráfot! Az élekre írja rá azok hosszát!



b.) (2 pont) Mi a fentebb megfogalmazott gráfelméleti probléma neve?

Minimális feszítőfa

c.) (12 pont) Melyek lesznek az aszfaltozandó földutak?



$$A-B, A-C, A-D, D-E, E-F, E-G$$

d.) (2 pont) Mekkora az aszfaltozandó utak hossza összesen?

$$\sum COST = 2+4+8+6+5+3 = 28$$

2010.01.06.B. 4. feladat

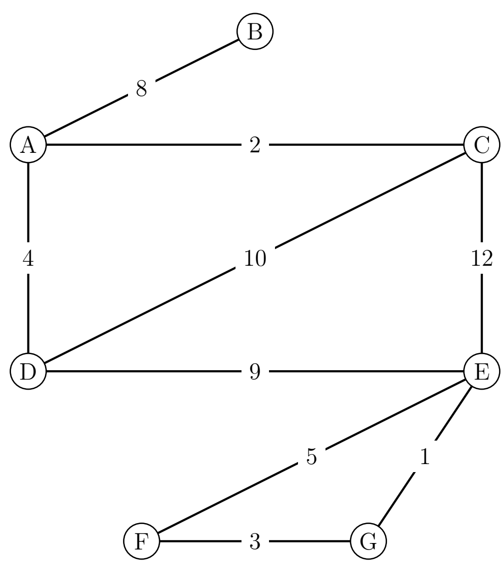
Az alábbi táblázat sor- és oszlopcímkéi falvakat, a táblázatba írt számok pedig a falvak egymástól való távolságát jelzik földúton, ahol nincsen szám, ott nincs út:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
A	0	8	2	4			
B	8	0					
C	2		0	10	12		
D	4		10	0	9		
E			12	9	0	5	1
F					5	0	3
G					1	3	0

2. táblázat. Az utak hossza a falvak között.

A lakosok a földutak egy részének aszfaltozását tervezik a települések között. Mivel az erőforrásaik szűkösek, ezért arra törekszenek, hogy csak a legszükségesebb utakat betonozzák le. Alapkövetelmény, hogy bárhonnan bárhova el lehessen jutni.

a.) (4 pont) Rajzolja fel a táblázat által leírt gráfot! Az élekre írja rá azok hosszát!



b.) (2 pont) Mi a fentebb megfogalmazott gráfelméleti probléma neve?

Minimális feszítőfa

c.) (12 pont) Melyek lesznek az aszfaltozandó földutak?

$$A - B, A - C, A - D, D - E, E - F, E - G$$

d.) (2 pont) Mekkora az aszfaltozandó utak hossza összesen?

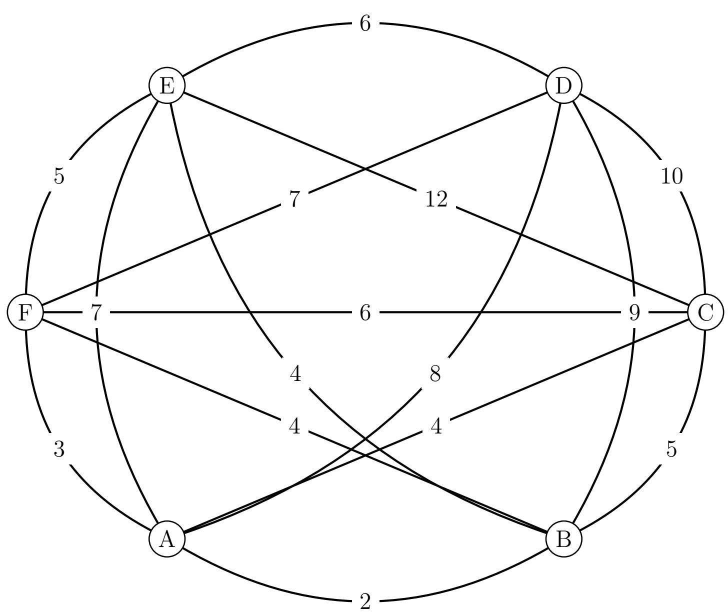
$$\sum COST = 2 + 4 + 8 + 6 + 5 + 3 = 28$$

2012.01.09.A. 4. feladat

Los Angelesben ki szeretnénk építeni a metróhálózatot. Az alábbi táblázat tartalmazza a város fontos pontjai közötti szakaszok megépítési költségét. A városban olyan metróhálózatot szeretnénk, amelyen el lehet jutni metrón bármelyik másik pontba. Hogyan kell ilyen hálózatot építeni úgy, hogy az összköltség minimális legyen.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A		2	4	8	7	3
B			5	9	4	4
C				10	12	6
D					6	7
E						5
F						

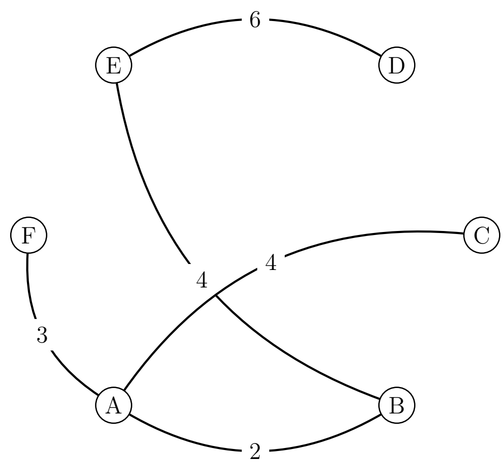
a.) (4 pont) Adja meg a táblázat által megadott gráfot!



b.) (2 pont) Mi a feladatban megfogalmazott gráfelméleti probléma neve?

Minimális feszítőfa

c.) (12 pont) Melyik útvonalak fognak megvalósulni?



$$A - B, A - C, A - F, B - E, D - E$$

d.) (2 pont) Mekkora lesz a teljes költség?

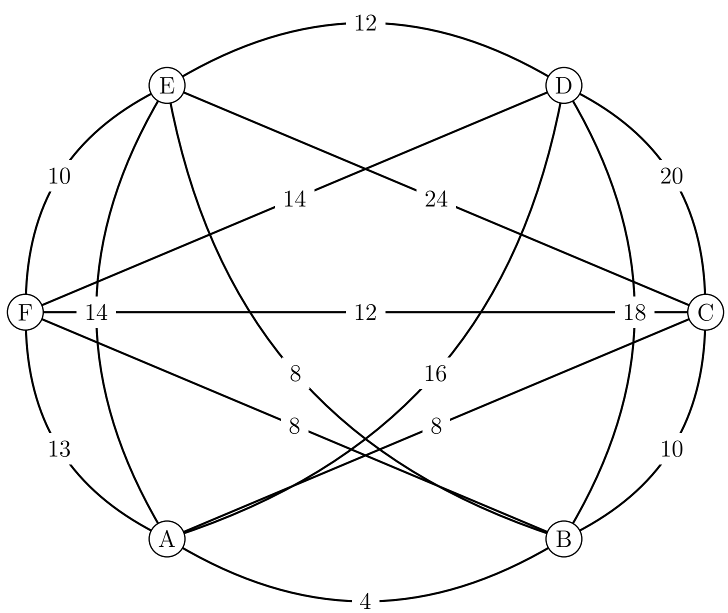
$$\sum COST = 2 + 4 + 3 + 4 + 6 = 19$$

2012.01.09.B. 4. feladat

Los Angelesben ki szeretnénk építeni a metróhálózatot. Az alábbi táblázat tartalmazza a város fontos pontjai közötti szakaszok megépítési költségét. A városban olyan metróhálózatot szeretnénk, amelyen el lehet jutni metrón bármelyik másik pontba. Hogyan kell ilyen hálózatot építeni úgy, hogy az összköltség minimális legyen.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A		8	8	16	14	13
B			10	18	8	8
C				20	24	12
D					12	14
E						10
F						

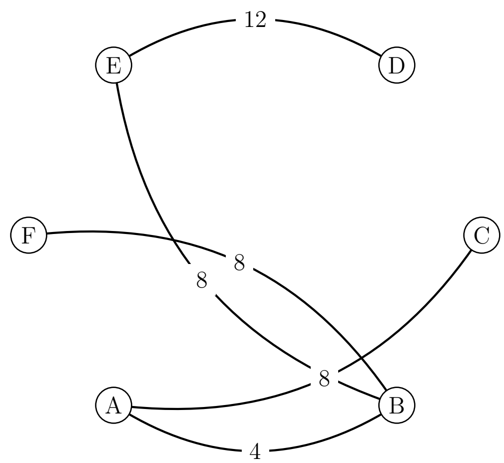
a.) (4 pont) Adja meg a táblázat által megadott gráfot!



b.) (2 pont) Mi a feladatban megfogalmazott gráfelméleti probléma neve?

Minimális feszítőfa

c.) (12 pont) Melyik útvonalak fognak megvalósulni?



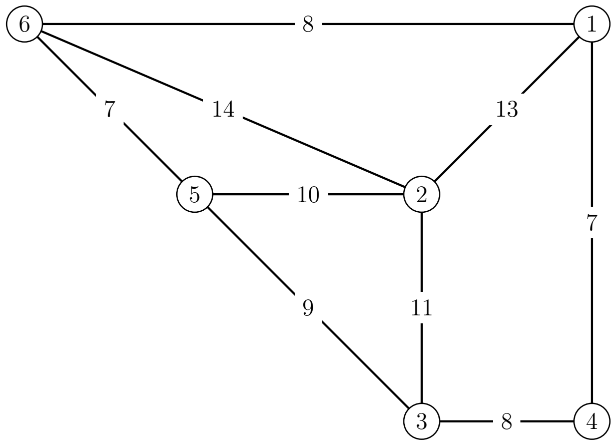
$$A - B, A - C, B - F, B - E, D - E$$

d.) (2 pont) Mekkora lesz a teljes költség?

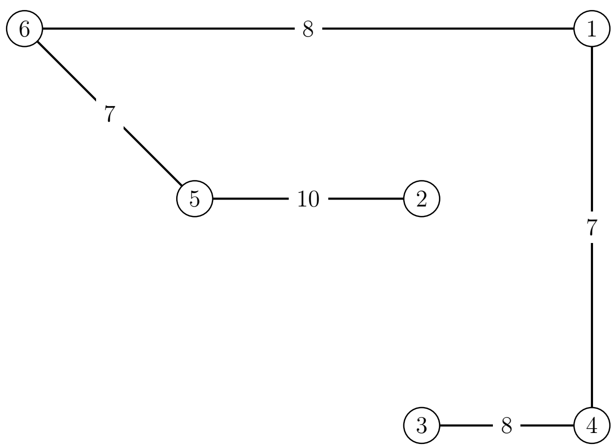
$$\sum COST = 4 + 8 + 8 + 8 + 12 = 40$$

2013.01.22.A. 4. feladat

Az alábbi gráfon az élekre írt számok az élek hosszát jelölik. Az élek mind a két irányba haladhatnak.



a.) (4 pont) Mi lesz a megadott a gráfban a minimális feszítőfa?



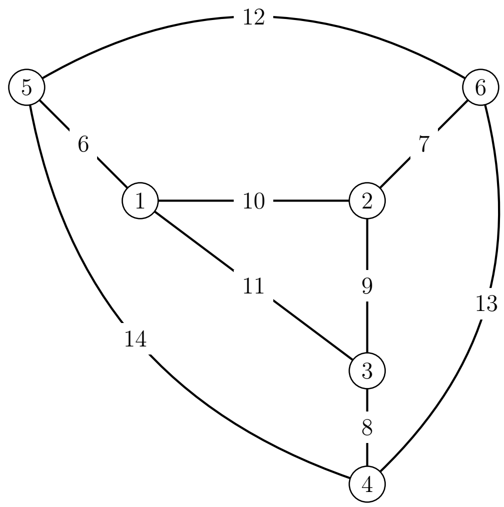
$$3-4, 4-1, 1-6, 6-5, 5-2$$

b.) (2 pont) Mekkora lesz a minimális feszítőfa által meghatározott hálózat költsége?

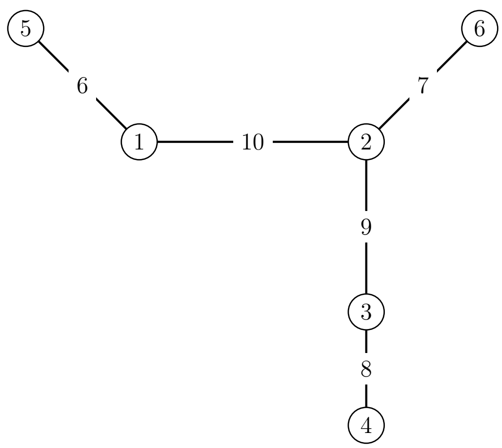
$$\sum COST = 10+7+8+7+8 = 40$$

2013.01.22.B. 4. feladat

Az alábbi gráfon az élekre írt számok az élek hosszát jelölik. Az élek mind a két irányba haladhatnak.



a.) (4 pont) Mi lesz a megadott a gráfban a minimális feszítőfa?



$$5 - 1, 1 - 2, 2 - 6, 2 - 3, 3 - 4$$

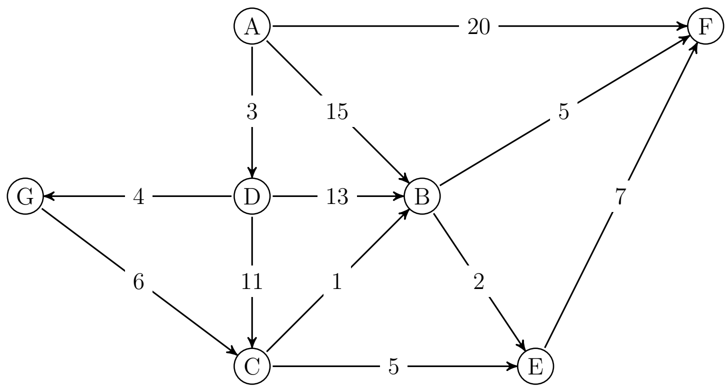
b.) (2 pont) Mekkora lesz a minimális feszítőfa által meghatározott hálózat költsége?

$$\sum COST = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 = 40$$

8. Legrövidebb út

2008.01.07.A.5. feladat

A következő hálózatban az élekre írt számok az élhosszakat jelölik:



a.) (10 pont) Adjon meg az **A** csúcsból az **F** csúcsba vezető legrövidebb utat (az érintett csúcspontok sorozatával) ! Mennyi a legrövidebb út hossza?

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
1.	0^*	15	∞	3	∞	20	∞
2.	0^*	15	14	3^*	∞	20	7
3.	0^*	15	13	3^*	∞	20	7^*
4.	0^*	14	13^*	3^*	18	20	7^*
5.	0^*	14^*	13^*	3^*	16	19	7^*
6.	0^*	14^*	13^*	3^*	16^*	19	7^*

A-D-G-C-B-F

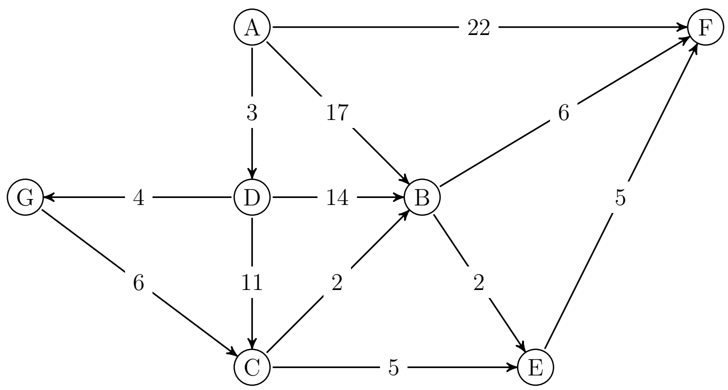
Az út hossza 19 egység.

b.) (5 pont) Legrövidebb út marad-e az **a**-ban meghatározott legrövidebb út ha az alábbi élek (és mindig csak egy él hossza) 1 egyégnyivel csökken. Keletkezik-e új legrövidebb út?

- **A-B** Az A-B-F út hossza is 19 egység lesz, az is legrövidebb út lesz.
- **B-F** Az eredeti legrövidebb út megmarad de a hossza csak 18 egység lesz.
- **B-E** Nem lesz hatással a legrövidebb útra.

2008.01.07.B.5. feladat

A következő hálózatban az élekre írt számok az élhosszakat jelölik:



a.) (10 pont) Adjon meg az **A** csúcsból az **F** csúcsba vezető legrövidebb utat (az érintett csúcspontok sorozatával) ! Mennyi a legrövidebb út hossza?

	A	B	C	D	E	F	G
1.	0^*	17	∞	3	∞	22	∞
2.	0^*	17	14	3^*	∞	22	7
3.	0^*	17	13	3^*	∞	22	7^*
4.	0^*	17	13^*	3^*	18	22	7^*
5.	0^*	14^*	13^*	3^*	17	22	7^*
6.	0^*	14^*	13^*	3^*	17^*	22	7^*

A-D-G-C-B-F

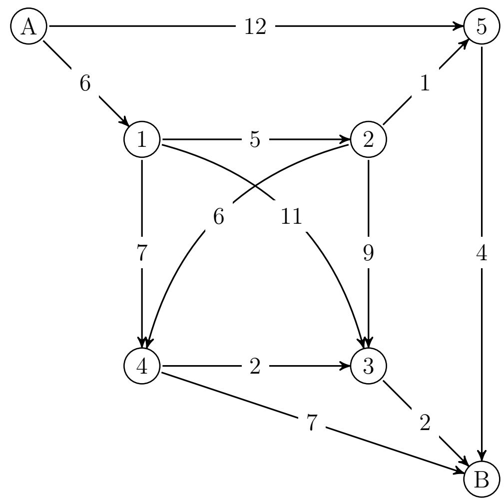
Az út hossza 22 egység.

b.) (5 pont) Legrövidebb út marad-e az **a**-ban meghatározott legrövidebb út ha az alábbi élek (és mindig csak egy él hossza) 1 egyégnyivel csökken. Keletkezik-e új legrövidebb út?

- **A-B** Mivel a jelenlegi úton van nem változik a legrövidebb út.
- **B-F** Mivel a jelenlegi úton van nem változik a legrövidebb út.
- **B-E** Alternatív út jön létre: A-D-G-C-B-E-F

2009.12.23.A. 2. feladat

Az itt látható hálózatban a legkisebb utat keressük az A csúcsból a B csúcsba.



a.) (5 pont) Mi lesz a legrövidebb út?

	A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**B**
1.	0^*	6	∞	∞	∞	12	∞
2.	0^*	6^*	11	17	13	12	∞
3.	0^*	6^*	11^*	17	13	12	∞
4.	0^*	6^*	11^*	17	13	12^*	16
5.	0^*	6^*	11^*	15	13^*	12^*	16
6.	0^*	6^*	11^*	15^*	13^*	12^*	16

$$A - 5 - B \text{ vagy } A - 1 - 2 - 5 - B$$

b.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út hossza?

$$\sum COST = 12 + 4 = 16$$

c.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út a 3-as csúcsba?

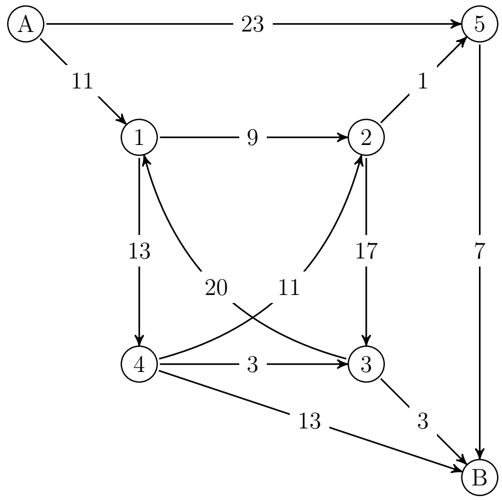
$$A - 1 - 4 - 3$$

d.) (2 pont) Mi lesz a 3-as csúcs végleges címkéje?

$$15$$

2009.12.23.B. 2. feladat

Az itt látható hálózatban a legkisebb utat keressük az A csúcsból a B csúcsba.



a.) (5 pont) Mi lesz a legrövidebb út?

	A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**B**
1.	0*	11	∞	∞	∞	23	∞
2.	0*	11*	20	31	24	23	∞
3.	0*	11*	20*	31	24	21	∞
4.	0*	11*	20*	31	24	21*	28
5.	0*	11*	20*	27	24*	21*	28
6.	0*	11*	20*	27*	24*	21*	28

$$A - 1 - 2 - 5 - B$$

b.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út hossza?

$$\sum COST = 11 + 9 + 1 + 7 = 28$$

c.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út a 3-as csúcsba?

$$A - 1 - 4 - 3$$

d.) (2 pont) Mi lesz a 3-as csúcs végleges címkéje?

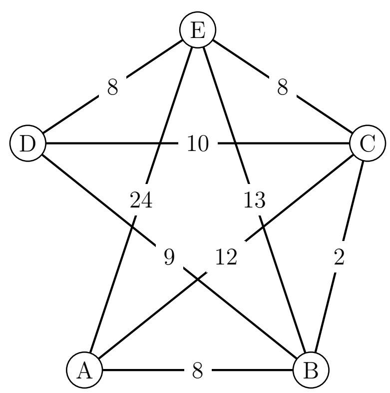
27

2012.01.16.A. 3. feladat

Egy taxinak a város egyik végén lévő **A** pontból kell eljutni a másik végén lévő **E** pontba. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy a város egyes pontjai közötti egyirányú utcák milyen hosszúak (kilométerben). Ahol nincs szám Azon két pont között nincsen közvetlen összeköttetés.

Honnan/Hova:	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
A	0	8	12		24
B		0	2	9	13
C			0	10	8
D				0	8
E					0

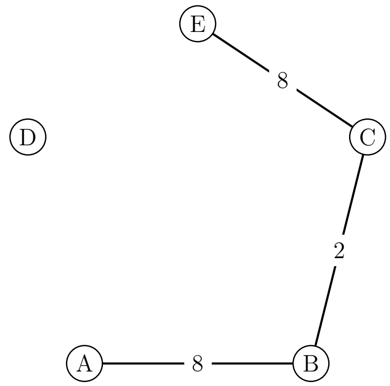
a.) (4 pont) Rajzolja fel a gráfot!



b.) (10 pont) Alkalmazza Dijkstra algoritmusát! Töltse ki az alábbi táblázatot! (Írja a sorokba a csúcsok adott lépés utáni címkéjét!) Minden sorban a véglegesített címkéket jelölje.

	A	B	C	D	E
1. lépés	0^*	∞	∞	∞	∞
2. lépés		8^*	12	∞	24
3. lépés			10^*	17	21
4. lépés				17^*	18
5. lépés					18^*

c.) (4 pont) Milyen útvonalon kell haladni?



$$A - B, B - C, C - E$$

d.) (2 pont) Mekkora lesz a teljes út hossza?

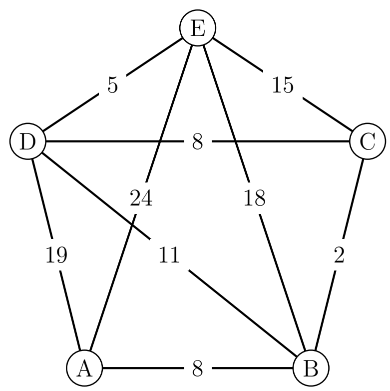
$$\sum COST = 8 + 2 + 8 = 18$$

2012.01.16.B. 3. feladat

Egy taxinak a város egyik végén lévő **A** pontból kell eljutni a másik végén lévő **E** pontba. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy a város egyes pontjai közötti egyirányú utcák milyen hosszúak (kilométerben). Ahol nincs szám Azon két pont között nincsen közvetlen összeköttetés.

Honnan/Hova:	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
A	0	8		19	24
B		0	2	11	18
C			0	8	15
D				0	5
E					0

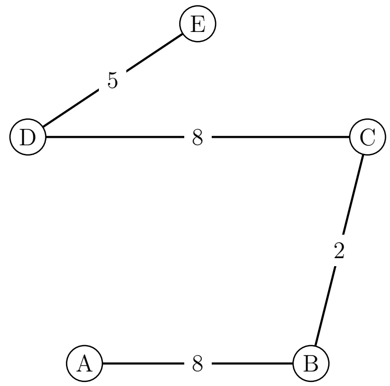
a.) (4 pont) Rajzolja fel a gráfot!



b.) (10 pont) Alkalmazza Dijkstra algoritmusát! Töltse ki az alábbi táblázatot! (Írja a sorokba a csúcsok adott lépés utáni címkéjét!) Minden sorban a véglegesített címkéket jelölje.

$$\begin{array}{l|ccccc|}
 & A & B & C & D & E \\
\text{1. lépés} & 0^* & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\text{2. lépés} & & 8^* & \infty & 19 & 24 \\
\text{3. lépés} & & & 10^* & 19 & 24 \\
\text{4. lépés} & & & & 18^* & 24 \\
\text{5. lépés} & & & & & 23^*
\end{array}$$

c.) (4 pont) Milyen útvonalon kell haladni?



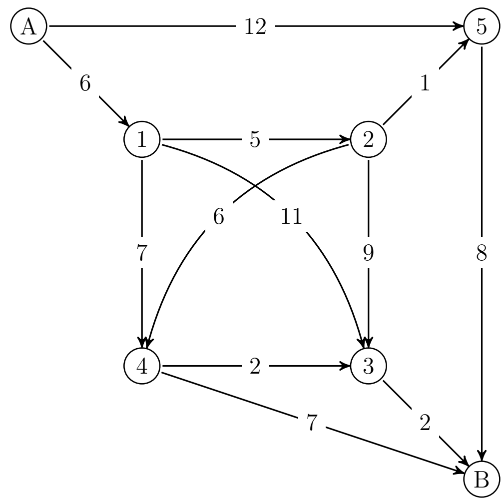
$$A - B, B - C, C - D, D - E$$

d.) (2 pont) Mekkora lesz a teljes út hossza?

$$\sum COST = 8 + 2 + 8 + 5 = 23$$

2013.01.08.A. 4. feladat

Az itt látható hálózatban a legkisebb utat keressük az A csúcsból a B csúcsba.



a.) (5 pont) Mi lesz a legrövidebb út?

	A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**B**
1.	0^*	6	∞	∞	∞	12	∞
2.	0^*	6^*	11	17	13	12	∞
3.	0^*	6^*	11^*	17	13	12	∞
4.	0^*	6^*	11^*	17	13	12^*	20
5.	0^*	6^*	11^*	15	13^*	12^*	20
6.	0^*	6^*	11^*	15^*	13^*	12^*	17

$$A - 1 - 4 - 3 - B$$

b.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út hossza?

$$\sum COST = 6 + 7 + 2 + 2 = 17$$

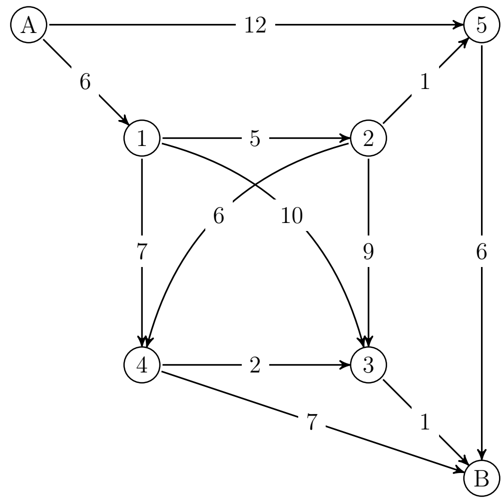
c.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út a 3-as csúcsba?

$$A - 1 - 4 - 3$$

d.) (2 pont) Mi lesz a 3-as csúcs végleges címkéje?

2013.01.08.B. 4. feladat

Az itt látható hálózatban a legkisebb utat keressük az A csúcsból a B csúcsba.



a.) (5 pont) Mi lesz a legrövidebb út?

	A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**B**
1.	0^*	6	∞	∞	∞	12	∞
2.	0^*	6^*	11	16	13	12	∞
3.	0^*	6^*	11^*	16	13	12	∞
4.	0^*	6^*	11^*	16	13	12^*	18
5.	0^*	6^*	11^*	15	13^*	12^*	18
6.	0^*	6^*	11^*	15^*	13^*	12^*	16

$$A - 1 - 4 - 3 - B$$

b.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út hossza?

$$\sum COST = 6 + 7 + 2 + 1 = 16$$

c.) (1,5 pont) Mi lesz a legrövidebb út a 3-as csúcsba?

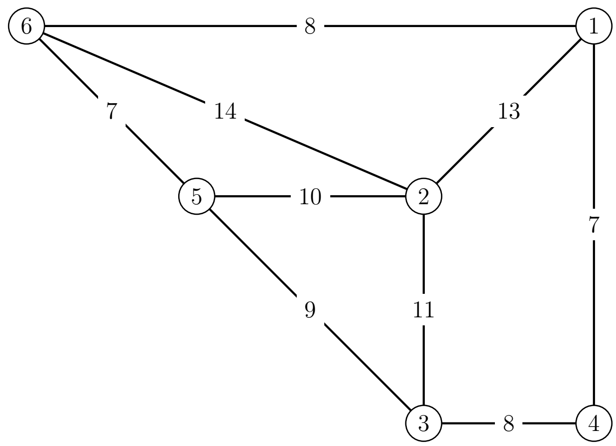
$$A - 1 - 4 - 3$$

d.) (2 pont) Mi lesz a 3-as csúcs végleges címkéje?

15

2013.01.22.A. 4. feladat

Az alábbi gráfon az élekre írt számok az élek hosszát jelölik. Az élek mind a két irányba haladhatnak.

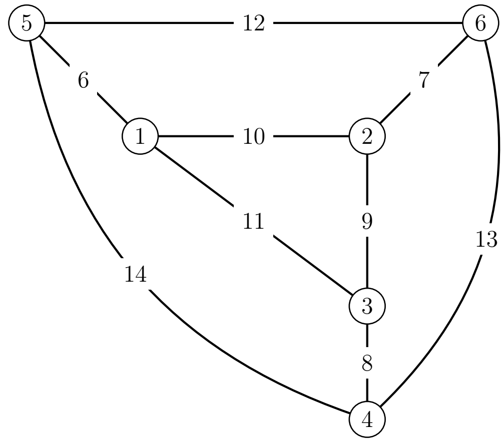


a.) (4 pont) Adja meg az 1-es csúcsból a többi csúcsba vezető legrövidebb utakat, és azok hosszát:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	0*	13	∞	7	∞	8
2.	0*	13	15	7*	∞	8
3.	0*	13	15	7*	15	8*
4.	0*	13*	15	7*	15	8*
5.	0*	13*	15*	7*	15	8*
6.	0*	13*	15*	7*	15*	8*
Út	X	1-2	1-4-3	1-4	1-6-5	1-6

2013.01.22.B. 4. feladat

Az alábbi gráfon az élekre írt számok az élek hosszát jelölik. Az élek mind a két irányba haladhatnak.



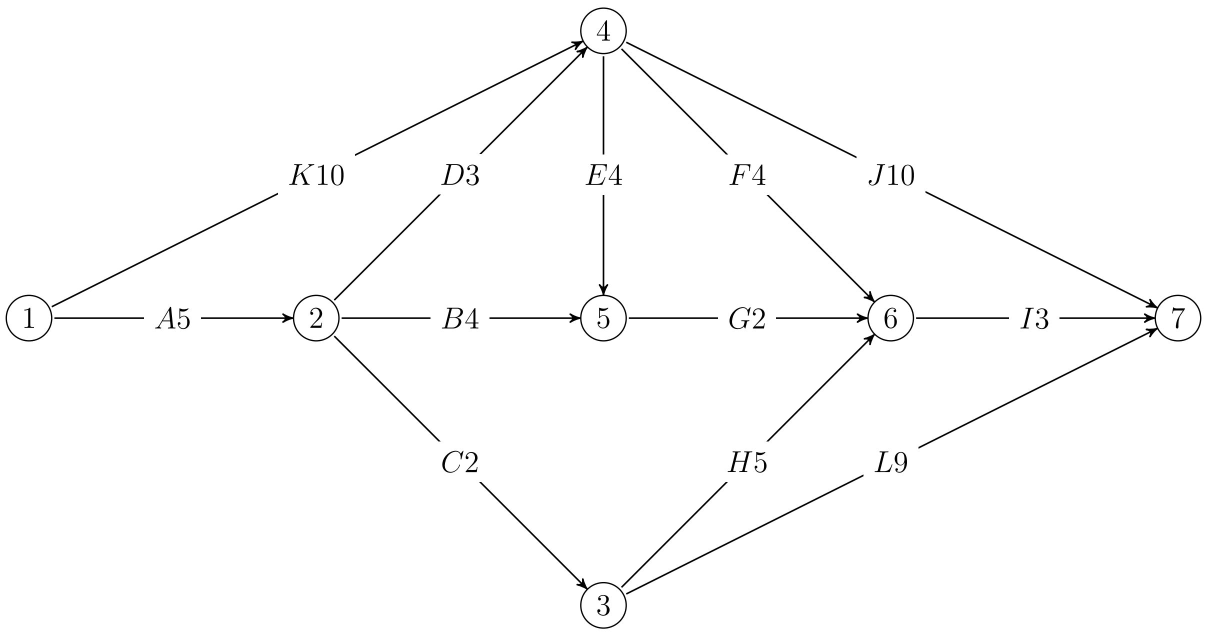
a.) (4 pont) Adja meg az 1-es csúcsból a többi csúcsba vezető legrövidebb utakat, és azok hosszát:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	0^*	10	11	∞	6	∞
2.	0^*	10	11	20	6^*	18
3.	0^*	10^*	11	20	6^*	17
4.	0^*	10^*	11^*	19	6^*	17
5.	0^*	10^*	11^*	19	6^*	17^*
6.	0^*	10^*	11^*	19^*	6^*	17^*
Út	X	1-2	1-3	1-3-4	1-5	1-2-6

9. Kritikus út metódus (CPM)

2009.01.14. 4. feladat

Tekintsük a következő CPM feladatot! A hálózat élei tevékenységeke jelölnek. A tevékenységkódok mellé írt számok a tevékenységek időtartamát jelzik. A hálózat csúcsait eseményeknek hívjuk. Az 1-es cúcs a projekt kezdését, a 7-es csúcs a befejezését jelöli.



a.) 10 pont Határozza meg az egyes események legkorábbi (ET) és legkésőbbi (LT) bekövetkezési időpontját az alábbi táblázat kitöltésével:

Események	**Legkorábbi bekövetkezés**	**Legkésőbbi következés**
1	0	0
2	5	7
3	7	11
4	10	10
5	14	16
6	16	17
7	20	20

b.) (3 pont) Adjon meg egy kritikus utat (az érintett tevékenységek sorozatát)!
Az $1-4$ és $4-7$ események közötti tevékenységek vannak rajta a kritikus úton. A kritikus út tehát:

K-J

c.) (2 pont) Adja meg a **C** tevékenység tűréshatárát!

$$TH(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$
$$TH(2,3) = LT(3) - ET(2) - 2$$
$$TH(2,3) = 11 - 5 - 2$$
$$TH(2,3) = 4$$

A C tevékenység elkezdése a legkorábbi kezdési időpontjától eltolódhat 3 egységgel anélkül, hogy a projekt befejezése késedelmet szenvedne.
d.) (2 pont) Adja meg a **C** tevékenység mozgáshatárát!

$$MH(i,j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$
$$MH(2,3) = ET(3) - ET(2) - 2$$
$$MH(2,3) = 7 - 5 - 2$$
$$MH(2,3) = 0$$

A C tevékenység elkezdése nem húzódhat el anélkül, hogy ezzel bármelyik későbbi tevékenység kezdési időpontja a legkorábbi kezdési időpontjánál későbbre tolódna.
e.) (3 pont) Mekkora legyen az **I** tevékenység időtartama, ha a többi tevékenység időtartamát változatlanul hagyjuk, hogy az **I** tevékenység tűréshatára 2 legyen?

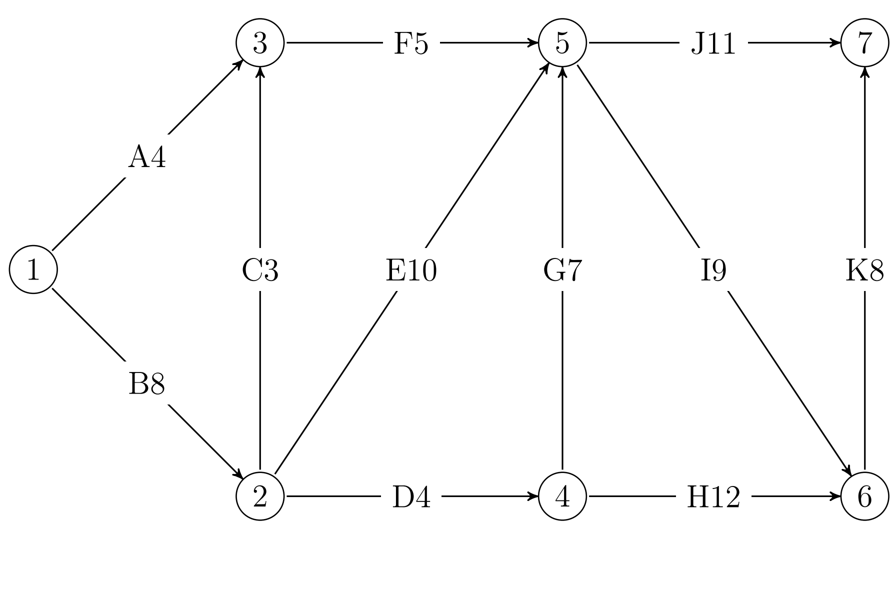
$$TH(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$
$$TH(6,7) = LT(7) - ET(6) - t_{ij}$$
$$2 = 20 - 16 - t_{ij}$$
$$t_{ij} = 2$$

2011.12.22.A. 4. feladat

Egy projekt végrehajtása több tevékenységből áll. A tevékenységeket közvetlenül megelőző tevékenységek listáját, és a tevékenységek listáját és a tevékenység végrehajtásához szükséges időt (napban) ez a táblázat mutatja:

Tevékenység	**Megelőző tevékenység**	**Időtartam**
A	-	4
B	-	8
C	B	3
D	B	4
E	B	10
F	A,C	5
G	D	7
H	D	12
I	E,F,G	9
J	E,F,G	11
K	H,I	8

a.) (3 pont) Rajzolja fel a projekt tevékenységi hálóját, ahol az irányított élek a tevékenységek, a pontok az eseményeket jelentik.



b.) (3 pont) Határozza meg az egyes tevékenységek tűrés és mozgáshatárát!

Elsőként az eseményekhez tartozó legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezés értékek kellenek:

Események	**Legkorábbi bekövetkezés**	**Legkésőbbi következés**
1	0	0
2	8	8
3	11	14
4	12	12
5	19	19
6	28	28
7	36	36

A mozgáshatár és tűréshatárértékek definíció szerint:

$$TH(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$
$$MH(i,j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$

Ekkor a kitöltött táblázat:

Tevékenység	**Tűréshatár**	**Mozgáshatár**
A (1,3)	10	7
B (1,2)	0	0
C (2,3)	3	0
D (2,4)	0	0
E (2,5)	1	1
F (3,5)	3	3
G (4,5)	0	0
H (4,6)	4	4
I (5,6)	0	0
J (5,7)	6	6
K (6,7)	0	0

c.) (3 pont) Adjon meg egy kritikus utat ?(A tevékenységek sorozatát.)

$$B - D - G - I - K$$

d.) (1 pont) Mennyi a projekt minimális időtartama?

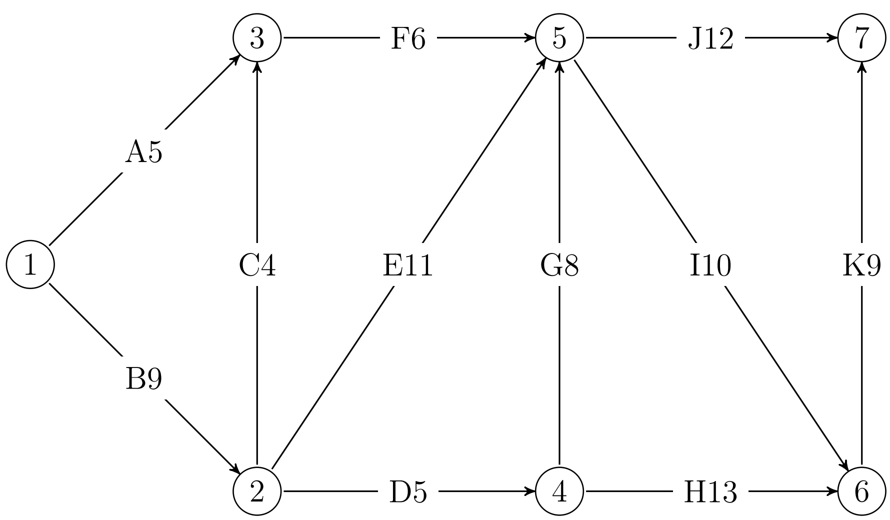
$$\sum = 8 + 4 + 7 + 9 + 8 = 36$$

2011.12.22.B. 4. feladat

Egy projekt végrehajtása több tevékenységből áll. A tevékenységeket közvetlenül megelőző tevékenységek listáját, és a tevékenységek listáját és a tevékenység végrehajtásához szükséges időt (napban) ez a táblázat mutatja:

Tevékenység	**Tűréshatár**	**Mozgáshatár**
A	-	5
B	-	9
C	B	4
D	B	5
E	B	11
F	A,C	6
G	D	8
H	D	13
I	E,F,G	10
J	E,F,G	12
K	H,I	9

a.) (3 pont) Rajzolja fel a projekt tevékenységi hálóját, ahol az irányított élek a tevékenységek, a pontok az eseményeket jelentik.



b.) (3 pont) Határozza meg az egyes tevékenységek tűrés és mozgáshatárát!

Elsőként az eseményekhez tartozó legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezés értékek kellenek:

Események	**Legkorábbi bekövetkezés**	**Legkésőbbi következés**
1	0	0
2	9	9
3	13	16
4	14	14
5	22	22
6	32	32
7	41	41

A mozgáshatár és tűréshatárértékek definíció szerint:

$$TH(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$
$$MH(i,j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$

Ekkor a kitöltött táblázat:

Tevékenység	**Tűréshatár**	**Mozgáshatár**
A (1,3)	11	8
B (1,2)	0	0
C (2,3)	3	0
D (2,4)	0	0
E (2,5)	2	2
F (3,5)	3	3
G (4,5)	0	0
H (4,6)	5	5
I (5,6)	0	0
J (5,7)	7	7
K (6,7)	0	0

c.) (3 pont) Adjon meg egy kritikus utat! (A tevékenységek sorozatát.)

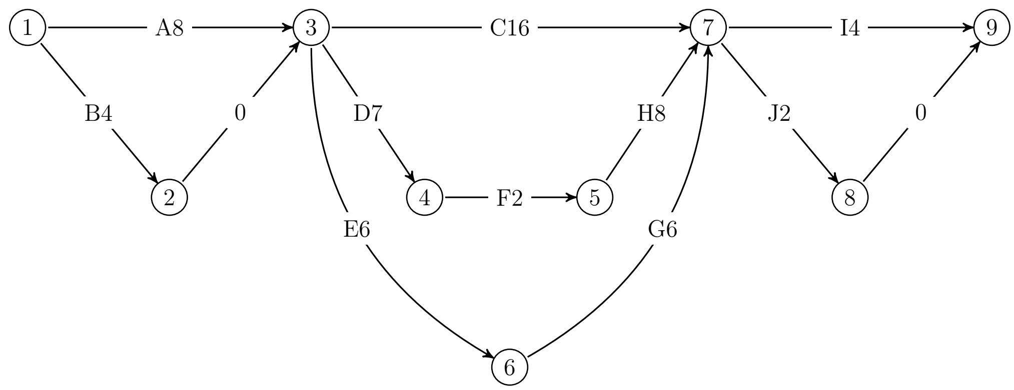
$$B - D - G - I - K$$

d.) (1 pont) Mennyi a projekt minimális időtartama?

$$\sum = 9 + 5 + 8 + 10 + 9 = 41$$

2013.01.08.A. 2. feladat

Adott a következő tevékenységi háló: a betűk a tevékenységeket jelölik, a betűket követő számok a tevékenység hosszát hetekben mérve. (Tehát a 8 azt jelenti, hogy az **A** tevékenység 8 hétig tart. A 0 a fiktív tevékenységeket jelöli.)



A WinQSB a következő eredménnyel szolgált:

	Activity Name	**Critial Path**	**Activity Time**	**Earliest Start**	**Earliest Finish**	**Latest Start**	**Latest Finish**	**Slack LS-ES**
1	**A**	Yes	8	0	8	0	8	0
2	**B**	No	4	0	4	4	8	4
3	**C**	No	16	8	24	9	25	1
4	**D**	Yes	7	8	15	8	15	0
5	**E**	No	6	8	14	13	19	5
6	**F**	Yes	2	15	17	15	17	0
7	**G**	No	6	14	20	19	25	5
8	**H**	Yes	8	17	25	17	25	0
9	**I**	Yes	4	25	29	25	29	0
10	**J**	No	2	25	26	27	29	2
	Project	**Completion**	**Time**	=	**29**	**Weeks**		
	Num. of	**Critical**	**Paths**	=	**1**			

a.) feladat (3 pont) Mennyi a kritikus út hossza?

29 hét

b.) feladat (3 pont) Legkorábban hány hét után lehet elkezdeni az **F** tevékenységet?

15 hét

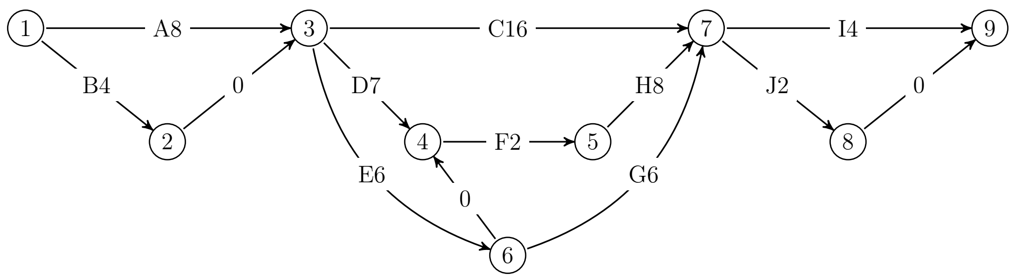
c.) feladat (3 pont) Mely tevékenységek szerepelnek a kritikus úton?

$$A - D - F - H - I$$

d.) feladat (3 pont) Mennyit csúszhat a **B** és a **G** tevékenység, hogy a projekt befejezése ne tolódjon ki?

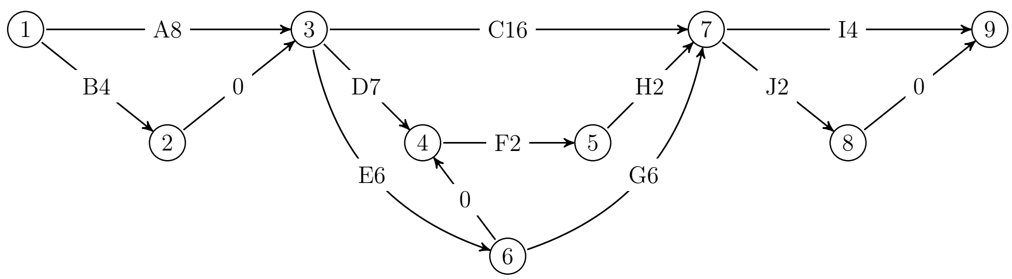
B 4 hetet, G 5 hetet

e.) feladat (3 pont) Miután Ön visszaküldte a munkát, azt a visszajelzést kapta, hogy véletlenül rossz ábrát küldtek át, mert az **F** tevékenységnek nem csak **D**, hanem **E** tevékenység is előzménye. Változik-e a kritikus út hossza? Lesznek-e új kritikus utak?



29 hét marad a fiktív él miatt.

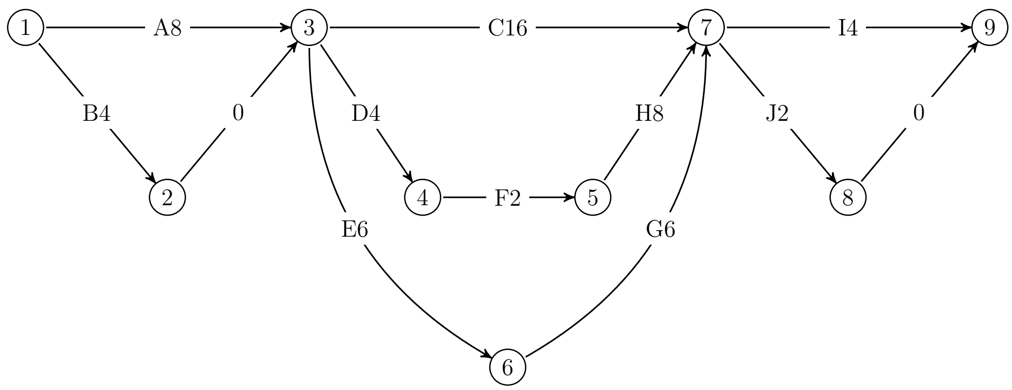
f.) feladat (6 pont) Kiderült, hogy a H tevékenység felgyorsítható, időtartama csak 2 hét. Változik-e a kritikus út,és ha igen, akkor melyek a tevékenységei és mennyi a hossza?



$$A - C - I \quad \sum = 8 + 16 + 4 = 28 \text{ hét}$$

2013.01.15.B. 2. feladat

Adott a következő tevékenységi háló: a betűk a tevékenységeket jelölik, a betűket követő számok a tevékenység hosszát hetekben mérve. (Tehát a 8 azt jelenti, hogy az **A** tevékenység 8 hétig tart. A 0 a fiktív tevékenységeket jelöli.)



A WinQSB a következő eredménnyel szolgált:

	Activity Name	Critial Path	Activity Time	Earliest Start	Earliest Finish	Latest Start	Latest Finish	Slack LS-ES
1	**A**	Yes	8	0	8	0	8	0
2	**B**	No	4	0	4	4	8	4
3	**C**	Yes	16	8	24	8	24	0
4	**D**	No	4	8	12	10	14	2
5	**E**	No	6	8	14	12	18	4
6	**F**	No	2	12	14	14	16	2
7	**G**	No	6	14	20	18	24	4
8	**H**	No	8	14	22	16	24	2
9	**I**	Yes	4	24	28	24	28	0
10	**J**	No	2	24	26	26	28	2
	Project	**Completion**	**Time**	=	**28**	**Weeks**		
	Num. of	**Critical**	**Paths**	=	**1**			

a.) feladat (3 pont) Mennyi a kritikus út hossza?

28 hét

b.) feladat (3 pont) Legkorábban hány hét után lehet elkezdeni az **F** tevékenységet?

12 hét

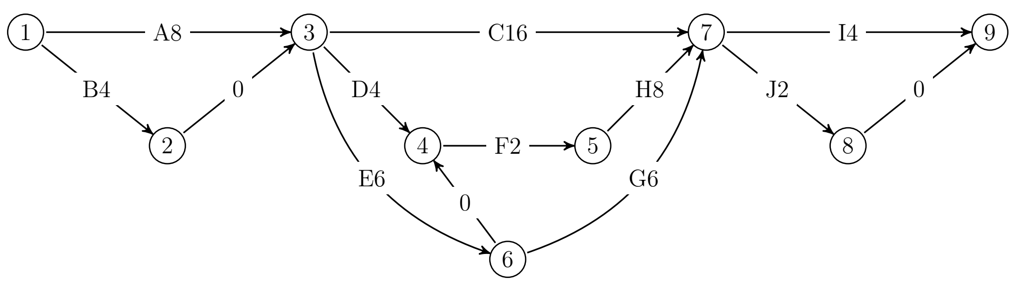
c.) feladat (3 pont) Mely tevékenységek szerepelnek a kritikus úton?

$$A - C - I$$

d.) feladat (3 pont) Mennyit csúszhat a **B** és a **H** tevékenység, hogy a projekt befejezése ne tolódjon ki?

B 4 hetet, H 2 hetet

e.) feladat (6 pont) Miután Ön visszaküldte a munkát, azt a visszajelzést kapta, hogy véletlenül rossz ábrát küldtek át, mert az **F** tevékenységnek nem csak **D**, hanem **E** tevékenység is előzménye. Változik-e a kritikus út hossza? Lesznek-e új kritikus utak?



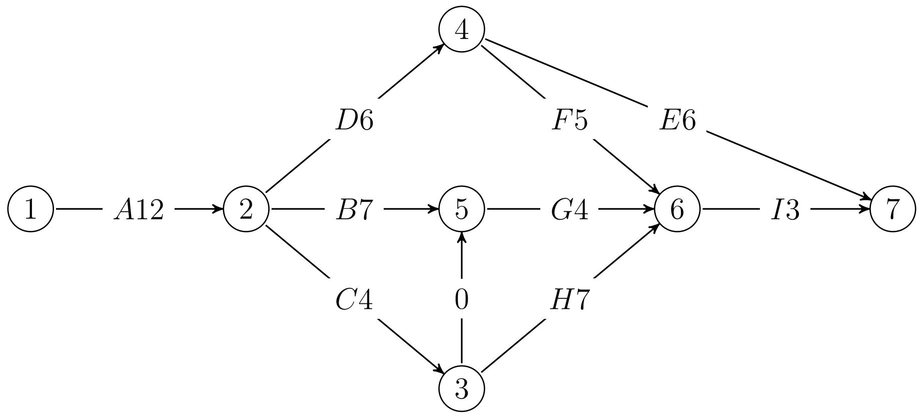
28 hét marad a fiktív él miatt. Új kritikus út lesz a B-E-F-H-I él is.

f.) feladat (2 pont) Mekkora lesz a D tevékenység tűréshatára?

Marad 2 hét.

2013.06.13.A. 4. feladat

Tekintsük a következő CPM feladatot! A hálózat élei tevékenységeket jelölnek. A tevékenységkódok mellé írt számok a tevékenység időtartamát jelzik. A hálózat csúcsait eseményeknek hívjuk. Az 1-es csúcs a projekt kezdését, a 7-es csúcs a befejezését jelenti. A (3,5) él egy fiktív tevékenységet jelöl, melynek az időtartama 0.



a.) (16 pont) Adja meg az összes kritikus utat (az érintett tevékenységek sorozatával)!
Elsőként az eseményekhez tartozó legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezés értékek kellenek:

Események	**Legkorábbi bekövetkezés**	**Legkésőbbi következés**
1	0	0
2	12	12
3	16	16
4	18	18
5	19	19
6	23	23
7	26	26

A mozgáshatár és tűréshatárértékek definíció szerint:

$$TH(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$
$$MH(i,j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$

Ekkor a kitöltött táblázat:

Tevékenység	**Tűréshatár**	**Mozgáshatár**
A (1,2)	0	0
B (2,5)	0	0
C (2,3)	0	0
D (2,4)	0	0
E (4,7)	2	2
F (4,6)	0	0
G (5,6)	0	0
H (3,6)	0	0
I (6,7)	0	0

A kritikus utak: A, C, H, I vagy A, B, G, I vagy A, D, F, I

b.) (4 pont) Mekkora legyen az E tevékenység időtartama, ha a többi tevékenység időtartamát változatlanul hagyva azt akarjuk, hogy az E tevékenység is kritikus úton legyen?

A kritikus út hossza jelenleg 26 egység. Az E tevékenység csak az alábbi láncon kerülhet a kritikus útra:

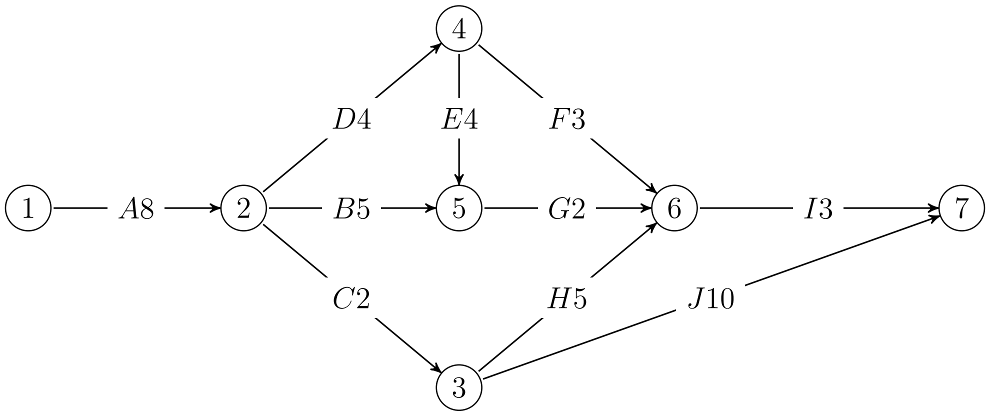
$$A - D - E$$

A megoldandó egyenlőtlenség:

$$\begin{aligned} A_t + D_t + E_t &\geq 26 \\ 12 + 6 + E_t &\geq 26 \\ E_t &\geq 8 \end{aligned}$$

2013.06.13.B. 3. feladat

Tekintsük a következő CPM feladatot! A hálózat élei tevékenységeket jelölnek. A tevékenységkódok mellé írt számok a tevékenység időtartamát jelzik. A hálózat csúcsait eseményeknek hívjuk. Az 1-es csúcs a projekt kezdését, a 7-es csúcs a befejezését jelenti.



a.) (16 pont) Adja meg az összes kritikus utat (az érintett tevékenységek sorozatával)! Elsőként az eseményekhez tartozó legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezés értékek kellenek:

Események	**Legkorábbi bekövetkezés**	**Legkésőbbi következés**
1	0	0
2	8	12
3	10	11
4	12	12
5	16	16
6	18	18
7	21	21

A mozgáshatár és tűréshatárértékek definíció szerint:

$$TH(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$
$$MH(i,j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$

Ekkor a kitöltött táblázat:

Tevékenység	**Tűréshatár**	**Mozgáshatár**
A (1,2)	0	0
B (2,5)	3	3
C (2,3)	1	0
D (2,4)	0	0
E (4,5)	0	0
F (4,6)	3	3
G (5,6)	0	0
H (3,6)	3	3
I (6,7)	0	0
J (3,7)	1	1

A kritikus út ekkor: **A-D-E-G-I**

b.) (4 pont) Mekkora legyen az F tevékenység időtartama, ha a többi tevékenység időtartamát változatlanul hagyva azt akarjuk, hogy a G tevékenység tűréshatára 3 legyen?

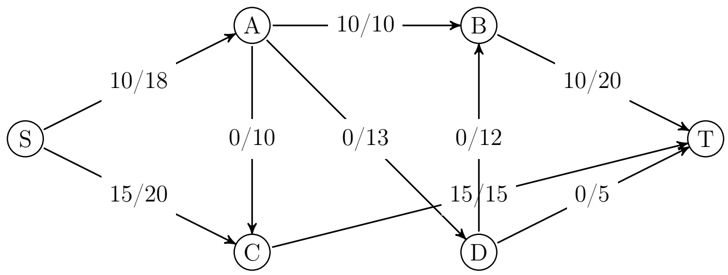
Az ekkor fennálló egyenlőség:

$$\begin{aligned} E_t + G_t + 3 &= \widehat{F_t} \\ 4 + 2 + 3 &= \widehat{F_t} \\ 9 &= \widehat{F_t} \end{aligned}$$

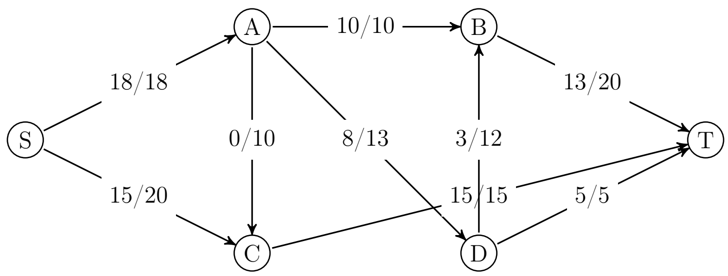
10. Maximális folyam - Ford-Fulkerson algoritmus

2010.01.13.A. 4. feladat

Az alábbi gráf egy egyirányú úthálózatot modellez. A gráf **S** és **T** csúcsai a hálózat nyugati és keleti végpontjai, a közbülső pontok útelágazások, míg az élekre felírt számok két dolgot jelentenek: a jelenlegi forgalmat a szakaszon, és az útszakasz kapacitását.



a.) (8 pont) Kiindulva a zárójelben szereplő leterheltségből, írja fel a megoldás során felhasznált, **S**-ből **T**-be vezető folyamnövelő láncokat, és írja melléjük hogy az adott lánc mentén hány egységgel növelte a folyamot az adott lépésben.



$$S - A - D - T \quad \text{5 egység és } S - A - D - B - T \quad \text{3 egység}$$

b.) (4 pont) Mennyi az egy óra alatt T-be jutó járművek száma?

$$\sum = 18 + 15 = 33$$

c.) (6 pont) Hol kellene rendőri blokád az utak hatékony (legolcsóbb) lezárásához? (Egy egységnyi kapacitást egy rendőr tud lezárni.)

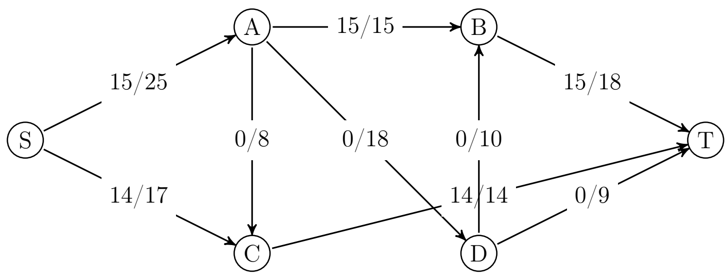
$$S - A, C - T$$

d.) (2 pont) Összesen hány rendőrt kell ebben az esetben mozgósítani?

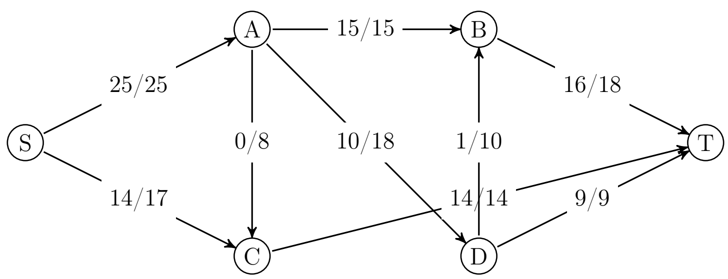
$$\sum = 18 + 15 = 33$$

2010.01.13. B. 4. feladat

Az alábbi gráf egy egyirányú úthálózatot modellez. A gráf **S** és **T** csúcsai a hálózat nyugati és keleti végpontjai, a közbülső pontok útelágazások, míg az élekre felírt számok két dolgot jelentenek: a jelenlegi forgalmat a szakaszon, és az útszakasz kapacitását.



a.) (8 pont) Kiindulva a zárójelben szereplő leterheltségből, írja fel a megoldás során felhasznált, **S**-ből **T**-be vezető folyamnövelő láncokat, és írja melléjük hogy az adott lánc mentén hány egységgel növelte a folyamot az adott lépésben.



$$S - A - D - T \quad 9 \text{ egység és } S - A - D - B - T \quad 1 \text{ egység}$$

b.) (4 pont) Mennyi az egy óra alatt T-be jutó járművek száma?

$$\sum = 25 + 14 = 39$$

c.) (6 pont) Hol kellene rendőri blokád az utak hatékony (legolcsóbb) lezárásához? (Egy egységnyi kapacitást egy rendőr tud lezárni.)

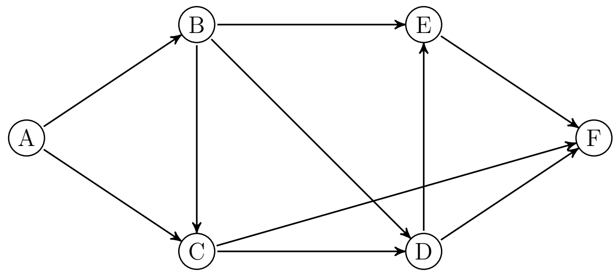
$$S - A, C - T$$

d.) (2 pont) Összesen hány rendőrt kell ebben az esetben mozgósítani?

$$\sum = 25 + 14 = 39$$

2012.01.02.A. 3. feladat

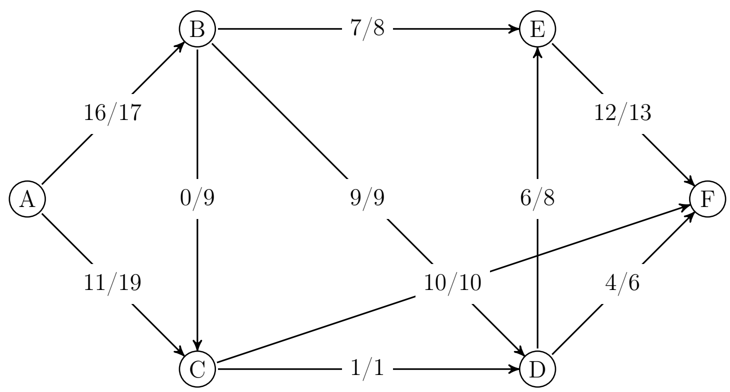
Az alábbi gráf egy egyirányú úthálózatot modellez:



A következő táblázat második sorában azt látjuk, hogy az egyes útszakaszok egy óra alatt maximum hány járművet képesek átereszteni, a harmadikban azt, hogy jelenleg hány jármű halad át az adott szakaszon, a negyedik sorban az látható, hogy mennyibe kerül az adott szakasz teljes lezárása a forgalom elől.

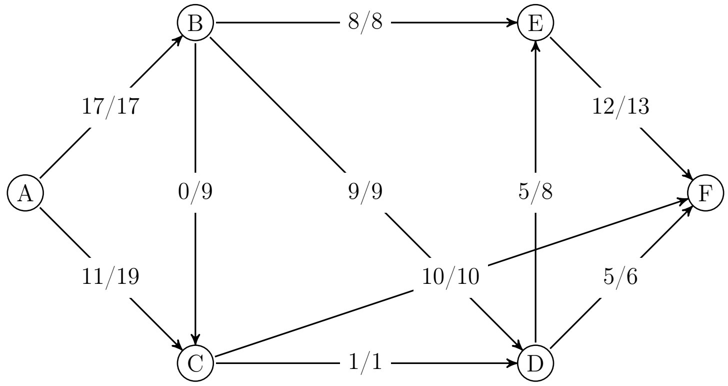
	AB	**AC**	**BC**	**BD**	**BE**	**CD**	**CF**	**DE**	**DF**	**EF**
Kapacitás	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13
Forgalom	16	11	0	9	7	1	10	6	4	13
Költség	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13

a.) (2 pont) Jelenleg hány jármű áramlik óránként **A**-ból **F**-be?



$$\sum FLOW = 11 + 16 = 27$$

b.) (8 pont) Kiindulva a jelenlegi forgalomból, mekkora lehet a maximális folyam, és mely élek mentén lehet bővíteni?



Szembe folyatásos átrendezéssel az alábbi éleken:

$$A - B - E - D - F \text{ 1 egység}$$

Az új áramlás:

$$\sum FLOW = 11 + 17 = 28$$

c.) (4 pont) Az alábbi táblázat sorainak kitöltésével adja meg, hogy a maximális folyam esetében mekkora lesz a forgalom az egyes útszakaszokon:

	AB	**AC**	**BC**	**BD**	**BE**	**CD**	**CF**	**DE**	**DF**	**EF**
Kapacitás	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13
Forgalom	17	11	0	9	8	1	10	5	5	13
Költség	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13

d.) (4 pont) Ha azt szeretnénk, hogy az A és F pontok közti forgalom megszűnjék, akkor mely útszakaszokat kell lezárnunk, hogy a lezárás költsége minimális legyen?

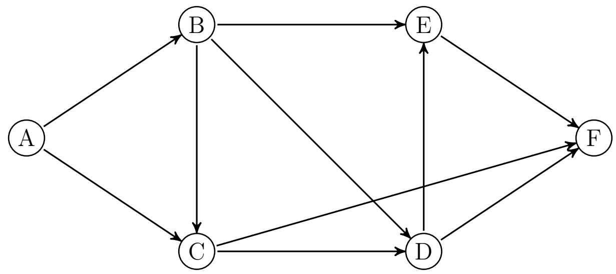
$$A - B, C - D, C - F$$

e.) (2 pont) Mennyibe kerül ekkor a lezárás?

$$\sum COST = 17 + 1 + 10 = 28$$

2012.01.02.A. 3. feladat

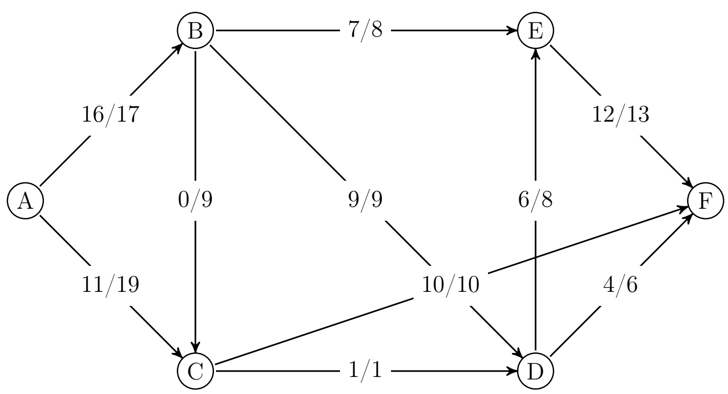
Az alábbi gráf egy egyirányú úthálózatot modellez:



A következő táblázat második sorában azt látjuk, hogy az egyes útszakaszok egy óra alatt maximum hány járművet képesek átereszteni, a harmadikban azt, hogy jelenleg hány jármű halad át az adott szakaszon, a negyedik sorban az látható, hogy mennyibe kerül az adott szakasz teljes lezárása a forgalom elől.

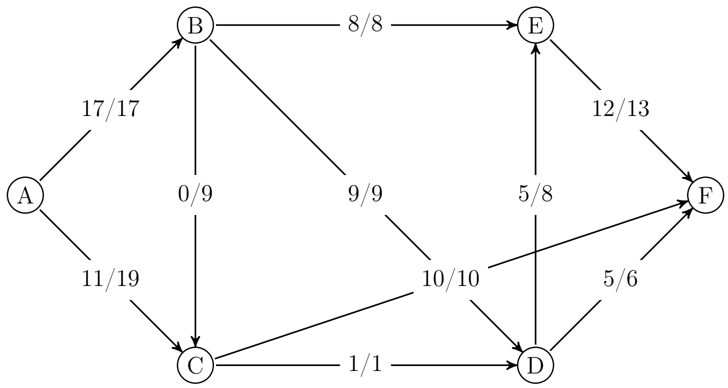
	AB	**AC**	**BC**	**BD**	**BE**	**CD**	**CF**	**DE**	**DF**	**EF**
Kapacitás	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13
Forgalom	16	11	0	9	7	1	10	6	4	13
Költség	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13

a.) (2 pont) Jelenleg hány jármű áramlik óránként **A**-ból **F**-be?



$$\sum FLOW = 11 + 16 = 27$$

b.) (8 pont) Kiindulva a jelenlegi forgalomból, mekkora lehet a maximális folyam, és mely élek mentén lehet bővíteni?



Szembe folyatásos átrendezéssel az alábbi éleken:

$$A - B - E - D - F \text{ 1 egység}$$

Az új áramlás:

$$\sum FLOW = 11 + 17 = 28$$

c.) (4 pont) Az alábbi táblázat sorainak kitöltésével adja meg, hogy a maximális folyam esetében mekkora lesz a forgalom az egyes útszakaszokon:

	AB	**AC**	**BC**	**BD**	**BE**	**CD**	**CF**	**DE**	**DF**	**EF**
Kapacitás	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13
Forgalom	17	11	0	9	8	1	10	5	5	13
Költség	17	19	9	9	8	1	10	8	6	13

d.) (4 pont) Ha azt szeretnénk, hogy az A és F pontok közti forgalom megszűnjék, akkor mely útszakaszokat kell lezárnunk, hogy a lezárás költsége minimális legyen?

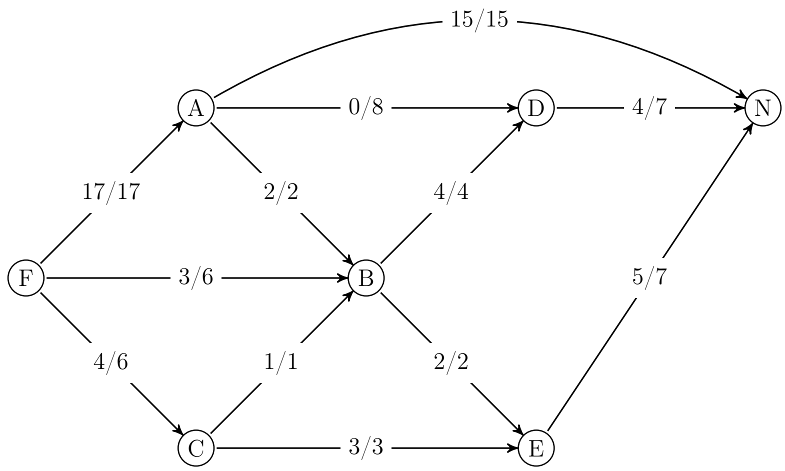
$$A - B, C - D, C - F$$

e.) (2 pont) Mennyibe kerül ekkor a lezárás?

$$\sum COST = 17 + 1 + 10 = 28$$

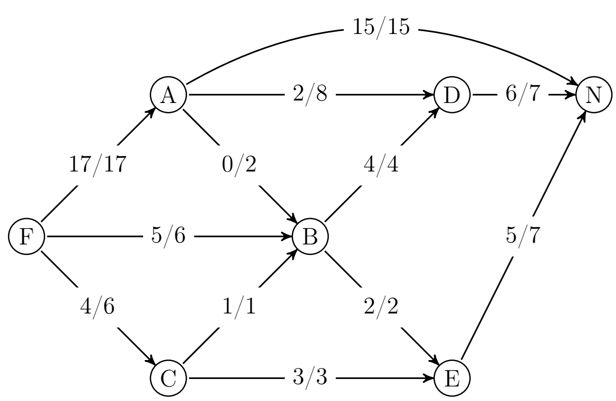
2012.12.18.A. 4. feladat

A következő hálózatban az élekre írt első szám az élen áthaladó folyamot (terhelést) a második és az él kapacitását jelenti. A $D \to N$ élen például 7 értékű a kapacitás, és 4 értékű folyam halad át rajta.



Az **F** forrásból az **N** nyelőbe vezető maximális folyam meghatározására a Ford-Fulkerson algoritmust alkalmazzuk. Az algoritmus alkalmazása során eddig az ábrán feltüntetett folyam értékeket kaptuk. A következő iterációban olyan utat keresünk, amely mentén javíthatjuk a folyamot.

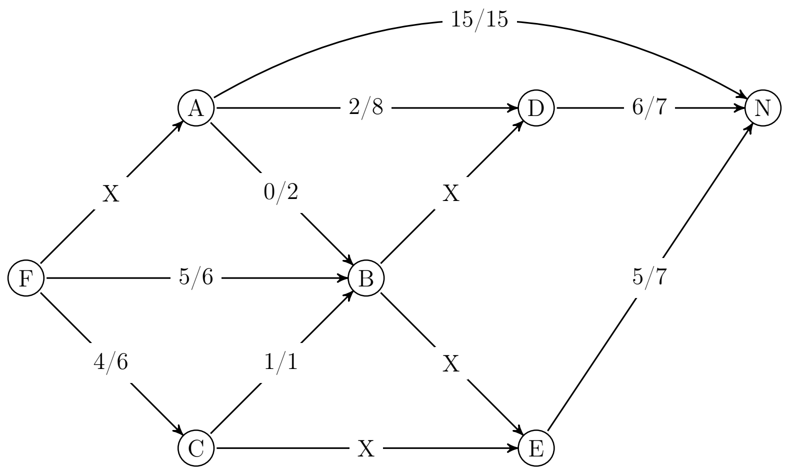
a.) (14 pont) Adjon meg egy olyan láncot (a csúcspontok sorozataként), amely javítja a meglévő folyamot. Az új áramot ábrázolja is a gráfon!



Szembefolyatással adódik az alábbi folyamnövelő lánc:

$$F - B - A - D - N \text{ 2 egység}$$

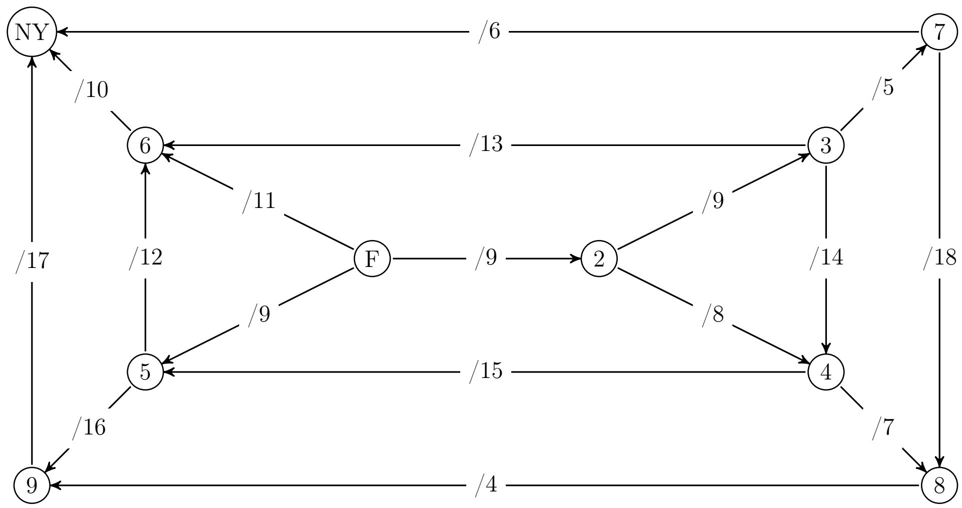
b.) (6 pont) Határozza meg a minimális vágást, és a minimális vágáshoz tartozó kapacitást!



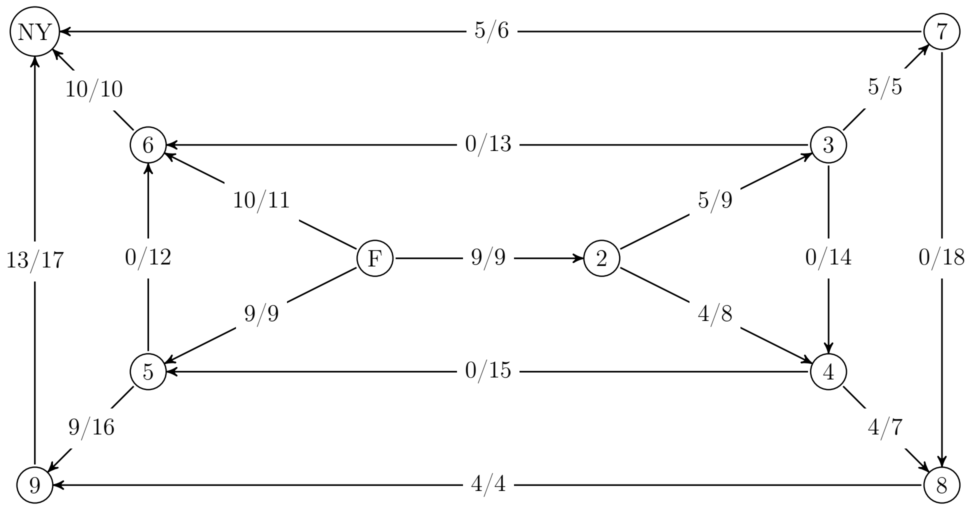
$$F - A, B - D, B - E, C - E \text{ (26 egység)}$$

2013.01.15.A. 3. feladat

Az alábbi hálózatban **F**-fel jelöljük a forrást **NY**-nyel a nyelőt. Az élek mellé írt számok az adott él kapacitását jelentik.



a.) (10 pont) Keressen egy maximális folyamot, s az eredményt rajzolja be az alábbi ábrába !



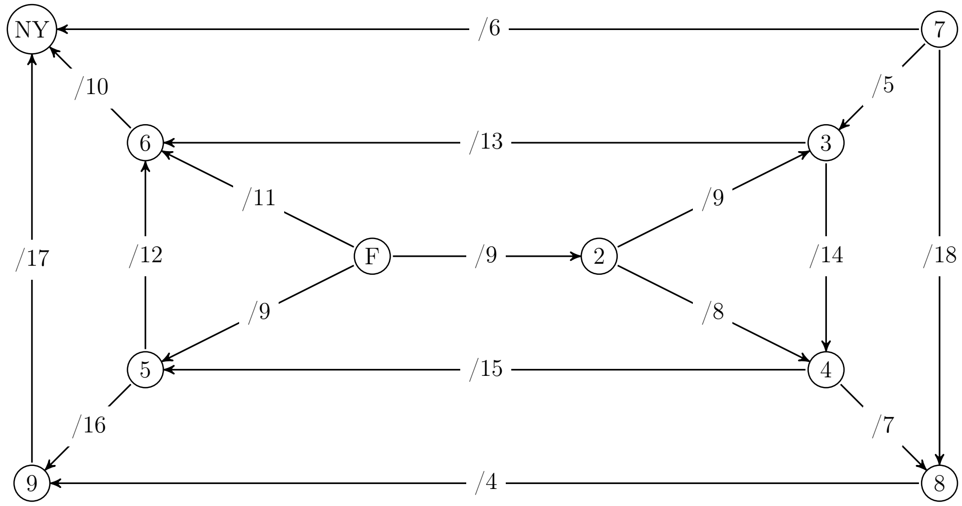
b.) (2 pont) Mekkora lesz a maximális folyam értéke?

$$\sum FLOW = 9 + 9 + 10 = 28$$

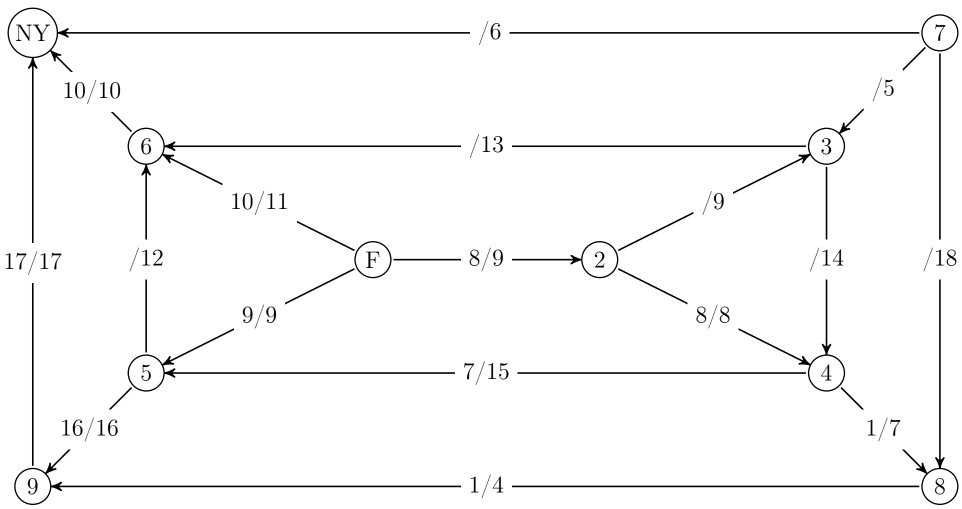
c.) (4 pont) Mely élek tartoznak a minimális vágáshoz?

$$F - 2, F - 5, 6 - NY$$

d.) (4 pont) A 3-7 él irányítása megváltozik mi lesz az új maximális áramlás értéke?



Az áramlást leíró gráf:



A maximális folyam értéke:

$$\sum FLOW = 17 + 10 = 27$$

A minimális vágáshoz tartozó élek:

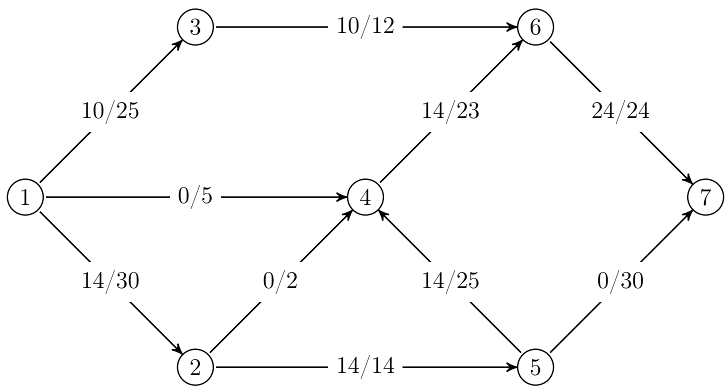
$$2 - 4, F - 5, 6 - NY$$

vagy

$$9 - NY, 6 - NY$$

2013.05.15.A. 3. feladat

Tekintsük az alábbi irányított élekből és számozott csúcsokból álló gráfot! Az élekre írt második szám az él kapacitását jelöli, míg az első a rajta aktuálisan átmenő folyam értéket. Tehát például az (1,2) él kapacitása 30 egység, s jelenleg 14 egység folyik át rajta.



a.) (6 pont) Adja meg a lehetséges javítások maximális értékeit az alábbi láncok mentén!

1. $1 \to 2 \to 4 \to 6 \to 7$

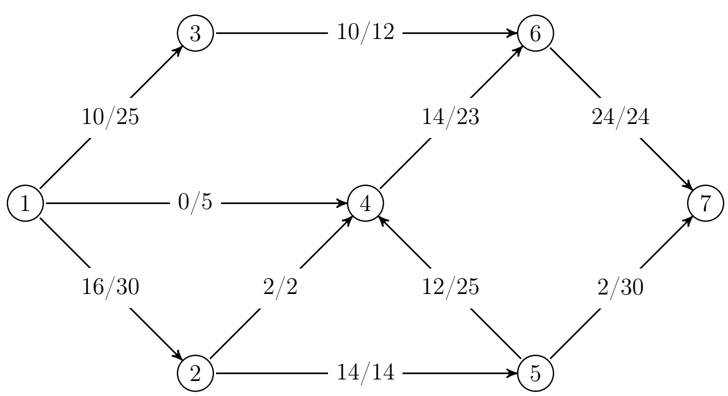
   Nem lehetséges javítás, mert $f_{67} = k_{67}$

2. $1 \to 4 \to 6 \to 7$

   Nem lehetséges javítás, mert $f_{67} = k_{67}$

3. $1 \to 2 \to 4 \leftarrow 5 \to 7$

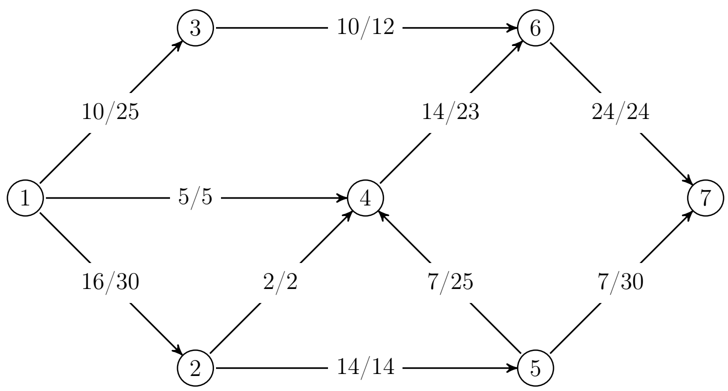
   Lehet javítani 2 egységgel. Ekkor az új áramlás a gráfon keresztül:



b.) (14 pont) Tegyük fel, hogy az adott folyamot feljavítottuk az a) pontban felsorolt láncok közül annak mentén, amelyik a legnagyobb javulást eredményezi. Maximális-e az így feljavított folyam? Ha igen, adja meg a maximális folyam értékét és egy minimális vágást (a vágásban szereplő élek megadásával, illetve a forrást tartalmazó csúcspontok halmazának megadásával egyaránt!) Ha nem, adja meg az összes lehetséges láncot, mely mentén a folyam értéke még javítható (természetesen a javítás értékével együtt)!
Egyetlen lánc mentén lehet javítani:

$$1 \rightarrow 4 \leftarrow 5 \rightarrow 7$$

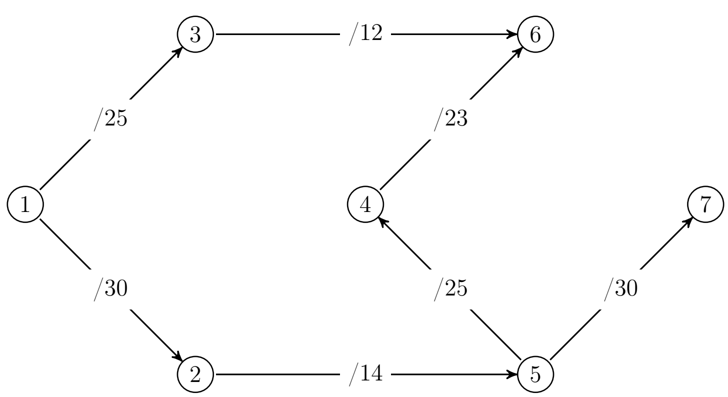
A javítás értéke 5 egység.



A maximális folyam értéke ekkor:

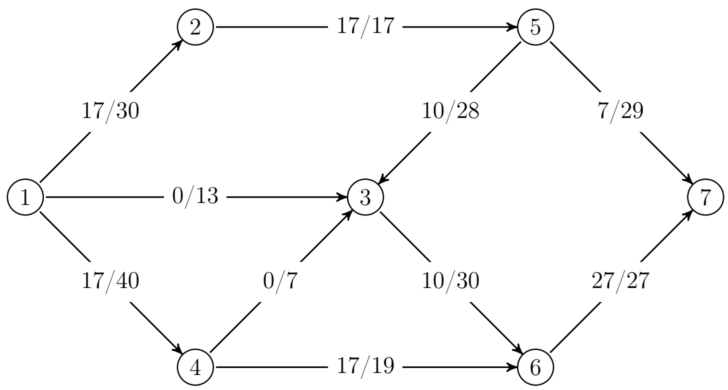
$$\max\ FLOW = 16 + 5 + 10 = 31$$

A keresett minimális vágás: $\{(1,4),(2,4),(6,7)\}$. Csúcspontokkal: (1, 2, 3, 6).



2013.05.15.B. 4. feladat

Tekintsük az alábbi irányított élekből és számozott csúcsokból álló gráfot! Az élekre írt második szám az él kapacitását jelöli, míg az első a rajta aktuálisan átmenő folyam értéket. Tehát például az (1,2) él kapacitása 30 egység, s jelenleg 17 egység folyik át rajta.



a.) (6 pont) Adja meg a lehetséges javítások maximális értékeit az alábbi láncok mentén!

1. $1 \to 4 \to 3 \to 6 \to 7$

   Nem lehetséges javítás, mert $f_{67} = k_{67}$

2. $1 \to 3 \leftarrow 5 \to 7$

   Összesen 10 javítás lehetséges, mivel $k_1 = \min(13, 22) = 13$ és $k_2 = 10$.

   Ekkor a minimum feltételből adódik a kapacitás $k = \min(k_1, k_2) = 10$.

3. $1 \to 3 \to 6 \to 7$

   Nem lehetséges javítás, mert $f_{67} = k_{67}$

4. $1 \to 4 \to 3 \leftarrow 5 \to 7$

   Összesen 7 javítás lehetséges, mivel $k_1 = \min(23, 7, 22) = 7$, és $k_2 = 10$.

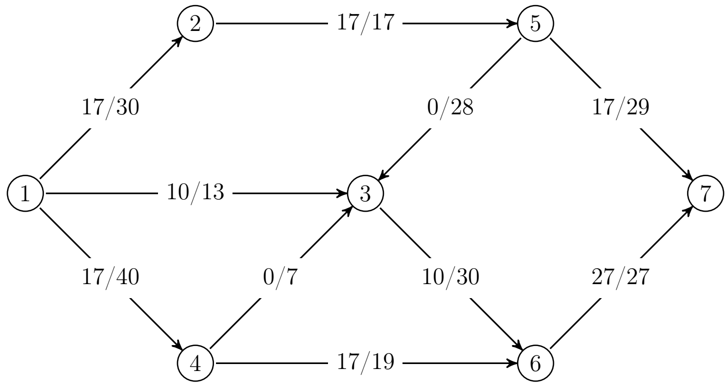
   Ekkor a minimum feltételből adódik a kapacitás $k = \min(k_1, k_2) = 7$.

b.) (14 pont) Tegyük fel, hogy az adott folyamot feljavítottuk az a. pontban felsorolt láncok közül annak mentén, amelyik a legnagyobb javulást eredményezi. Maximális-e az így feljavított folyam?

$$1 \to 3 \leftarrow 5 \to 7$$

A javítás mértéke 10 egység lesz.

A feljavított áramlás a lépés után:

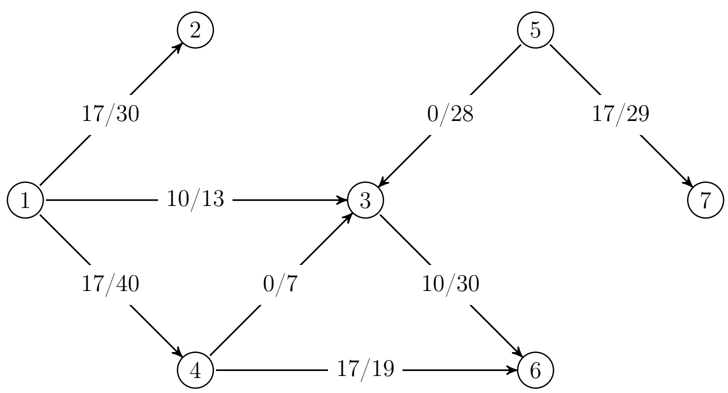


Ha igen, adja meg a maximális folyam értékét és egy minimális vágást (a vágásban szereplő élek megadásával, illetve a forrást tartalmazó csúcspontok halmazának megadásával egyaránt!)Ha nem, adja meg az összes lehetséges láncot, mely mentén a folyam értéke még javítható (természetesen a javítás értékével együtt)!

A maximális folyam értéke ekkor:

$$\max\ FLOW = 17 + 27 = 44$$

A keresett minimális vágás: $\{(2,5),(6,7)\}$. Csúcspontokkal: $(1,2,3,4,6)$.



11. Bináris programozás

2008.01.07.A. 2. feladat

Az alábbi bináris hátizsák feladatban az a és b paraméterek pozitív egész számok:

$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & ax_1+ & 4x_2+ & 7x_3+ & 4x_4 & \\ & 5x_1+ & bx_2+ & 8x_3+ & 7x_4 & \leq 12 \end{array}$$

a.) (2 pont) Határozza meg az a paraméter értékét, tudva, hogy a fenti feladathoz tartozó folytonos feladatban az $[1, 1, 3/8, 0]$ lehetséges megoldáshoz a $z = \frac{101}{8} = 12.125$ célfüggvény-érték tartozik.

$$\begin{aligned} z &= ax_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 \\ \frac{101}{8} &= ax_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 \\ \frac{101}{8} &= a + 4 + \frac{21}{8} \\ \frac{101}{8} &= a + \frac{53}{8} \\ \frac{48}{8} &= a \\ 6 &= a \end{aligned}$$

b.) (3 pont) Határozza meg a pozitív egész b paraméter értékét!

$$\begin{aligned} 5x_1 + bx_2 + 8x_3 + 7x_4 &= 12 \\ 5 \cdot 1 + b \cdot 1 + 8 \cdot \frac{3}{8} + 7 \cdot 0 &= 12 \\ 5 + b + 3 &= 12 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

c.) (12 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket!

Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

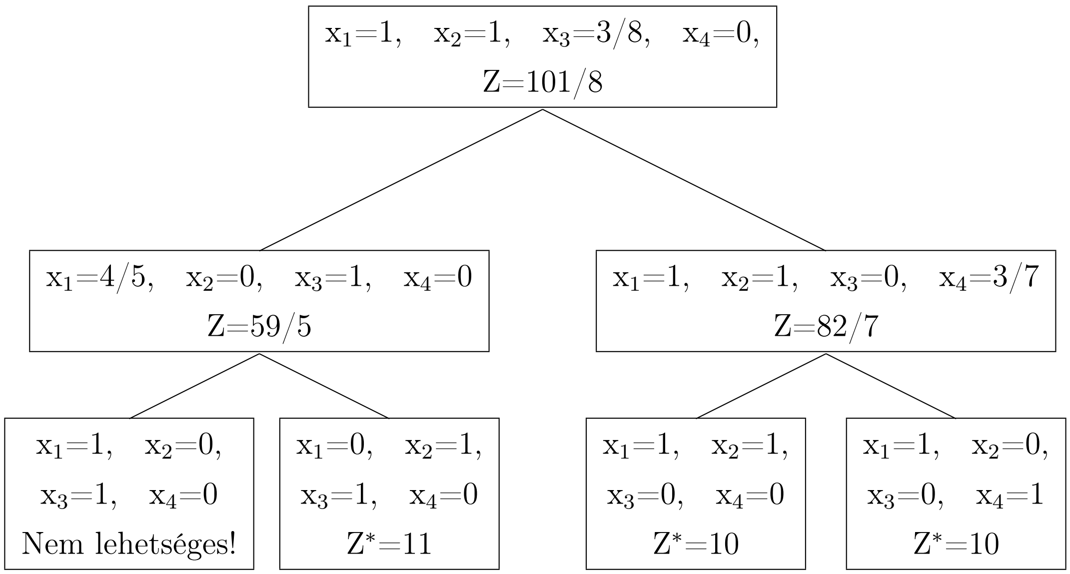
$$x_1 = \frac{6}{5} \quad x_2 = \frac{4}{4} \quad x_3 = \frac{7}{8} \quad x_4 = \frac{4}{7}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_1, x_2, x_3, x_4

A megoldandó feladat ekkor:

$$\begin{aligned} \max z = \quad & 6x_1+ \quad 4x_2+ \quad 7x_3+ \quad 4x_4 \\ & 5x_1+ \quad 4x_2+ \quad 8x_3+ \quad 7x_4 \quad \leq 12 \end{aligned}$$

Ekkor a feladat relaxálása és a megoldási fa:



d.) (1 pont) Adja meg az optimális célfüggvény értéket!

$$Z = 11$$

e.) (1 pont) Adjon meg egy optimális megoldást! A 3 potenciális megoldás közül ekkor az optimális:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 0$$

e.) (1 pont) Hány optimális megoldás van?

1 darab

2008.01.07.B. 2. feladat

Az alábbi bináris hátizsák feladatban az a és b paraméterek pozitív egész számok:

$$\begin{array}{rllll} \max z = & ax_1+ & 5x_2+ & 8x_3+ & 5x_4 \\ & 6x_1+ & bx_2+ & 9x_3+ & 8x_4 \quad \leq 14 \end{array}$$

a.) (2 pont) Határozza meg az a paraméter értékét, tudva, hogy a fenti feladathoz tartozó folytonos feladatban az $[1, 1, 1/3, 0]$ lehetséges megoldáshoz a $z = \frac{44}{3} = 14.667$ célfüggvény-érték tartozik.

$$\begin{aligned} z &= ax_1 + 5x_2 + 8x_3 + 5x_4 \\ \frac{44}{3} &= ax_1 + 5x_2 + 8x_3 + 5x_4 \\ \frac{44}{3} &= a + 5 + \frac{8}{3} \\ \frac{44}{3} &= a + \frac{23}{3} \\ \frac{21}{3} &= a \\ 7 &= a \end{aligned}$$

b.) (3 pont) Határozza meg a pozitív egész b paraméter értékét!

$$\begin{aligned} 6x_1 + bx_2 + 9x_3 + 8x_4 &= 14 \\ 6 \cdot 1 + b \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{3} + 8 \cdot 0 &= 14 \\ 6 + b + 3 &= 14 \\ b &= 5 \end{aligned}$$

c.) (12 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket!

Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

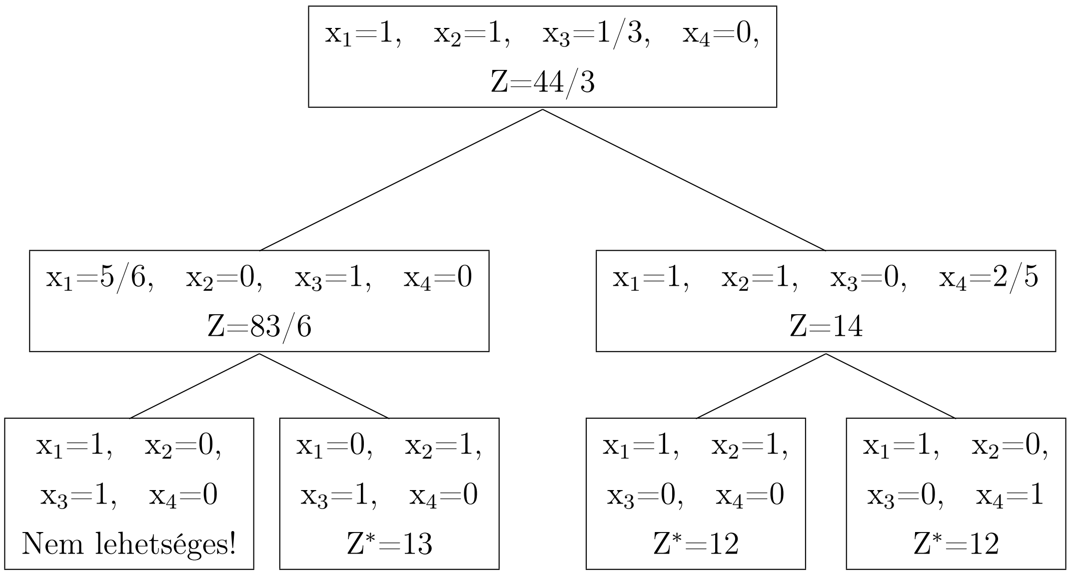
$$x_1 = \frac{7}{6} \quad x_2 = \frac{5}{5} \quad x_3 = \frac{8}{9} \quad x_4 = \frac{5}{8}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_1, x_2, x_3, x_4

A megoldandó feladat ekkor:

$$\begin{aligned} \max z = \quad & 7x_1+ \quad 5x_2+ \quad 8x_3+ \quad 5x_4 \\ & 6x_1+ \quad 5x_2+ \quad 9x_3+ \quad 8x_4 \quad \leq 14 \end{aligned}$$

Ekkor a feladat relaxálása és a megoldási fa:



d.) (1 pont) Adja meg az optimális célfüggvény értéket!

$$Z = 13$$

e.) (1 pont) Adjon meg egy optimális megoldást! A 3 potenciális megoldás közül ekkor az optimális:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 0$$

e.) (1 pont) Hány optimális megoldás van?

1 darab

2008.12.23.A. 2. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

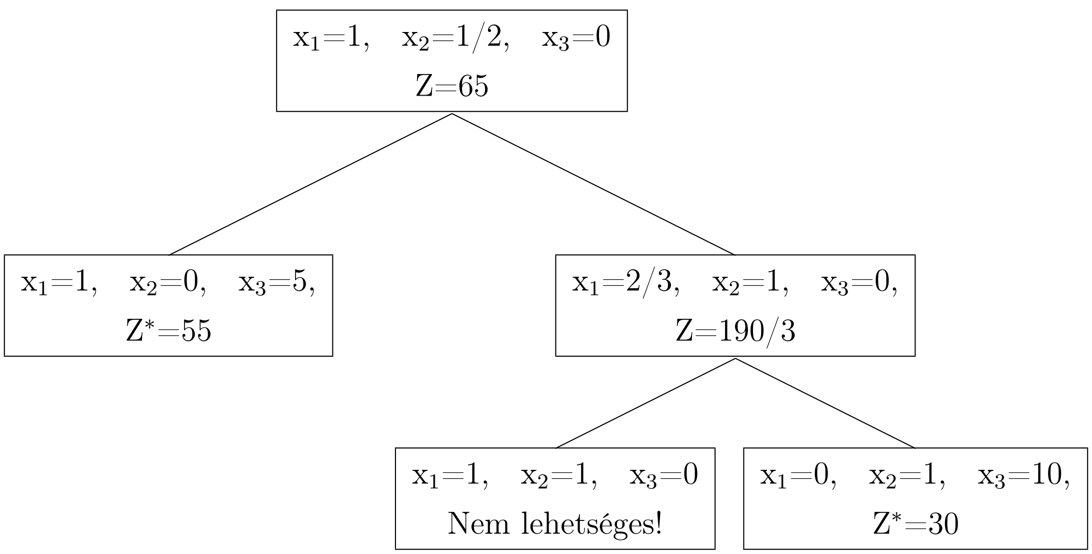
$$\begin{array}{rrrrl} \max z = & 50x_1+ & 30x_2+ & x_3 & \\ & 30x_1+ & 20x_2+ & 2x_3 & \leq 40 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \text{ bináris változók és } x_3 \geq 0 \text{ folytonos}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{5}{3} \quad x_2 = \frac{3}{2} \quad x_3 = \frac{1}{2}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_1, x_2, x_3



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 5 \quad Z = 55$$

2009.12.23.A. 4. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

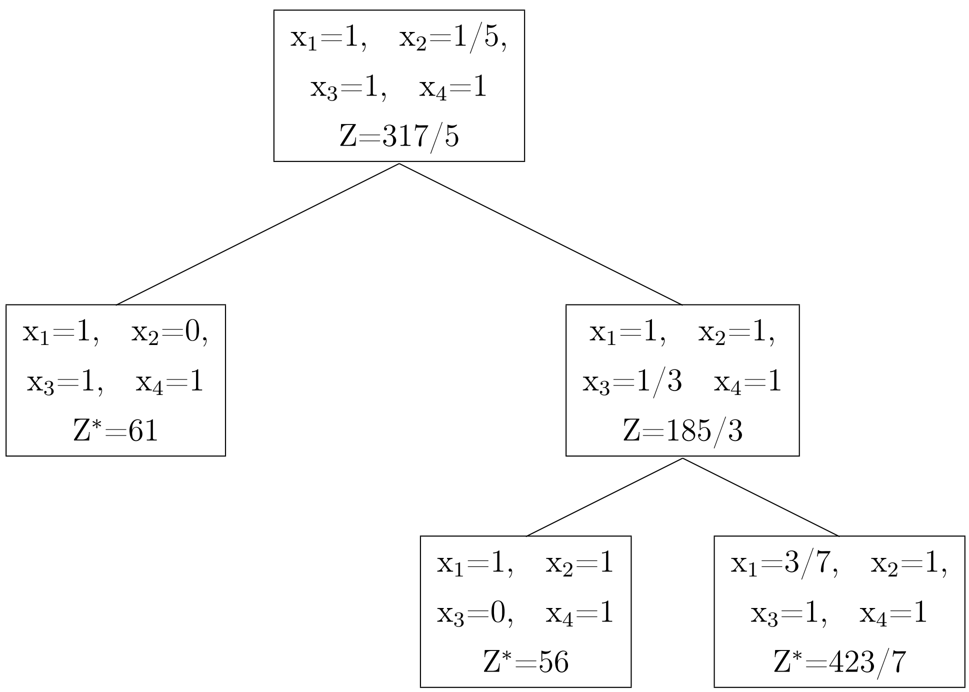
$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & 22x_1+ & 12x_2+ & 17x_3+ & 22x_4 & \\ & 7x_1+ & 5x_2+ & 6x_3+ & 6x_4 & \leq 20 \end{array}$$

$$x_2, x_3 \text{ bináris változók és } 1 \geq x_1, x_4 \geq 0 \text{ folytonos}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{22}{7} \quad x_2 = \frac{12}{5} \quad x_3 = \frac{17}{6} \quad x_4 = \frac{22}{6}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_4, x_1, x_3, x_2



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1 \quad Z = 61$$

2009.12.23.B. 4. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

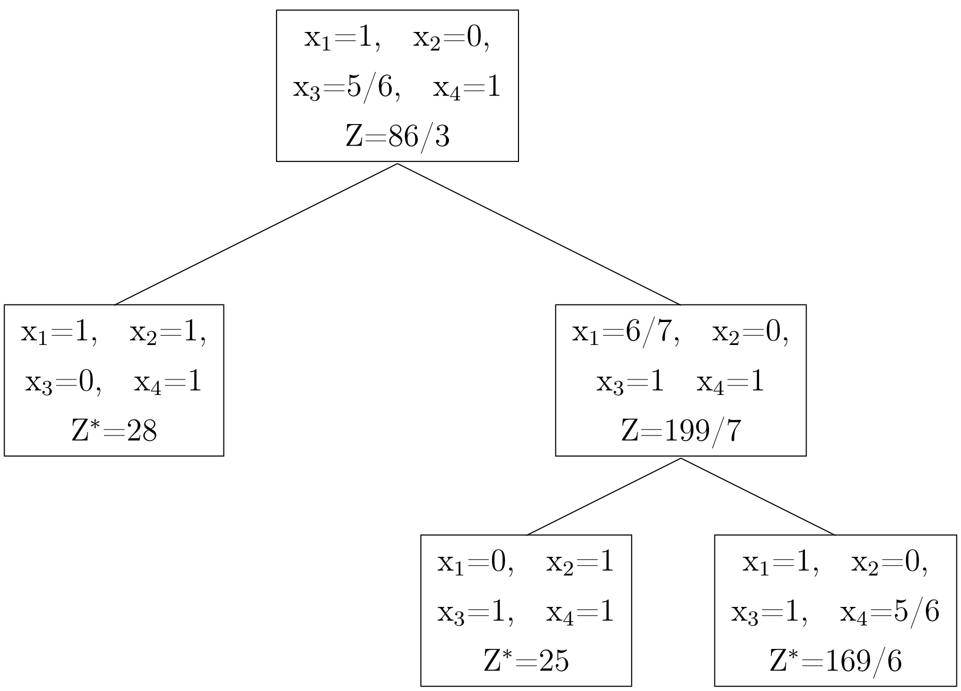
$$\begin{aligned} \max z = \quad & 11x_1 + \quad 6x_2 + \quad 8x_3 + \quad 11x_4 \\ & 7x_1 + \quad 5x_2 + \quad 6x_3 + \quad 6x_4 \quad \leq 18 \end{aligned}$$

$$x_1, x_3 \text{ bináris változók és } 1 \geq x_2, x_4 \geq 0 \text{ folytonos}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{11}{7} \quad x_2 = \frac{6}{5} \quad x_3 = \frac{8}{6} \quad x_4 = \frac{11}{6}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_4, x_1, x_3, x_2



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 5/6 \quad Z^* = 169/6 = 28.166$$

2010.01.06.A. 3. feladat

Oldja meg az alábbi egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

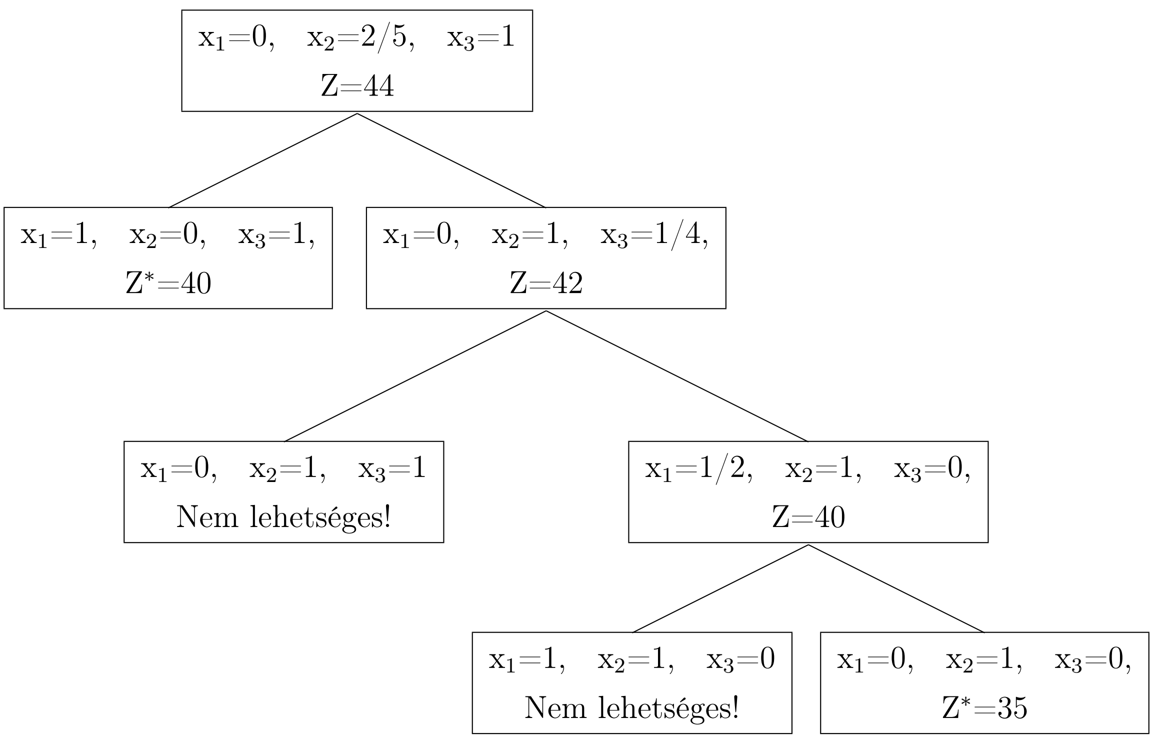
$$\begin{array}{rrrrl} \max z = & 10x_1+ & 35x_2+ & 30x_3 & \\ & 2x_1+ & 5x_2+ & 4x_3 & \leq 6 \end{array}$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ bináris változók}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{10}{2} \quad x_2 = \frac{35}{5} \quad x_3 = \frac{30}{4}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_3, x_2, x_1



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad Z = 40$$

2010.01.06.B. 3. feladat

Oldja meg az alábbi egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

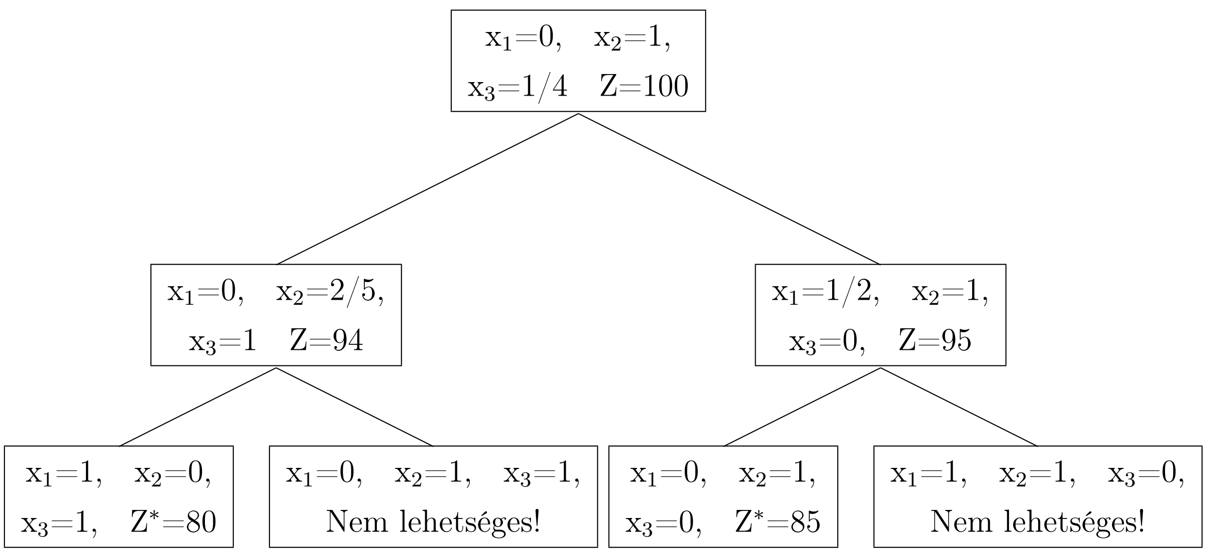
$$\begin{aligned} \max z = \quad & 20x_1 + \quad 85x_2 + \quad 60x_3 \\ & 4x_1 + \quad 10x_2 + \quad 8x_3 \quad \leq 12 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ bináris változók}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{20}{4} \quad x_2 = \frac{85}{10} \quad x_3 = \frac{60}{8}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_2, x_3, x_1



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad Z = 85$$

2011.12.22.A. 4. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

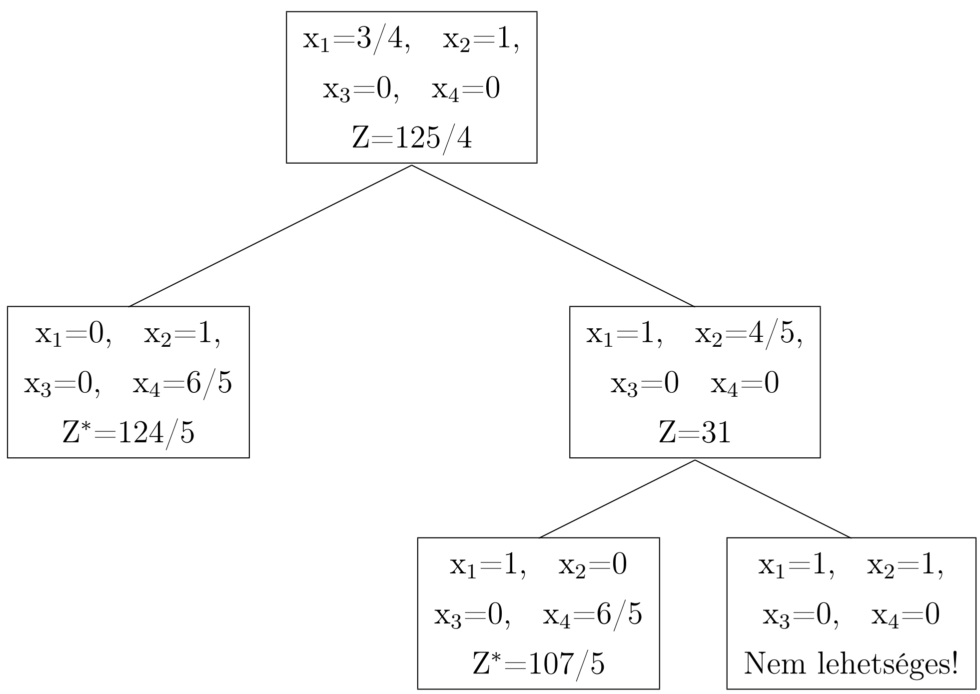
$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & 15x_1+ & 20x_2+ & 2x_3+ & 4x_4 & \\ & 8x_1+ & 10x_2+ & 3x_3+ & 5x_4 & \leq 16 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \text{ bináris változók és } x_3, x_4 \geq 0 \text{ folytonos}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{15}{8} \quad x_2 = \frac{20}{10} \quad x_3 = \frac{2}{3} \quad x_4 = \frac{4}{5}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_2, x_1, x_4, x_3



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 6/5 \quad Z^* = 124/5 = 28.166$$

2011.12.22.B. 4. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

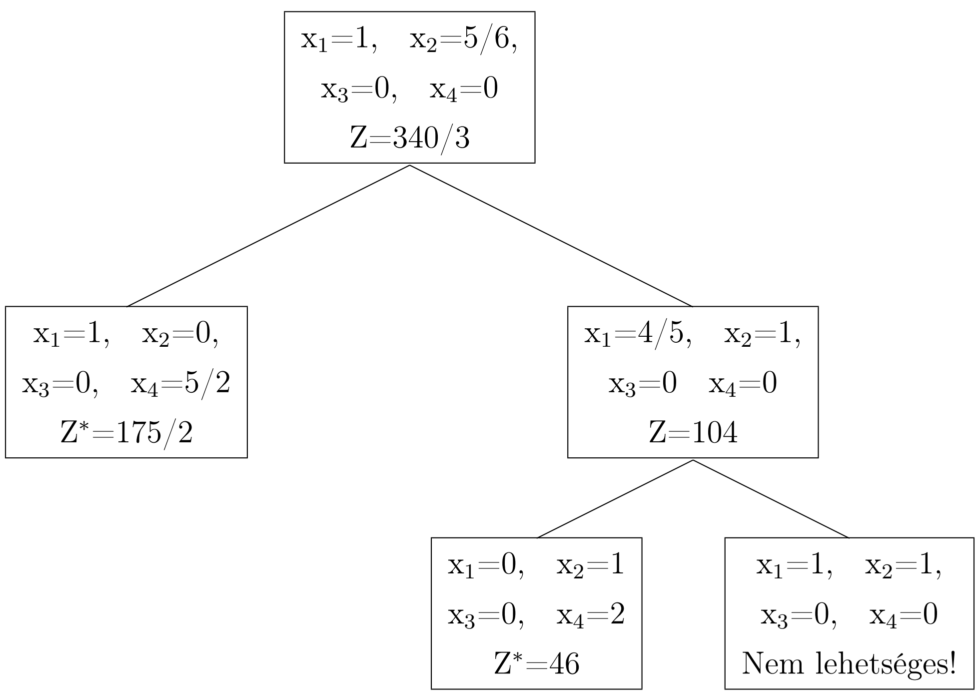
$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & 80x_1+ & 40x_2+ & 2x_3+ & 3x_4 & \\ & 10x_1+ & 12x_2+ & 5x_3+ & 4x_4 & \leq 20 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \text{ bináris változók és } x_3, x_4 \geq 0 \text{ folytonos}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = 8 \quad x_2 = \frac{40}{12} \quad x_3 = \frac{3}{5} \quad x_4 = \frac{3}{4}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_2, x_1, x_4, x_3



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 5/2 \quad Z^* = 175/2 = 87.5$$

2012.01.02.A. 4. feladat

Oldja meg az alábbi egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

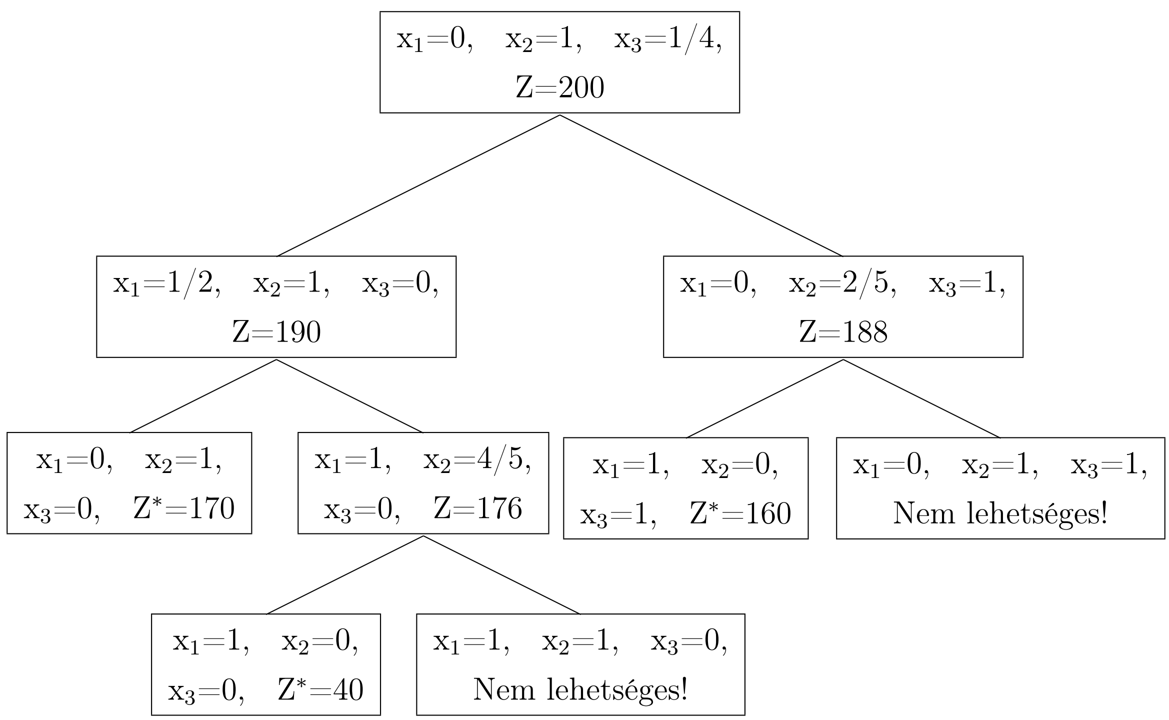
$$\begin{aligned} \max z = \; & 40x_1 + 170x_2 + 120x_3 \\ & 8x_1 + 20x_2 + 16x_3 \leq 24 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ bináris változók}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = 5 \quad x_2 = \frac{17}{2} \quad x_3 = \frac{120}{16}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_2, x_3, x_1



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad Z^* = 170$$

2012.01.16.C. 4. feladat

Oldja meg az alábbi egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

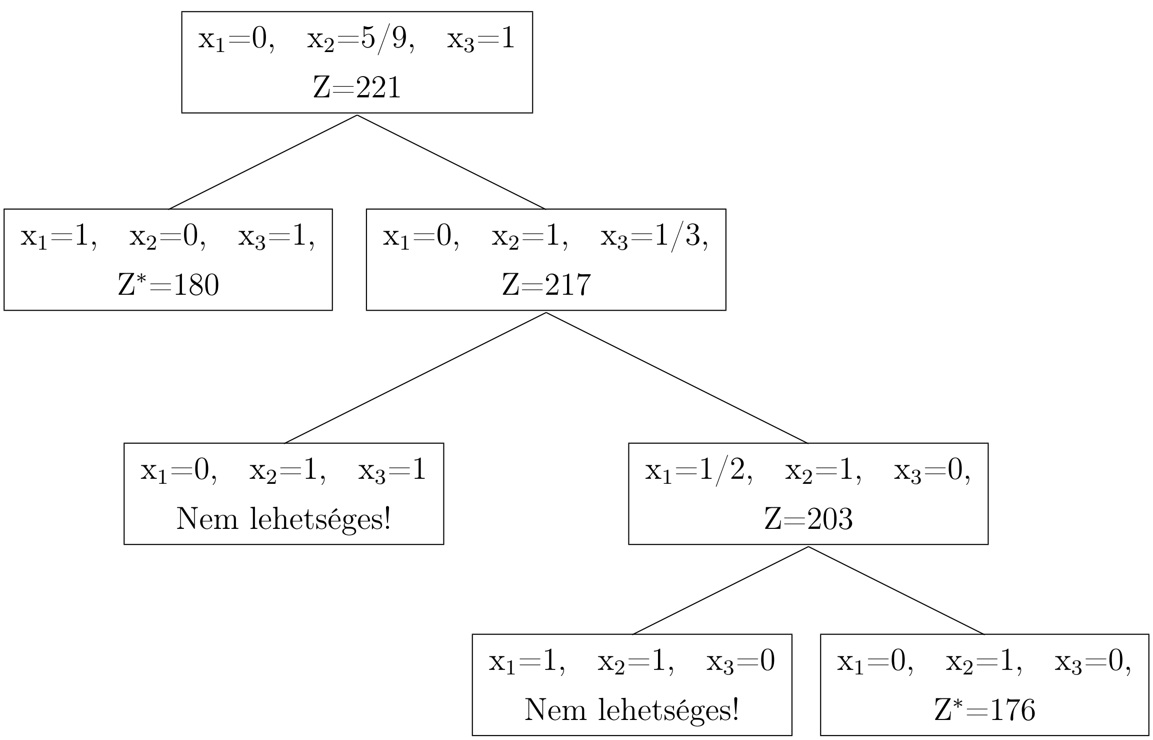
$$\begin{array}{rrrrl} \max z = & 55x_1+ & 176x_2+ & 125x_3 & \\ & 10x_1+ & 22x_2+ & 15x_3 & \leq 27 \end{array}$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ bináris változók}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{55}{10} \quad x_2 = \frac{176}{22} \quad x_3 = \frac{125}{15}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_3, x_2, x_1



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad Z = 40$$

2012.01.23.A. 4. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & 30x_1+ & 40x_2+ & 4x_3+ & 8x_4 & \\ & 8x_1+ & 10x_2+ & 2x_3+ & 5x_4 & \leq 16 \end{array}$$

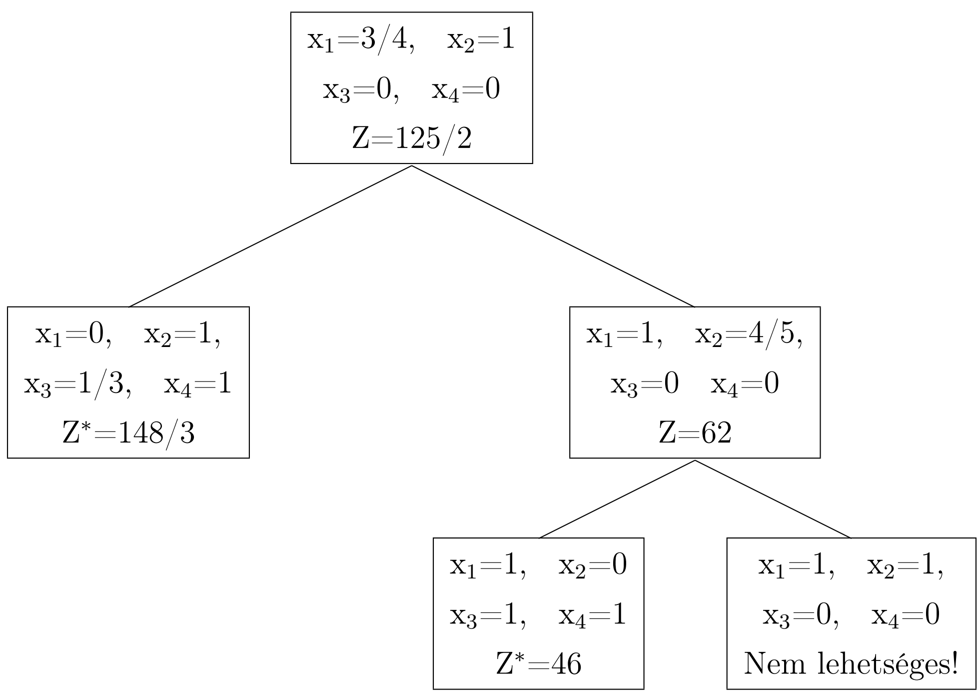
$$x_1, x_2 \text{ bináris változók és } 1 \geq x_i \geq 0,\ i = 3, 4 \text{ folytonos}$$

a.) (15 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket!

Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{30}{8} \quad x_2 = \frac{40}{10} \quad x_3 = \frac{4}{2} \quad x_4 = \frac{8}{5}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_2, x_1, x_4, x_3



b.) (5 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 1/3 \quad x_4 = 1 \quad Z^* = 148/3 = 49.333$$

2012.01.23.B. 4. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & 5x_1+ & 6x_2+ & 3x_3+ & 4x_4 & \\ & 8x_1+ & 10x_2+ & 3x_3+ & 5x_4 & \leq 7 \end{array}$$

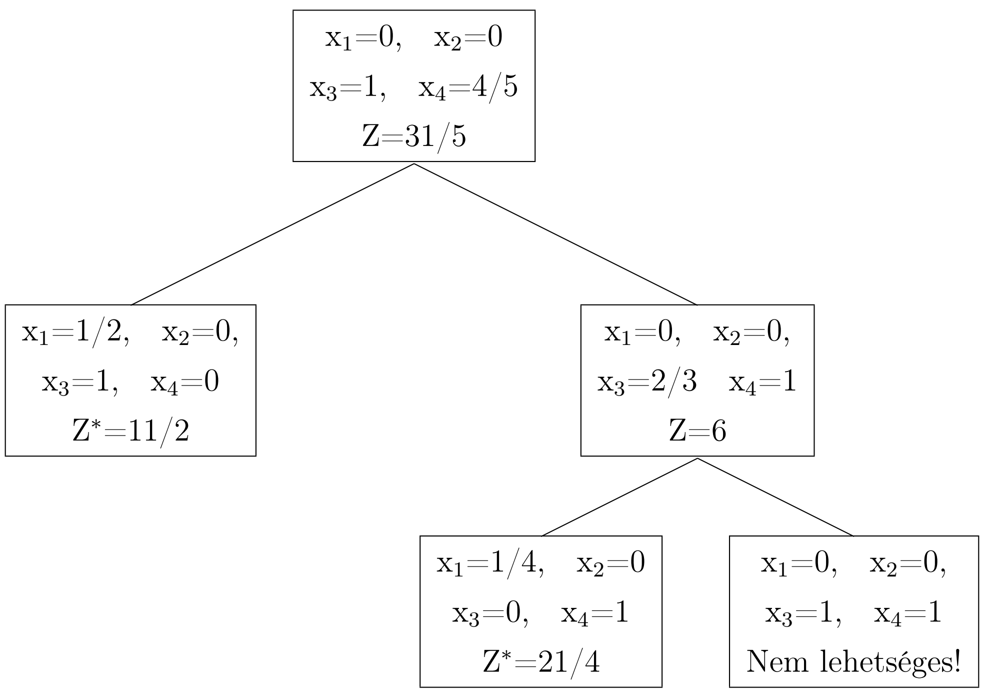
$$x_3, x_4 \text{ bináris változók és } 1 \geq x_i \geq 0, \ i = 1, 2 \text{ folytonos}$$

a.) (15 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket!

Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{5}{8} \quad x_2 = \frac{3}{5} \quad x_3 = \frac{3}{3} \quad x_4 = \frac{4}{5}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_3, x_4, x_1, x_2



b.) (5 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1/2 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 0 \quad Z^* = 11/2$$

2012.12.18.A. 5. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & 30x_1+ & 70x_2+ & 20x_3+ & 11x_4 & \\ & 11x_1+ & 15x_2+ & 9x_3+ & 5x_4 & \leq 20 \end{array}$$

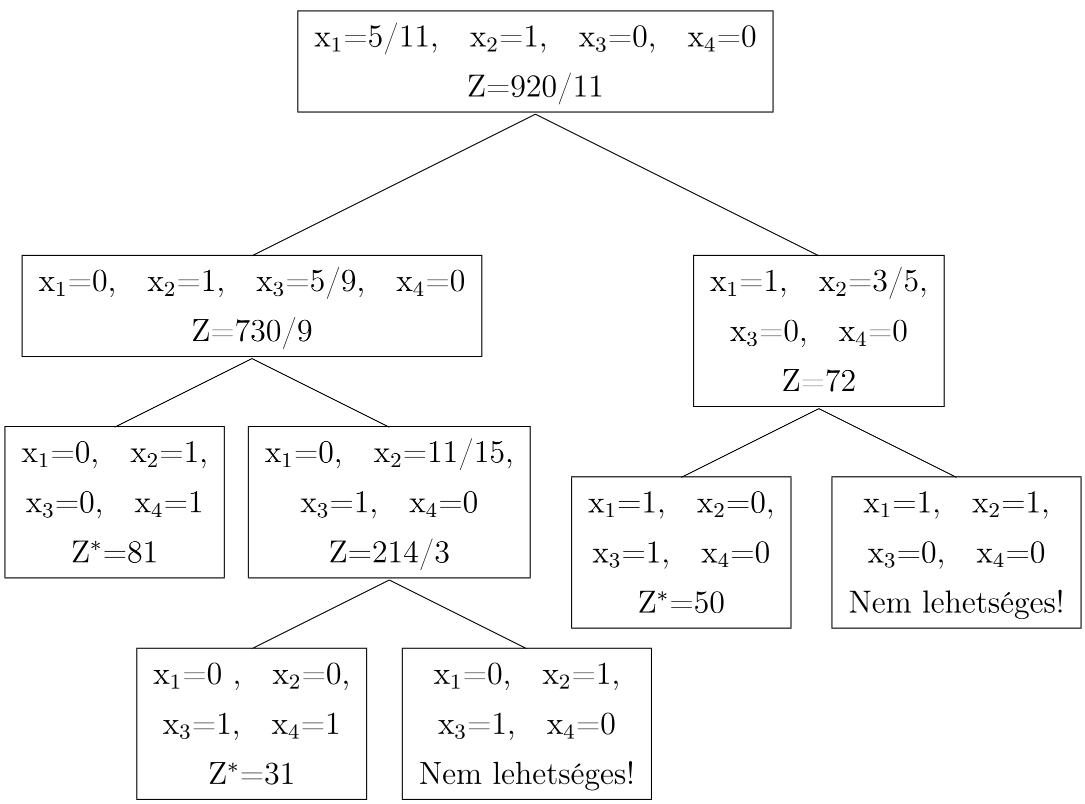
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ bináris változók}$$

a.) (15 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket!

Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{30}{11} \quad x_2 = \frac{70}{15} \quad x_3 = \frac{20}{9} \quad x_4 = \frac{11}{5}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_2, x_1, x_3, x_4



b.) (5 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1 \quad Z^* = 81$$

2012.12.18.A. 5. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

$$\begin{array}{rrrrrl} \max z = & 30x_1+ & 50x_2+ & 20x_3+ & 11x_4 & \\ & 11x_1+ & 15x_2+ & 9x_3+ & 5x_4 & \leq 20 \end{array}$$

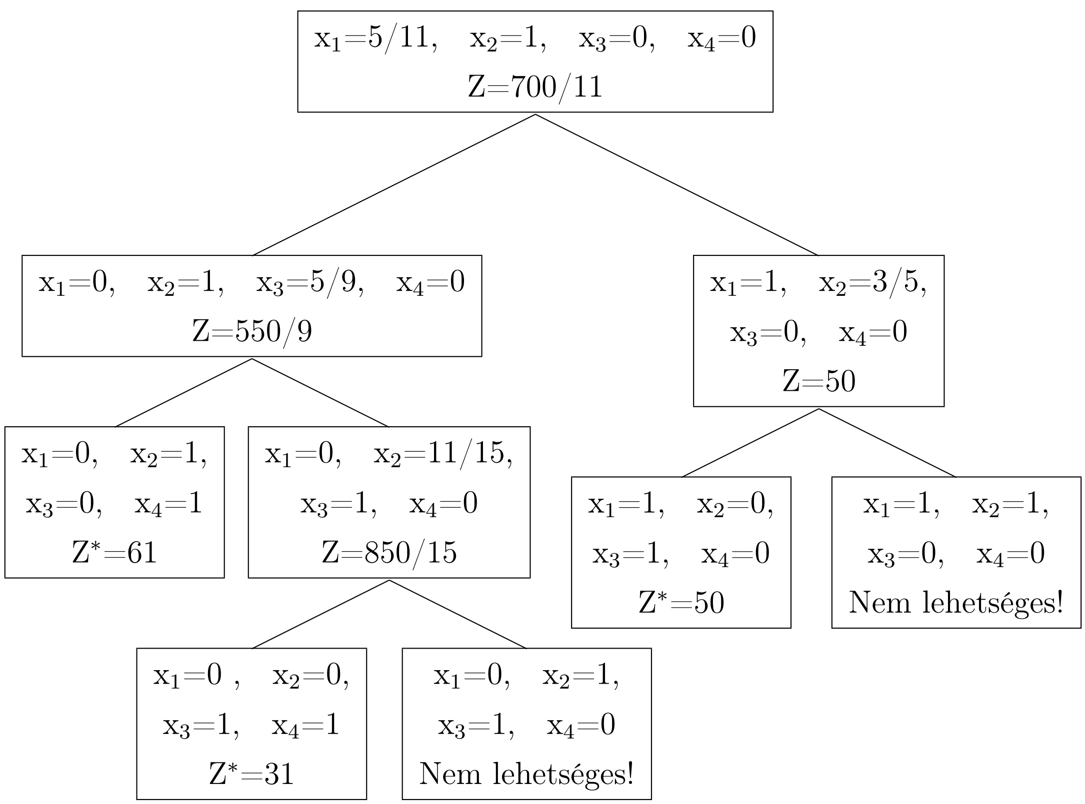
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ bináris változók}$$

a.) (15 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket!

Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{30}{11} \quad x_2 = \frac{50}{15} \quad x_3 = \frac{20}{9} \quad x_4 = \frac{11}{5}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_2, x_1, x_3, x_4



b.) (5 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1 \quad Z^* = 61$$

2012.01.15.A. 1. feladat

Oldja meg az alábbi egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

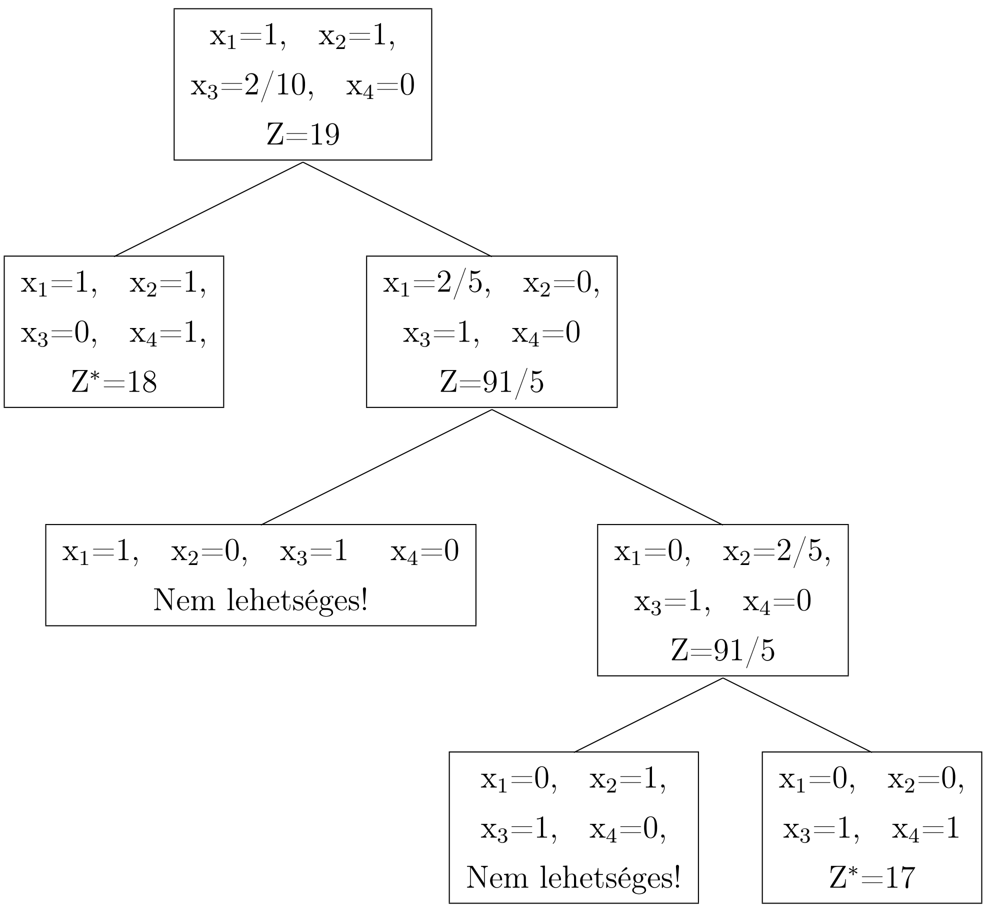
$$\begin{aligned} \max z = \quad & 8x_1 + \quad 8x_2 + \quad 15x_3 + \quad 2x_4 \\ & 5x_1 + \quad 5x_2 + \quad 10x_3 + \quad 2x_4 \quad \leq 12 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ bináris változók}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{8}{5} \quad x_2 = \frac{8}{5} \quad x_3 = \frac{15}{10} \quad x_4 = \frac{2}{2}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_1, x_2, x_3, x_4



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1 \quad Z = 18$$

2013.01.15.B. 1. feladat

Oldja meg az alábbi egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

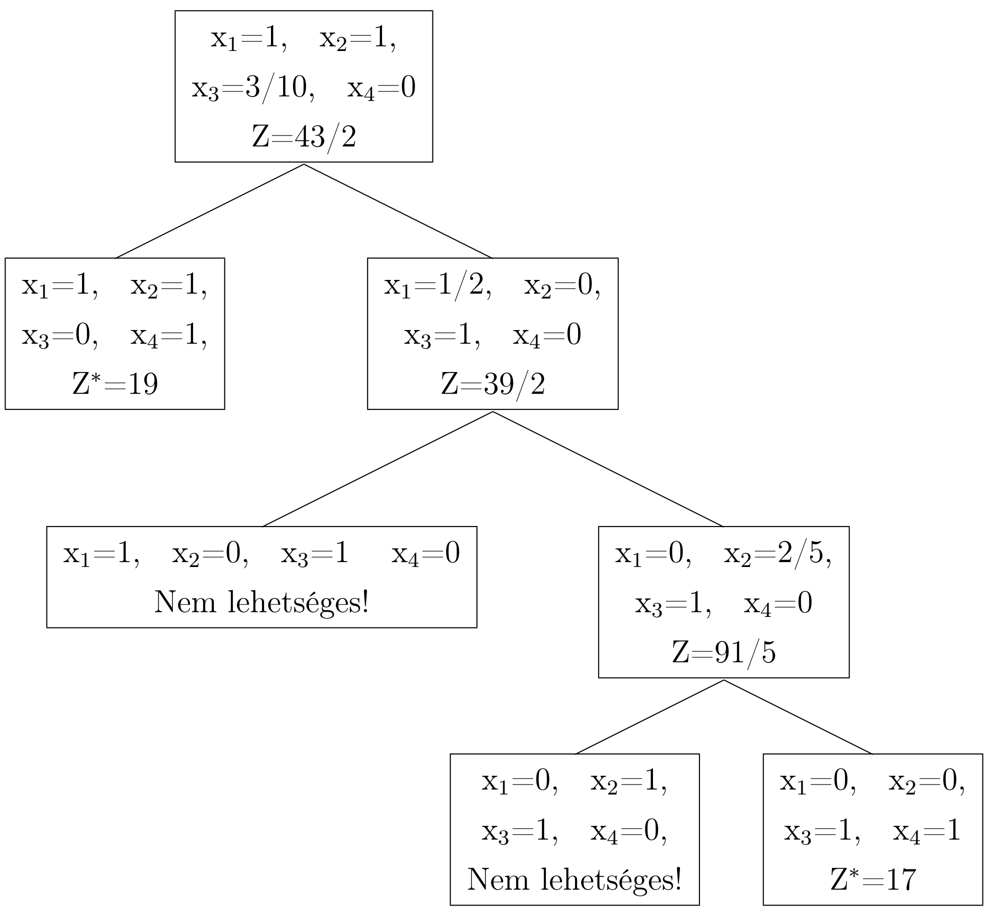
$$\begin{array}{rl} \max z = & 9x_1 + \quad 8x_2 + \quad 15x_3 + \quad 2x_4 \\ & 4x_1 + \quad 5x_2 + \quad 10x_3 + \quad 2x_4 \quad \leq 12 \end{array}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ bináris változók}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{9}{4} \quad x_2 = \frac{8}{5} \quad x_3 = \frac{15}{10} \quad x_4 = \frac{2}{2}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_1, x_2, x_3, x_4



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1 \quad Z = 19$$

2013.01.22.A. 1. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

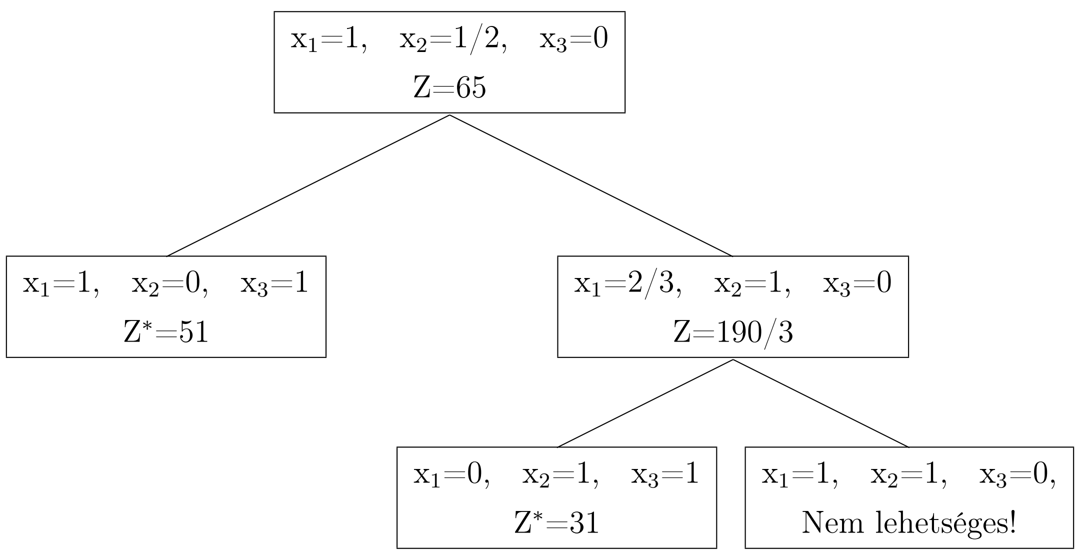
$$\begin{aligned} \max z = \quad & 50x_1 + \quad 30x_2 + \quad x_3 \\ & 30x_1 + \quad 20x_2 + \quad x_3 \quad \leq 40 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2 \text{ bináris változók és } 1 \geq x_3 \geq 0 \text{ folytonos}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{50}{30} \quad x_2 = \frac{30}{20} \quad x_3 = \frac{1}{1}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_1, x_2, x_3



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad Z = 51$$

2013.01.22.B. 4. feladat

Oldja meg az alábbi vegyes egész értékű feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével:

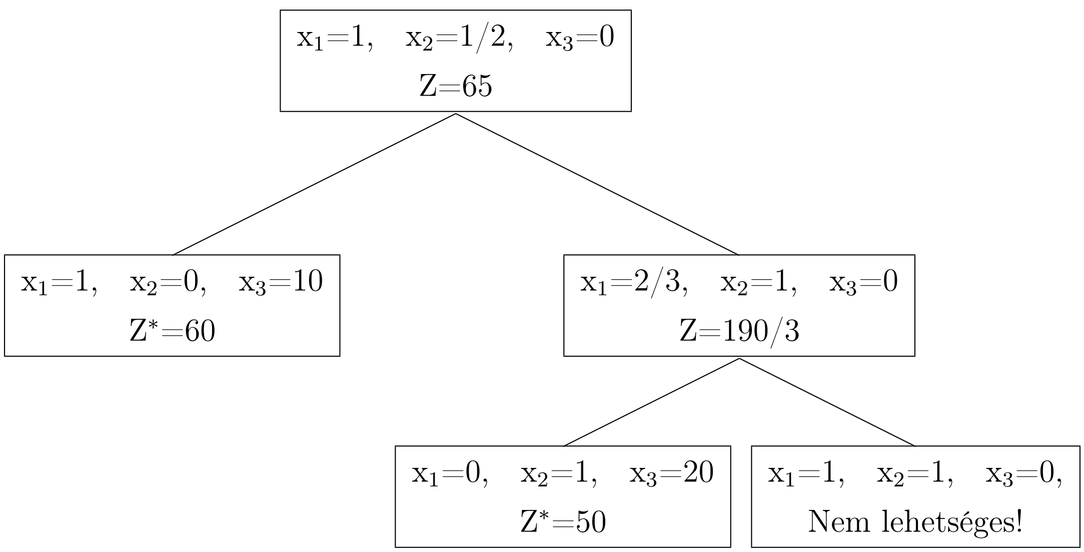
$$\begin{aligned} \max z = \quad & 50x_1 + \quad 30x_2 + \quad x_3 \\ & 30x_1 + \quad 20x_2 + \quad x_3 \quad \leq 40 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2 \text{ bináris változók és } x_3 \text{ folytonos}$$

a.) (8 pont) Oldja meg a feladatot a szétválasztás és korlátozás módszerével! A részfeladatok megoldását írja be a kihagyott helyekre! Mindenütt tüntesse fel az ágaztatási feltételeket! Az alábbi hányadosok írhatók fel ekkor:

$$x_1 = \frac{50}{30} \quad x_2 = \frac{30}{20} \quad x_3 = \frac{1}{1}$$

Ekkor a bekerülési sorrend: x_1, x_2, x_3



b.) (2 pont) Adjon meg egy optimális megoldást, a célfüggvényértékkel együtt!

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 10 \quad Z = 60$$