

11. FEJEZET

11.1 alfejezet

1. A maximin döntéshez tekintsük a következő táblázatot:

Pizza King választása	Min profit
Kicsi	2,000*
Közepes	1,000
Nagy	0

A maximin döntés tehát a kisméretű reklámkampány.

A maximax döntéshez tekintsük a következő táblázatot:

Pizza King választása	Max profit
Kicsi	6,000
Közepes	6,000
Nagy	9,000*

A maximax döntés tehát a nagyméretű reklámkampány.

A minimax regret típusú döntéshez ki kell számítanunk az elmulasztott nyereségek mátrixát:

		Noble Greek			Maximum regret
		Kicsi	Közepes	Nagy	
Pizza King	Kicsi	3,000	1,000	0	3,000
	Közepes	4,000	0	1,000	4,000
	Nagy	0	0	2,000	2,000*

A minimax regret döntés tehát szintén a nagyméretű reklámkampány.

2. A haszon (százezer dollárban kifejezve) a következő:

	Éves kereslet		
	30,000	50,000	80,000
Épít	$6-8 = -2$	$10-8 = 2$	$16-8 = 8$
Nem épít	0	0	0

A maximin döntéshez:

	Minimális haszon
Épít	-2
Nem épít	0*

A maximin elv szerint nem kell új gyártelepet építeni.

A maximax döntéshez:

	Maximális haszon
Épít	8*
Nem épít	0

A maximax döntés szerint fel kell építeni a gyártelepet.

Az elmulasztott nyereségek mátrixa:

	Kereslet			Maximum regret
	30,000	50,000	80,000	
Épít	2	0	0	2*
Nem épít	0	2	8	8

A minimax regret döntés is az építést javasolja.

Várható haszon, ha építünk = $.30(-2) + .4(2) + .3(8) = \$260,000$

Várható haszon, ha nem építünk = \$0

A várható haszon maximailzálása tehát az építés révén történik meg.

3. Ha k ($k \geq 11$) újságot rendelünk, akkor a haszon $20(k - 10)$ centtel alacsonyabb, mintha 10 újságot rendeltünk volna, azaz $k \geq 11$ esetén 10 újság rendelése dominálja k újság megrendelését.

4. A nyereségmátrix:

Pizza King ára	Noble Greek ára		
	\$6	\$8	\$10
\$5	\$125	\$175	\$225
\$6	\$200	\$300	\$400
\$7	\$225	\$375	\$525
\$8	\$200	\$400	\$600
\$9	\$125	\$375	\$625

Pizza King árazása	Minimum nyereség
\$5	\$125
\$6	\$200
\$7	\$225*
\$8	\$200
\$9	\$125

Maximin döntés esetében \$7 a pizza ára.

A maximax döntéshez:

Pizza King árazása	Maximum nyereség
\$5	\$225
\$6	\$400
\$7	\$525
\$8	\$600
\$9	\$625*

Maximax döntés esetén \$9 a pizza ára.

Az elmulasztott nyereségek:

Pizza King ára	Noble Greek ára			Maximum regret
	\$6	\$8	\$10	
\$5	\$100	\$225	\$400	\$400
\$6	\$25	\$100	\$225	\$225
\$7	\$0	\$25	\$100	\$100
\$8	\$25	\$0	\$25	\$25*
\$9	\$100	\$25	\$0	\$100

A minimax regret alapján \$8 a pizza ára.

Várható nyereség, ha az ár \$5 = \$175
 ha az ár \$6 = \$300
 ha az ár \$7 = \$375
 ha az ár \$8 = \$400
 ha az ár \$9 = \$375

Tehát a Pizza King várható nyeresége 8 dolláros ár mellett lesz maximális.

5. Legyen $p =$ Alden árajánlata. A nyereségek táblázata:

Alden ajánlata = p	Forbes ajánlata		
	\$6,000	\$8,000	\$11,000
(1) $p \leq \$6,000$	$p-6,000$	$p-6,000$	$p-6,000$
(2) $\$6,000 < p \leq \$8,000$	0	$p-6,000$	$p-6,000$
(3) $\$8,000 < p \leq \$11,000$	0	0	$p-6,000$
(4) $p > \$11,000$	0	0	0

Azt látjuk, hogy (1)-ben $p = \$6,000$ dominálja a $p < \$6,000$ ajánlatokat. A (2)-ben, hasonlóképpen, $p = \$8,000$ dominálja a $p < \$8,000$ ajánlatokat. Ugyancsak igaz az is, hogy a (3)-ban $p = \$11,000$ dominálja a $p < \$11,000$ ajánlatokat. Nyilvánvaló, hogy bármely $p > \$11,000$ ajánlat dominált (a $p = \$11,000$ által), azaz nem kell figyelembe venni. Az így újraírt táblázatunk:

Alden ajánlata = p	Forbes ajánlata		
	\$6,000	\$8,000	\$11,000
\$6,000	0	0	0
\$8,000	0	\$2,000	\$2,000
\$11,000	0	0	\$5,000

Vegyük észre, hogy a $p = \$6,000$ dominált a $p = \$8,000$ által. A maximin döntéshez:

Alden ajánlata	Minimális haszon
\$8,000	0*
\$11,000	0*

Tehát egyaránt választhatja a \$8,000 vagy \$11,000 licitet.

A maximax döntéshez:

Alden ajánlata	Maximális haszon
\$8,000	\$2,000
\$11,000	\$5,000*

A maximax licit tehát \$11,000.

Az elmulasztott haszon mátrixa:

Alden ajánlata	Forbes ajánlata			Max. regret
	\$6,000	\$8,000	\$11,000	
\$8,000	0	0	\$3,000	\$3,000
\$11,000	0	\$2,000	0	\$2,000*

E szerint tehát \$11,000 a jó licit.

Várható haszon \$6000 ajánlat esetén = 0
 Várható haszon \$8000 ajánlat esetén = $.4(0) + .3(2000) + .3(2000) = \1200
 Várható haszon \$11,000 ajánlat esetén = $.4(0) + .3(0) + .3(5000) = \1500

Tehát a \$11,000 licit biztosítja a maximális várható nyereséget.

11.2. alfejezet

1a. $u'(x) = 1/x$, $u''(x) = -1/x^2 < 0$, tehát kockázat-elutasító vagyok.

1b. $E(UL_1) = \ln 19,000 = 9.8521943$, $E(UL_2) = .1(\ln 10,000) + .9(\ln 20,000) = 9.8341728$. Tehát L_1 -et preferálok.

$EV(L_2) = .1(10,000) + .9(20,000) = \$19,000$. Legyen $x = CE(L_2)$ (a vagyoni helyzet mértékében). Ekkor $\ln x = 9.8341728$ és $x = \$18,661$. Tehát

$RP(L_2) = \$19,000 - \$18,661 = \$339$.

2. $u'(x) = 2x$, $u''(x) = 2 > 0$, tehát kockázat-kereső vagyok.

$E(UL_1) = (19,000)^2 = 361,000,000$

$E(UL_2) = .1(10,000)^2 + .9(20,000)^2 = 370,000,000$.

Tehát most L_2 -t preferálok.

Legyen $x = CE(L_2)$. Ekkor $x^2 = 370,000,000$ vagyis $x = \$19,235$.

Mivel $EV(L_2) = \$19,000$ ezért

$RP(L_2) = 19,000 - 19,235 = -\235 .

3. Mivel $u''(x) = 0$, ezért most kockázat-semleges vagyok.

$E(UL_1) = 2(19,000) + 1 = 38,001$

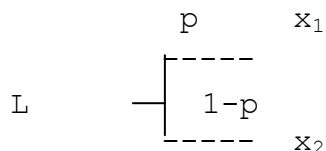
$E(UL_2) = .1(20,001) + .9(40,001) = 38,001$

L_1 és L_2 indifferens a számomra. (Ez azért van így, mert a kockázat-semleges döntéshozó a várható értékek alapján választ, és most L_1 és L_2 azonos várható értékű).

Legyen $x = CE(L_2)$. Ekkor $2x + 1 = 38,001$, tehát $x = \$19,000$. Így az

$RP(L_2) = 19,000 - 19,000 = \0 .

4. Tekintsük a következő lotteryt:



ahol $x_1 < x_2$. Legyen $x^* = CE(L)$. Ekkor $u(x^*) = pu(x_1) + (1-p)u(x_2)$. Megmutatjuk, hogy $RP(L) < 0$, azaz a döntéshozó kockázat-kereső.

$EV(L) = px_1 + (1-p)x_2$. A szigorú konvexitás miatt:

$u(px_1 + (1-p)x_2) < pu(x_1) + (1-p)u(x_2) = E(UL)$.

Legyen $x^* = CE(L)$. Az utóbbi egyenlőtlenség szerint $x^* > EV(L)$ teljesül és $RP(L) < 0$.

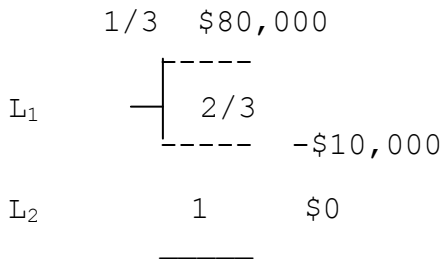
5. Adott $L_1 = (p_1, x_1, p_2, x_2, \dots, p_n, x_n)$ és $L_2 = (p_1', x_1', p_2', x_2', \dots, p_m', x_m')$, valamint $u(x) = ax + b$ ($a > 0$). Látjuk, hogy $L_1 \succ L_2$ akkor és csak akkor teljesül, ha

$\sum p_i(ax_i + b) > \sum p_i'(ax_i' + b)$ (illetve, mivel $\sum p_i = \sum p_i' = 1$, $L_1 \succ L_2$ akkor és csak akkor teljesül, ha

$$aE(L_1) = a\sum p_i x_i > a\sum p_i' x_i = aE(L_2).$$

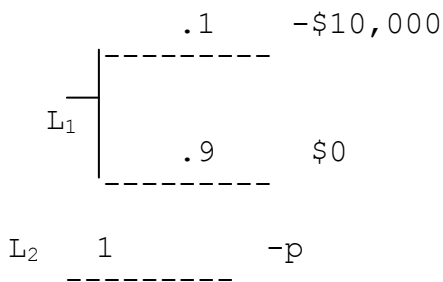
Ezért $L_1 \succ L_2$ akkor és csak akkor teljesül, ha $E(L_1) > E(L_2)$.

6a.



Mivel $E(UL_1) = 1/3(90,000)^{1/2} + 2/3(0)^{1/2} = 100$ és $E(UL_2) = (10,000)^{1/2} = 100$, tehát $L_1 \sim L_2$.

6b. Legyen $p =$ a biztosítási díj. A biztosítást akkor vásároljuk meg, ha $E(UL_2) > E(UL_1)$, ahol



$$\text{illetve } (10,000-p)^{1/2} > .1(0)^{1/2} + .9(10,000)^{1/2}$$

$$10,000-p > (90)^2$$

$$p < \$1,900.$$

(Kockázat-elutasító lévén az illető többet is hajlandó fizetni, mint a várható veszteség, ami 1000 dollár).

7. Legyen $u(A) = 1$ és $u(D) = 0$. Ekkor $u(C) = .25$, $u(B) = .70$ és az opkt kurzus várható hasznossága $.10(1) + .4(.70) + .5(.25) = .505$. A statisztika tanfolyam várható hasznossága $.7(.70) + .25(.25) + .1(0) = .5525$. Ezért a statisztikát kell felvenni.

8. Az aranyvásárlás várható hasznossága $= 3/4(400)^{1/2} + 1/4(10,000)^{1/2} = 40$. A kincstárjegy befektetés várható hasznossága $= (1296)^{1/2} = 36$. Aranyba kell fektetni a pénzt.

9a. A függvény ábrája alapján $u(x)$ konkáv, tehát kockázat-kerülők vagyunk. A leolvasott hasznosság értékek alapján:
 az 1. befektetés várható hasznossága = $.8u(300,000) + .2u(100,000)$
 $= .8(.55) + .2(.32) = .50$,
 a 2. befektetés várható hasznossága = $.5u(600,000) + .5u(10,000) = .5(.77) + .5(.1) = .44$, tehát az 1. befektetést kell választanunk.

10. A könyvelő megbízásának várható hasznossága $.2u(35,500) + .8u(31,500)$
 $= .2(35,500)^{1/2} + .8(31,500)^{1/2} = 179.7$, míg annak a várható hasznossága, hogy nem bízunk meg a könyvelőt $(32,000)^{1/2} = 178.9$. Ezek alapján alkalmaznom kell a könyvelőt.

11. Legyen $u(\$5,000,000) = 1$ és $u(\$0) = 0$. Ekkor L_1pL_2 a következő összefüggéssel ekvivalens:
 $u(\$1,000,000) > .10 + .89u(\$1,000,000)$
 $u(\$1,000,000) > 10/11$.

L_3pL_4 az alábbi módon írható fel:
 $.11u(\$1,000,000) > .10$
 $u(\$1,000,000) > 10/11$.

Tehát L_1pL_2 akkor és csak akkor teljesül, ha L_3pL_4 .

12. A kockázat-semleges döntéshozó bizonyossági egyenértékese megegyezik a vagyoni helyzetében bekövetkező várható változással, azaz
 $CE(L) = 1/2(2) + 1/4(4) + 1/8(8) + \dots$

Ez az összeg bármely számnál nagyobb értéket vehet fel. Ez a különös fejlemény a valóságban azért nem következik be, mert ha $T =$ a világon lévő összes pénz, akkor ennél többet a játékos soha nem kaphat, vagyis a játék CE értéke nem haladhatja meg T nagyságát.

12b. Mivel $\log_2(2^n) = n$, az L várható hasznosságát S adja, ahol
 $S = (1/2)(1) + (1/4)(2) + (1/8)(3) + \dots(1/2^n)(n) + \dots$

$S/2$ felírható a következőképpen:
 $S/2 = (1/4)(1) + (1/8)(2) + \dots(1/2^n)(n-1) + \dots$. Tehát
 $1/2$

$S - S/2 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = \frac{1}{1 - (1/2)} = 1$

és $S = 2$.

Az $x = CE(L)$ értékadás esetén $\log_2 x = 2$ or $x = 2^2 = \$4$. Így a játék lejátszásának joga a 4 dollár biztos kifizetéssel egyenlő. A kockázat-elutasító hasznossági függvény tehát feloldja a korlátlan bizonyossági egyenértékeseből fakadó paradoxont (még akkor is, ha a világban végtelen mennyiségű pénz lenne!)

13. $E(UL_1) = .1u(-100) + .9u(0)$ és
 $E(UL_2) = .1u(-190) + .9u(10)$

Az L_1pL_2 akkor és csak akkor teljesül, ha

$$.1u(-100) + .9u(0) > .1u(-190) + .9u(10)$$

A hasznossági függvény konvexitásából következően

$$(1) u(-100) \geq 11u(-190)/20 + 9u(10)/20 \text{ és}$$

$$(2) u(0) \geq u(-190)/20 + 19u(10)/20.$$

(1) és (2) alapján azt kapjuk, hogy

$$.1u(-100) + .9u(0) \geq .1u(-190) + .9u(10),$$

vagyis $L_1 \succ L_2$. Ez abból következik, hogy mindkét lotterynek ugyanaz a várható értéke, viszont L_1 kisebb kockázattal bír, mint L_2 .

14. Legyen y = a sárga golyók száma az urnában és $b = 60 - y$ a fekete golyók száma az urnában. Legyen $u(1000) = 1$ és $u(0) = 0$. Ha az 1. lehetőséget preferáljuk a 2. lehetőséggel szemben, akkor

$$(2/3)u(0) + (1/3)u(1000) > (y/90)u(1000) + (90-y)u(0)/90, \text{ azaz } 30 > y.$$

Ha viszont $30 > y$, akkor a 4. lehetőséget is preferálnunk kell a 3. lehetőséggel szemben, mert

$$(30+b)u(1000)/90 + (60-b)u(0)/90 > 2u(1000)/3 + u(0)/3$$

akkor és csak akkor teljesül, ha $b > 30$, ez pedig ekvivalens azzal, hogy $30 > y$.

15. Az 1. állás preferált a 2. álláshoz képest és a 2. állás preferált a 3. álláshoz képest. Viszont a 3. állás preferált az 1. álláshoz képest, tehát a tranzitivitási tulajdonság nem áll fenn.

16a. Legyen b = a lottery vételára. Az indifferensek lotteryk:

$$\frac{1/2 \quad 10,000 + 1,025-b}{\frac{1/2 \quad 10,000-199-b}}$$

és

$$\frac{1 \quad 10,000}{\text{-----}}$$

$$\text{Ekkor } 100 = 1/2(11,025 - b)^{1/2} + 1/2(9801 - b)^{1/2}.$$

16b. Legyen s = a minimális eladási ár. Ekkor az alábbiak indifferensek számomra:

$$\frac{1/2 \quad 11,025}{\frac{1/2 \quad 9,801 \text{ és}}{\text{-----}}}$$

$$\frac{1 \quad 10,000 + s}{\text{-----}}$$

Vagyis

$$\begin{aligned} (10,000 + s)^{1/2} &= 1/2(11,025)^{1/2} + 1/2(9,801)^{1/2} \\ &= 1/2(105 + 99) = 102 \\ 10,000 + s &= 10,404 \text{ és} \\ s &= \$404 \end{aligned}$$

16c. Most legyünk közömbösek az alábbi választásokban:

$$\begin{array}{r} 1/2 \quad 2,025 \\ \left[\begin{array}{r} \text{-----} \\ 1/2 \quad 801 \\ \text{-----} \end{array} \right. \\ \text{és} \\ \left[\begin{array}{r} 1 \quad 1,000 + s \\ \text{-----} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Ekkor } (1,000 + s)^{1/2} &= 1/2(2025)^{1/2} + 1/2(801)^{1/2} \\ &= 1/2\{45 + 28.30\} \end{aligned}$$

Ebből $1000 + s = 1,343.22$ és $s = \$343.22$. A lottery eladási ára tehát (és egyben a lottery vételára is) függ a vagyoni helyzettől.

16d. Legyen $a =$ a vagyoni helyzet, $b =$ a lottery vételára és $s =$ a lottery eladási ára. Ekkor közömbös vagyok az alábbi választásokban:

$$\begin{array}{r} 1/2 \quad a-b + 1,025 \\ \left[\begin{array}{r} \text{-----} \\ 1/2 \quad a-b-199 \\ \text{-----} \end{array} \right. \\ \text{és} \\ \left[\begin{array}{r} 1 \quad a \quad . \\ \text{-----} \end{array} \right. \end{array}$$

Ugyancsak indifferensek számomra az alábbi lotteryk:

$$\begin{array}{r} 1/2 \quad a + 1,025 \\ \left[\begin{array}{r} \text{-----} \\ 1/2 \quad a-199 \quad \text{és} \\ \text{-----} \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{r} 1 \quad a + s \\ \text{-----} \end{array} \right. \end{array}$$

Most tehát azt kapjuk, hogy $1/2(1-e^{b-a-1025}) + 1/2(1-e^{b-a+199}) = 1-e^{-a}$
 $-1/2(e^{b-a}[e^{-1025} + e^{199}]) = -e^{-a}$.

Ebből:

$$e^b = 2/(e^{-1025} + e^{199})$$

és minden vagyoni helyzetre

$$b = \ln \{2/(e^{-1025} + e^{199})\}$$

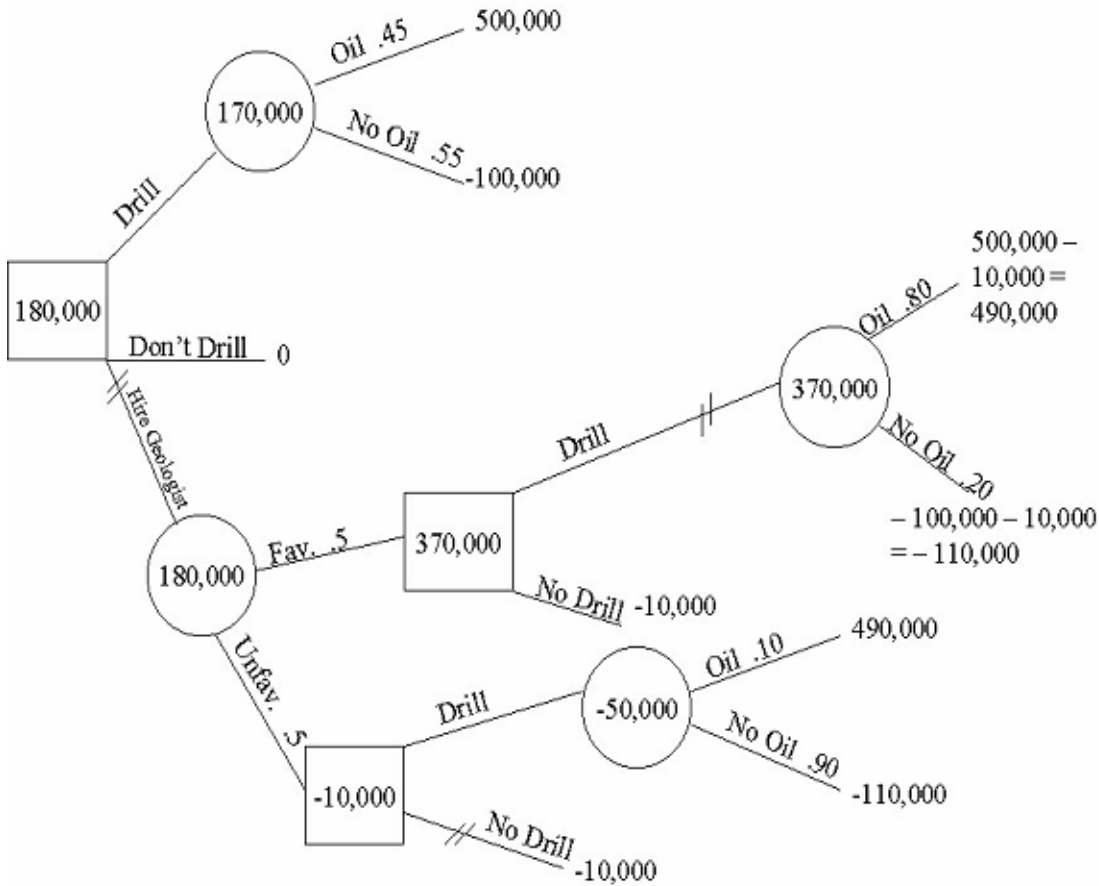
Azt is tudjuk, hogy

$$\begin{aligned} 1/2(1-e^{-a-1025}) + 1/2(1-e^{199-a}) &= 1-e^{-a-s}. \text{ Ebből} \\ -e^{-a}\{e^{-1025} + e^{199}\}/2 &= -e^{-a-s} \\ e^{-s} &= \{e^{-1025} + e^{199}\}/2 \\ s &= \ln \{2/(e^{-1025} + e^{199})\}. \end{aligned}$$

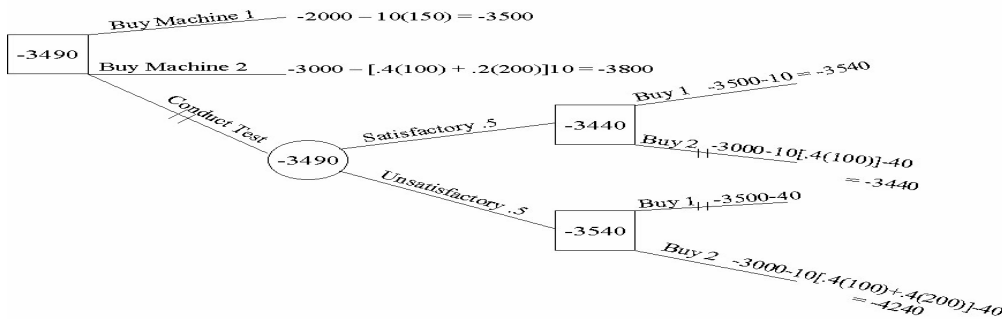
Vagyis a lottery vételára és eladási ára egyaránt független a vagyoni helyzettől és egyenlő egymással!

11.3. alfejezet

1. Alkalmazni kell a geológust. Ha a jelentés kedvező, akkor fúrni kell; ha a jelentés nem kedvező, akkor nem kell próbafúrást végezni. A várható nettó nyereség = \$180,000. EVWSI = \$190,000 EVWOI = \$170,000. EVSI = \$190,000 - \$170,000 = \$20,000. Mivel EVSI > a geológus alkalmazásának költsége, ezért fel kell őt fogadni.



2. A bevételek és a költségek különbségét maximalizáljuk, ez a költségek ellentettjével (- költségek) egyenlő.



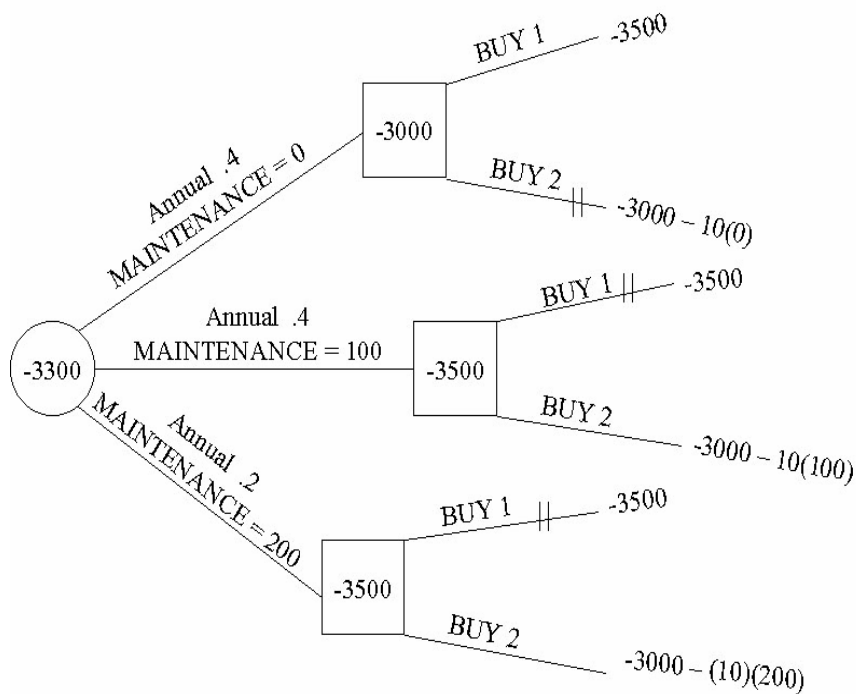
EVWSI = -3490 + 40 = -3450 EVWOI = -3500.

EVSI = -3450 - (-3500) = \$50.

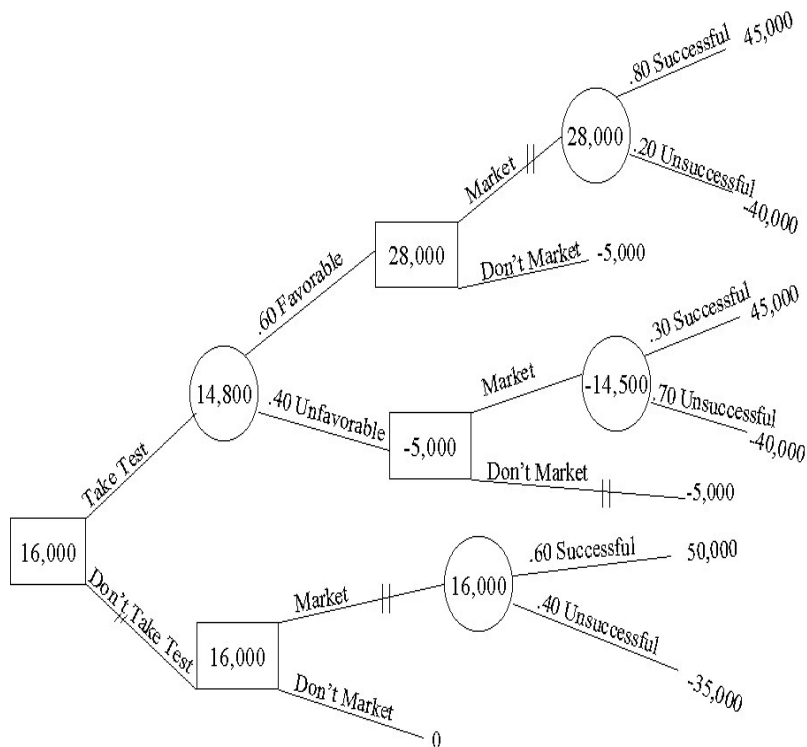
50 > 40, tehát hajtsuk végre a vizsgálatot.

Ha az eredmény megfelelő, akkor a 2-es gépet vegyük meg, ellenkező esetben az 1-es gépet vásároljuk meg.

Az EVWPI = -330 értéket a következő ábra alapján számítottuk ki. Az EVPI = -3300 - (-3500) = 200.

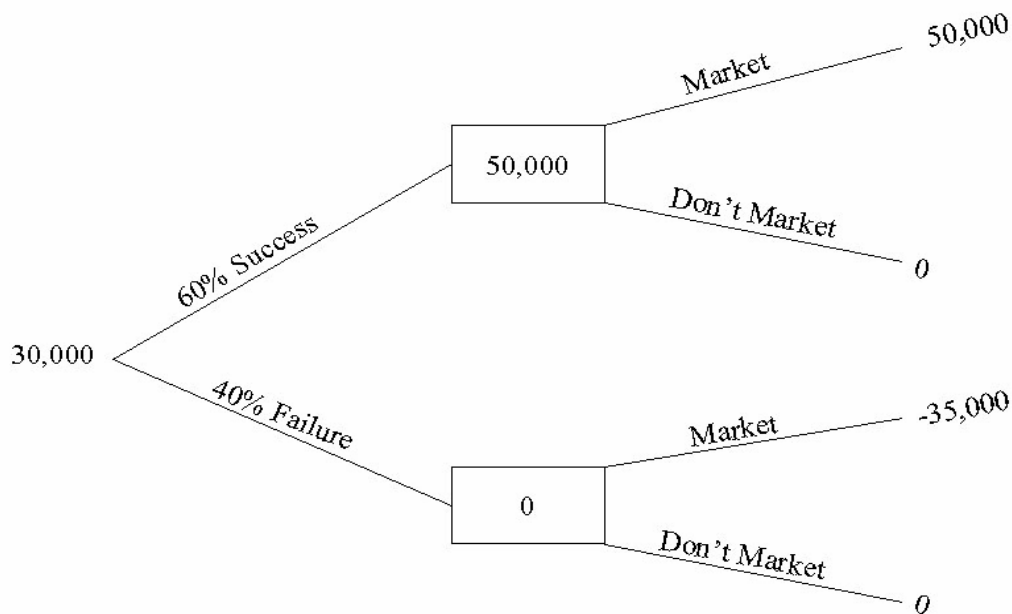


3.



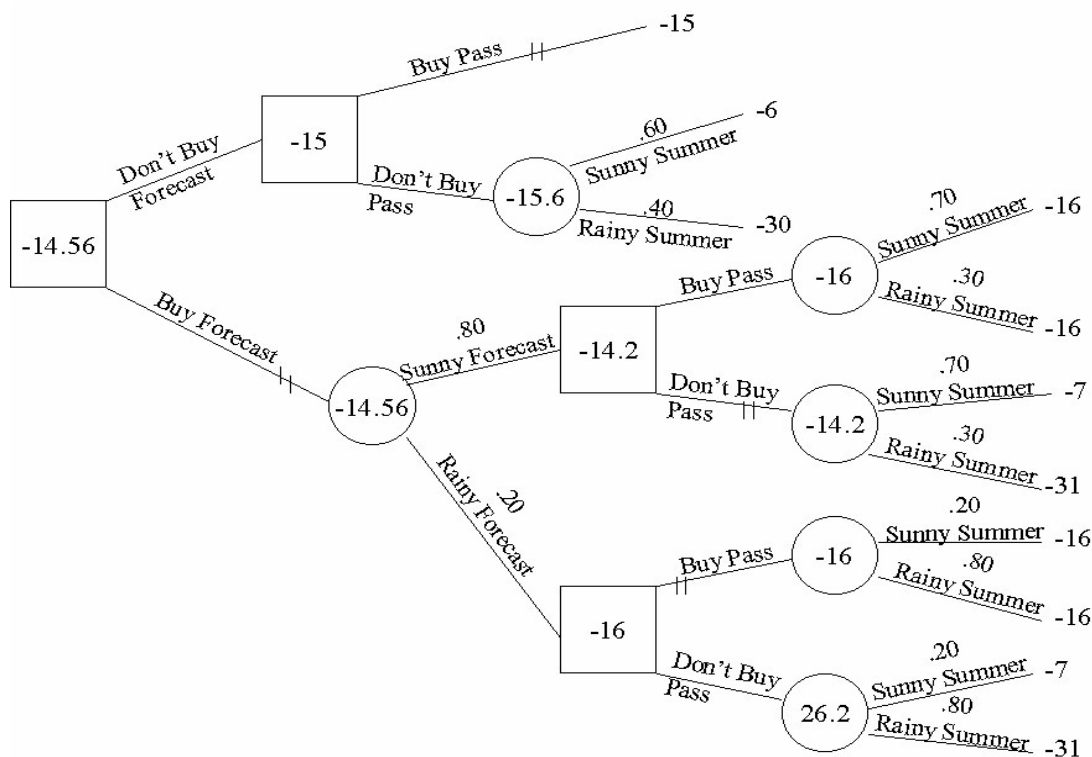
A teszt nélküli piacra vitel az optimális stratégia.
 EVSI = 19,800 - 16,000 = \$3800

Az EVPI meghatározásához egy tökéletes teszttel számolunk:

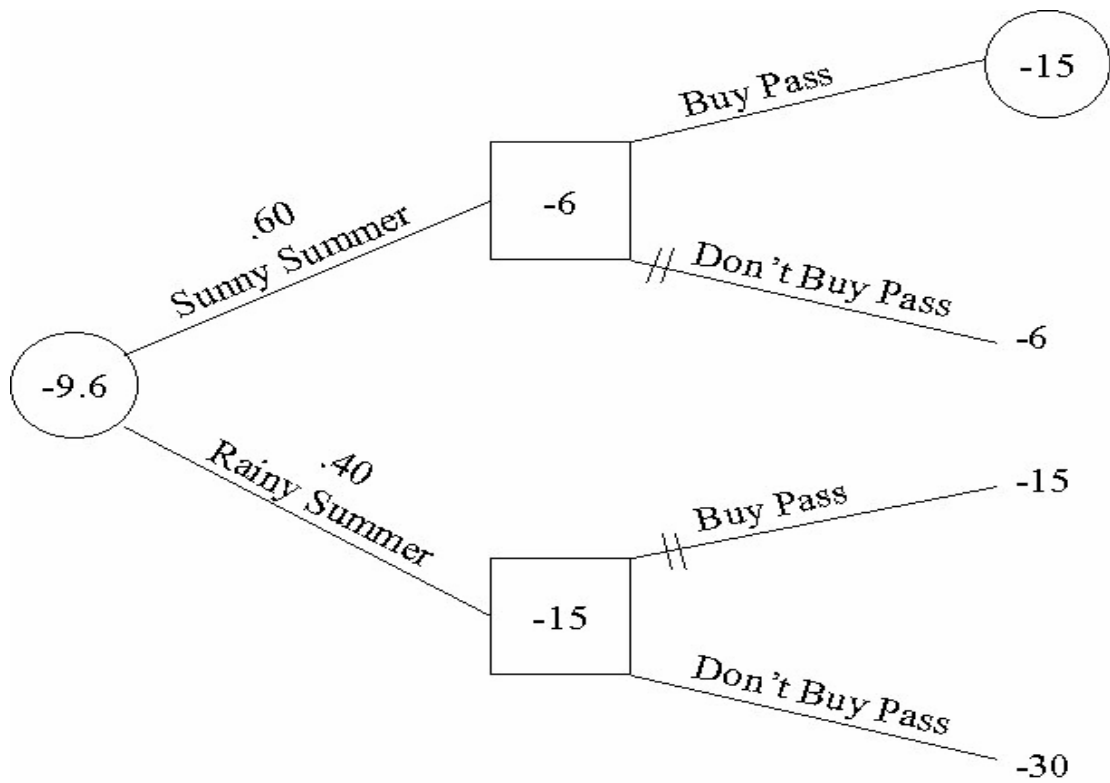


$EVPI = 30,000 - 16,000 = 14,000.$

4.

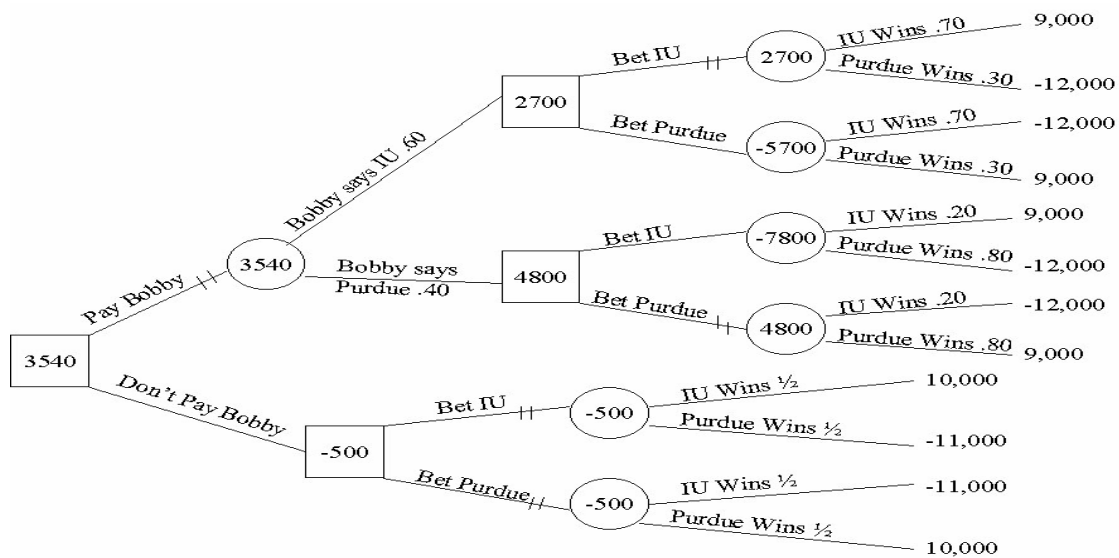


Ha az előrejelzés ingyen lenne, $EVSI = 15.00 - 13.56 = \$1.44 > \1.00 . Tehát vegyük meg az előrejelzést, és ha az napos nyarat jósol, akkor vegyük meg a bérletet, ha viszont az előrejelzés esős, akkor ne vegyük meg a bérletet. Az EVPI meghatározásához a következő ábrát használjuk fel:

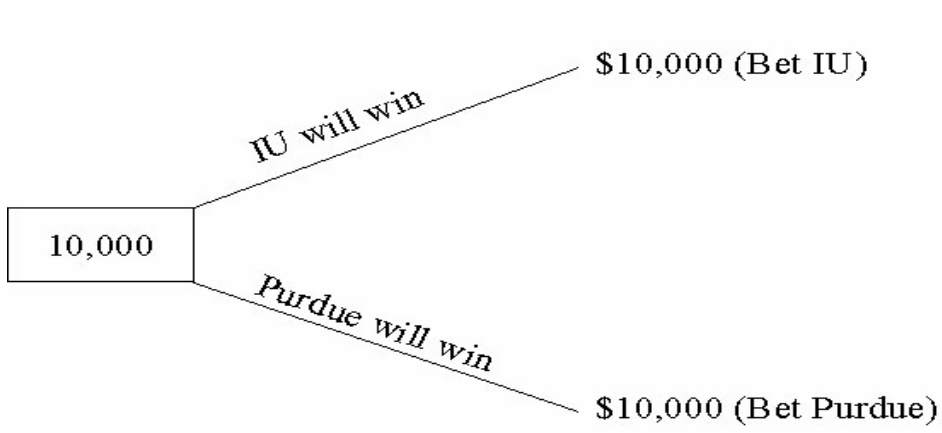


Az EVPI = $-9.6 - (-15) = \$5.40$.

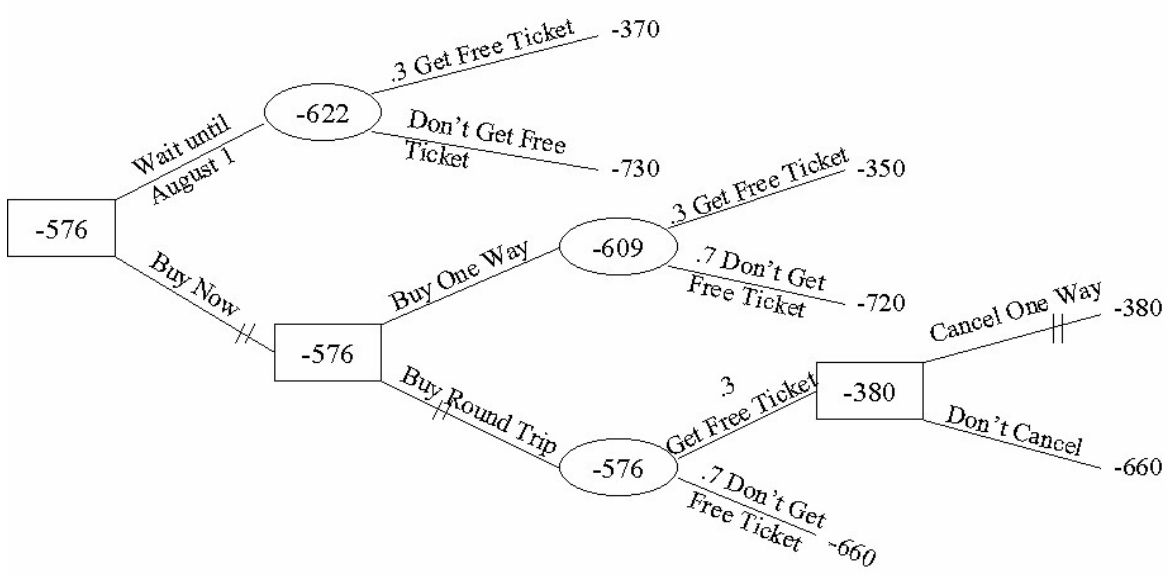
5. Fizessük ki Bobbyt és arra a csapatra fogadjunk, amelyiket ő győztesnek gondol. EVSI = $(3540 + 1000) - (-500) = \5040 .



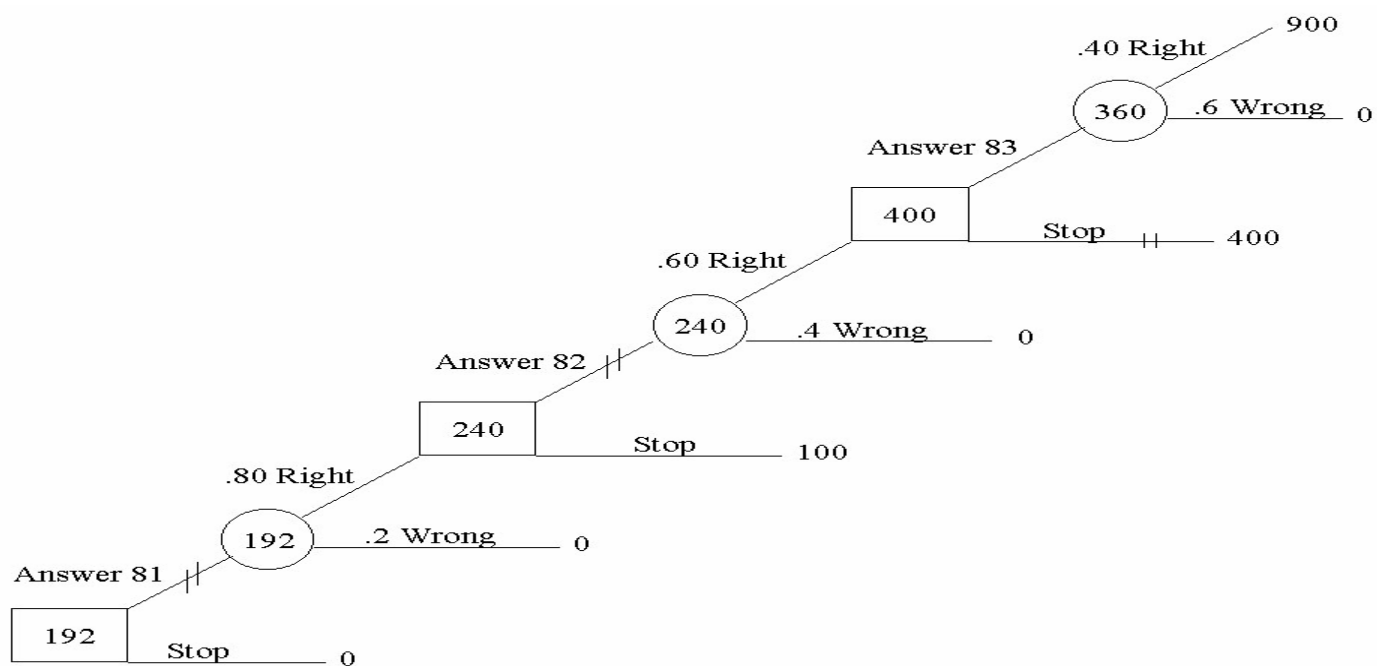
EVPI = $10,000 - (-500) = \$10,500$.



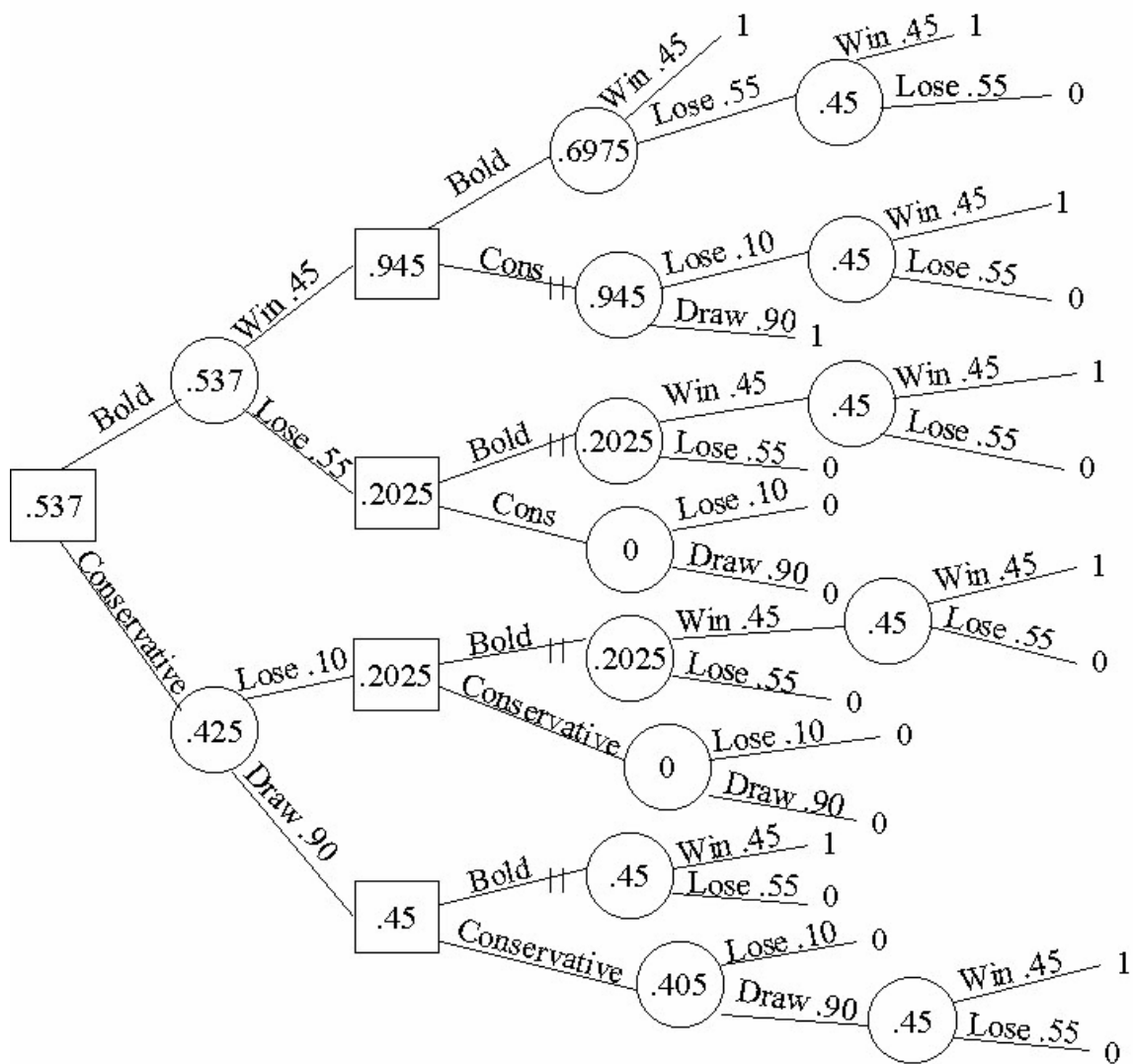
6. Erikának azonnal meg kell vennie egy retúrjegyet.



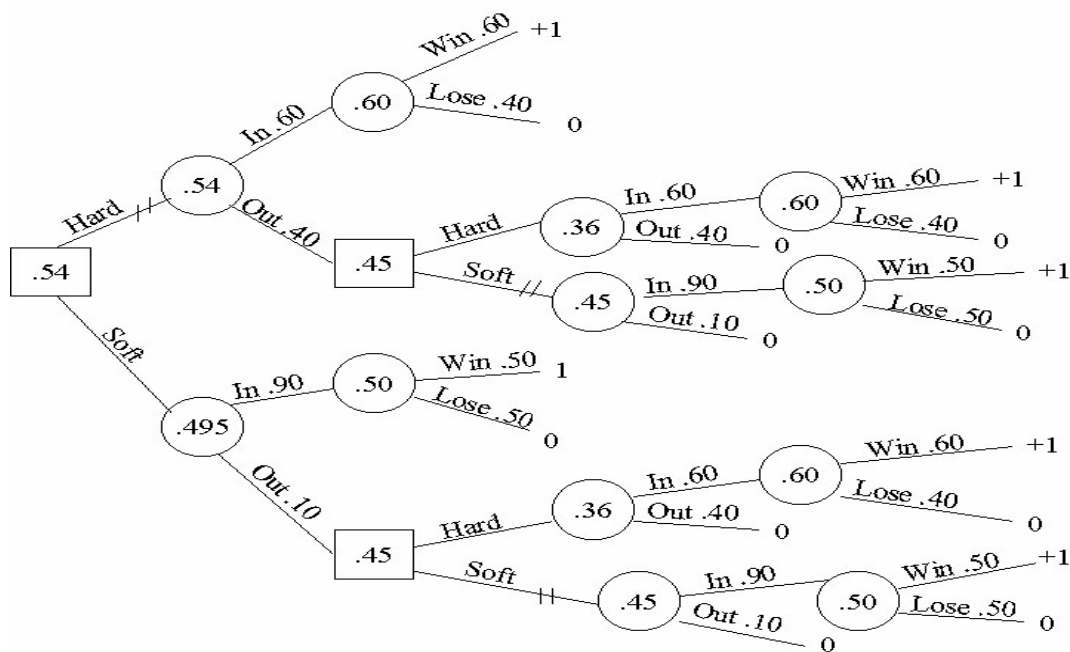
7. Az első két kérdésre meg kell próbálni a válaszadást, majd meg kell állni.



8. Az első játszmát vakmerően kell játszani. Nyereség esetén a második játszmában konzervatív stílusra kell áttérni, az első kátszma elvesztése esetén viszont a másodikban is vakmerő stratégiát kell alkalmazni. Ha az első két játszma után az eredmény döntetlen, akkor a harmadikban is vakmerően kell játszani.

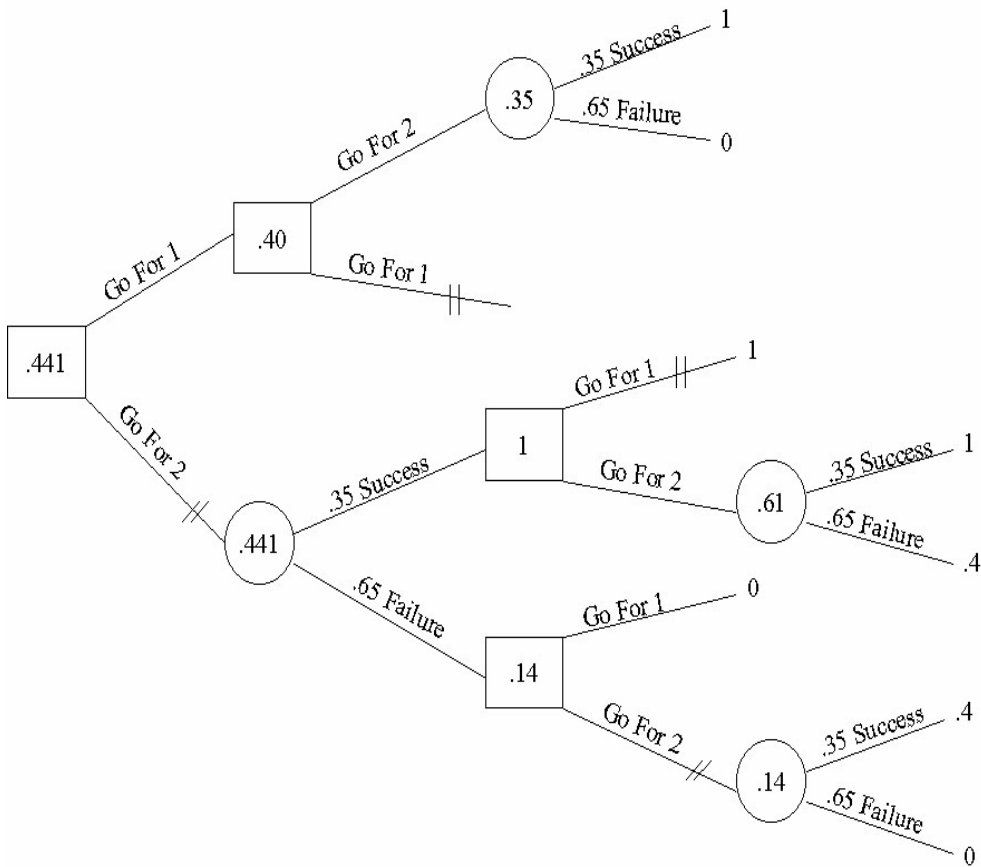


9. Az első szervát keményen kell megütni, a másodikat pedig gyengén. A nyerési esély ekkor .537.

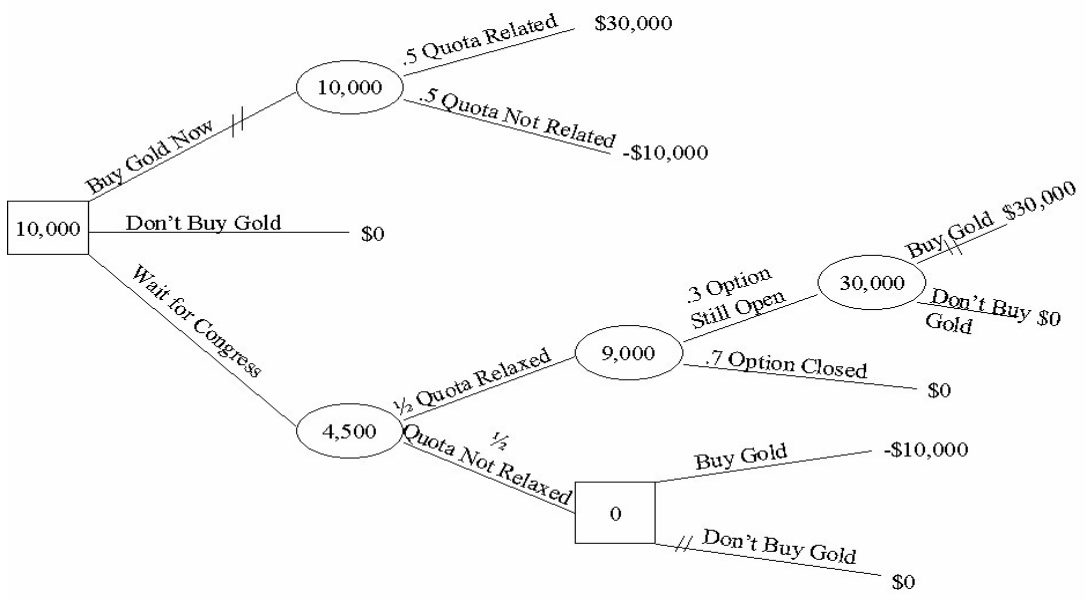


10. Legyen $u(\text{nyerés}) = 1$ és $u(\text{vesztés}) = 0$. Ekkor $u(\text{döntetlen}) = .4(1) + .6(0) = .4$

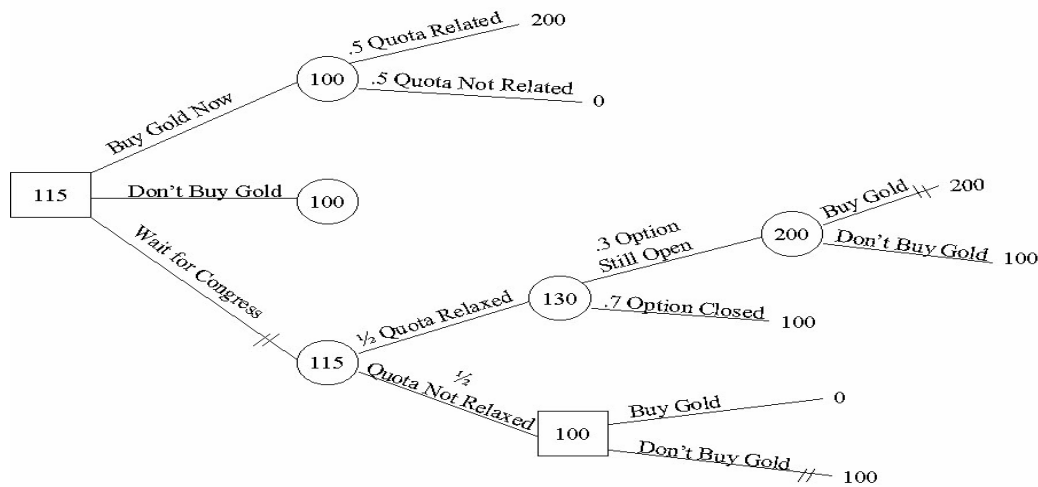
Az első touchdown után kíséreljük meg egy 2 pontos rúgást. Ha ez sikerült, akkor gyűjtsük be az egy pontot (és nyertünk). Ha mindez nem sikerült, akkor próbálkozzunk a 2 pont megszerzésével a második touchdown után és reménykedjünk a döntetlenben.



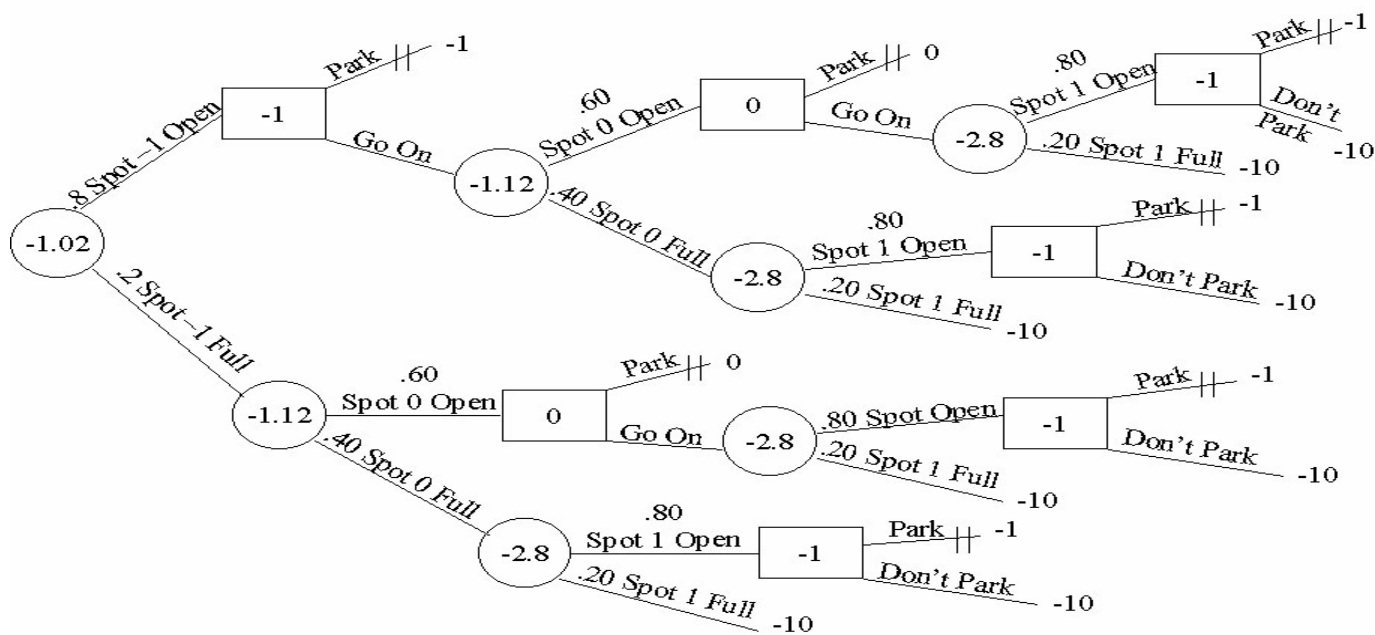
11. Az arany azonali megvásárlása az optimális döntés.



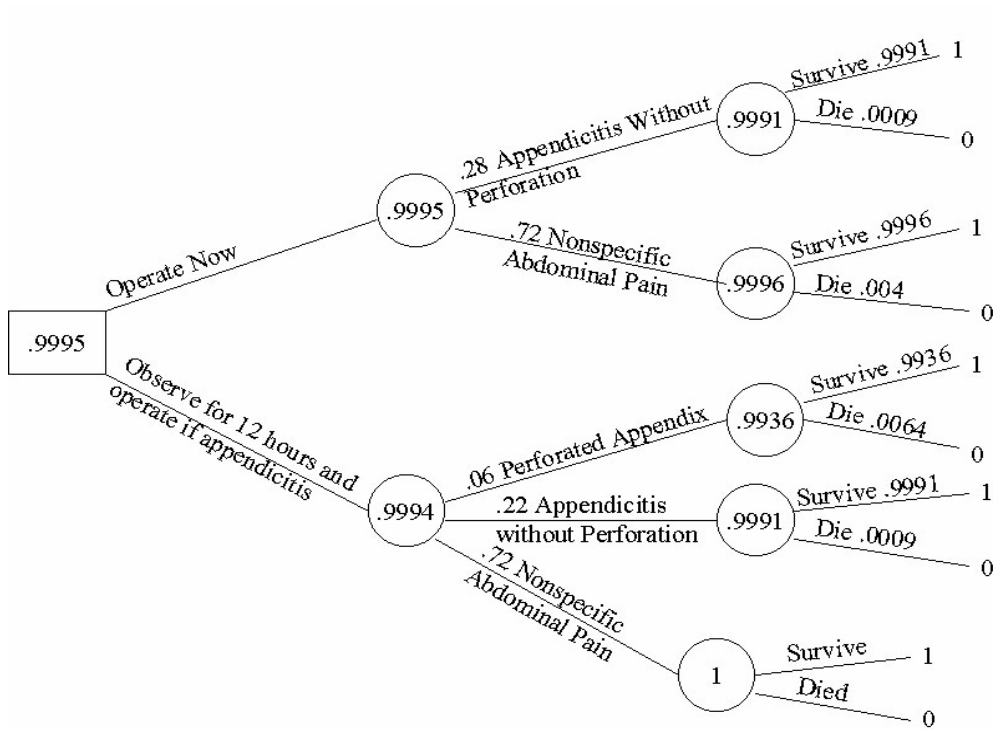
Kockázatkerülő hasznossági függvény esetében az optimális stratégia az, ha most inkább várakozunk a Kongresszus döntésére és egy későbbi időpontban próbálkozunk, ha az akkor még lehetséges.



12. Parkoljunk le az első üres helyen. Ha 0.7 annak az esélye, hogy a 0-ás parkoló üres, akkor elhaladhatunk az üres (-1).es parkoló mellett és parkoljunk be az első üres helyre.



13. Az operációt azonnal végre kell hajtani.



14a. Legyen $u(45) = 1$, $u(30) = x$, $u(0) = 0$. Ekkor
 A1 várható hasznossága = x
 A2 várható hasznossága = $.80$, tehát
 A1pA2 akkor és csak akkor áll fenn, ha $x \geq .80$.

B1 várható hasznossága = $.25x$
 B2 várható hasznossága = $.20$, tehát
 B1pB2 akkor és csak akkor áll fenn, ha $x \geq .80$.

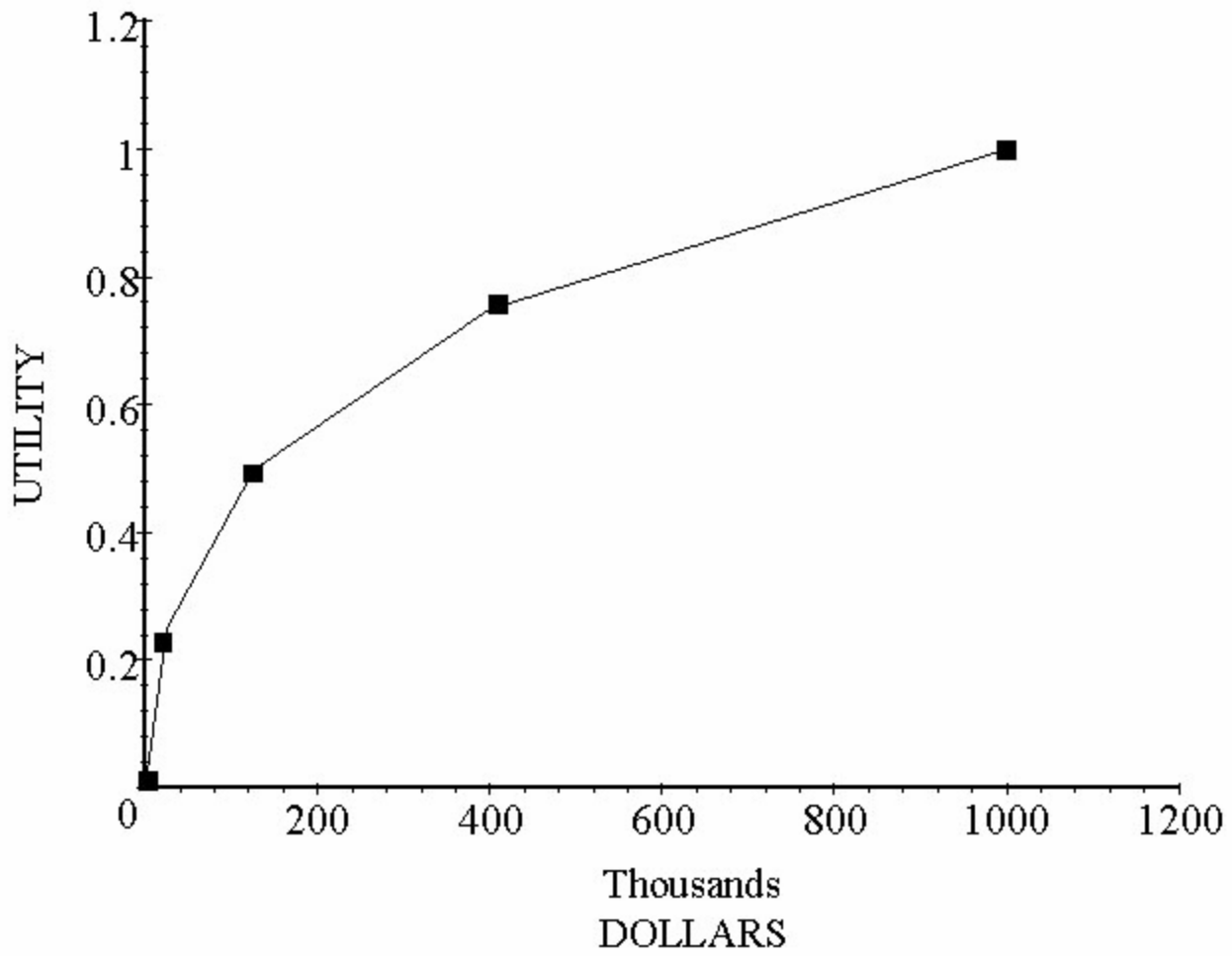
Ha tehát A1-et preferáljuk, akkor B1-et is előnyben kell részesítenünk.

14b. C1 várható hasznossága = $.25x$
 C2 várható hasznossága = $.25(.80)(1) = .20$, tehát
 C1pC2 akkor és csak akkor áll fenn, ha $x \geq .80$.
 Tehát C1pC2 akkor és csak akkor áll fenn, ha B1pB2.

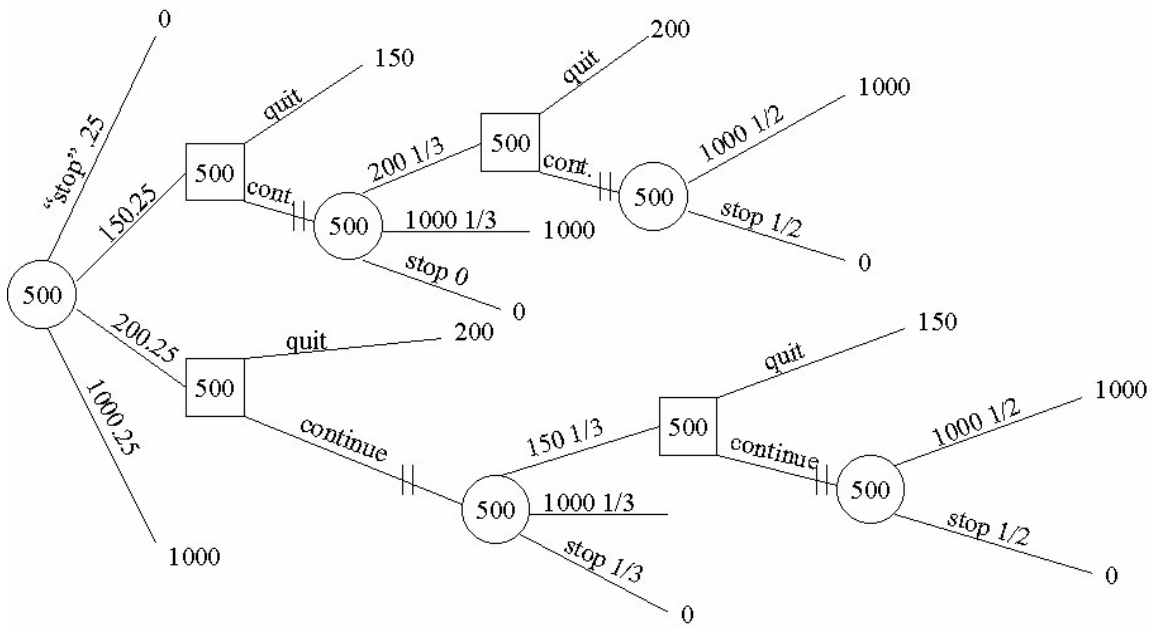
15a. A döntési fa szerint az optimális stratégia az, ha addig folytatjuk a játékot, míg $1,000,000$ \$-t nyerünk vagy megkapjuk a STOP kártyát.

15b. A hasznossági függvényt felrajzolva azt kapjuk, hogy $u(200,000) = .59$ és $u(150,000) = .54$. A döntési fa alapján az optimális stratégia az, ha elfogadjuk az első kártyán felmutatott összeget és megállunk. Ennek oka nagymértékű kockázatkerülésünk.

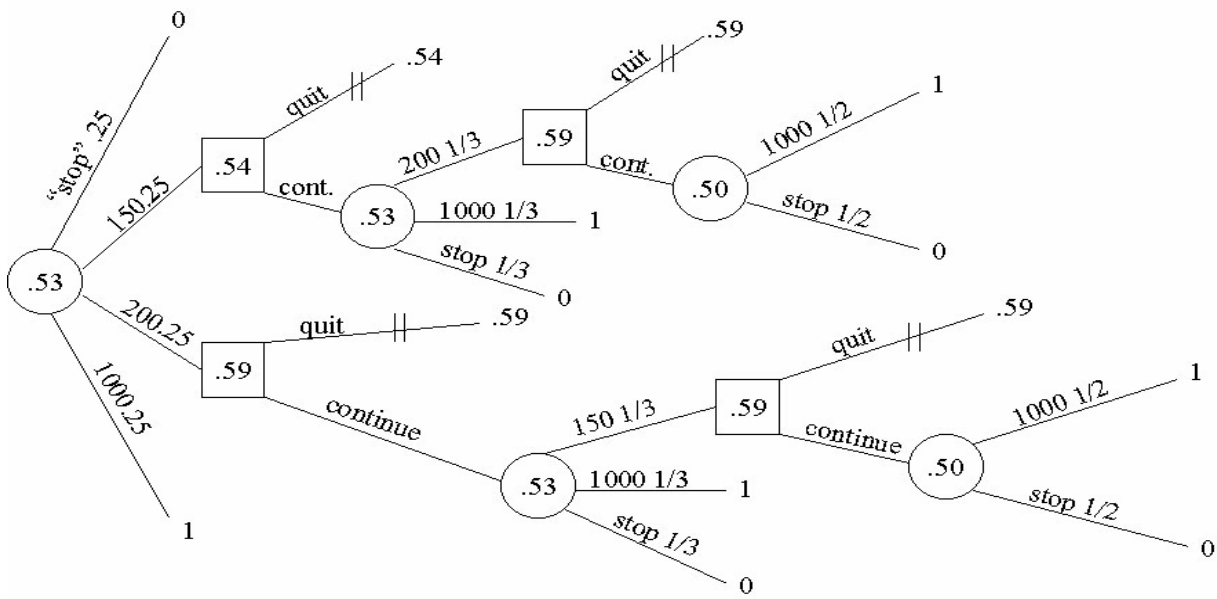
UTILITY FUNCTION FOR HOOSIER MILLIONAIRE



A várható érték maximalizálása

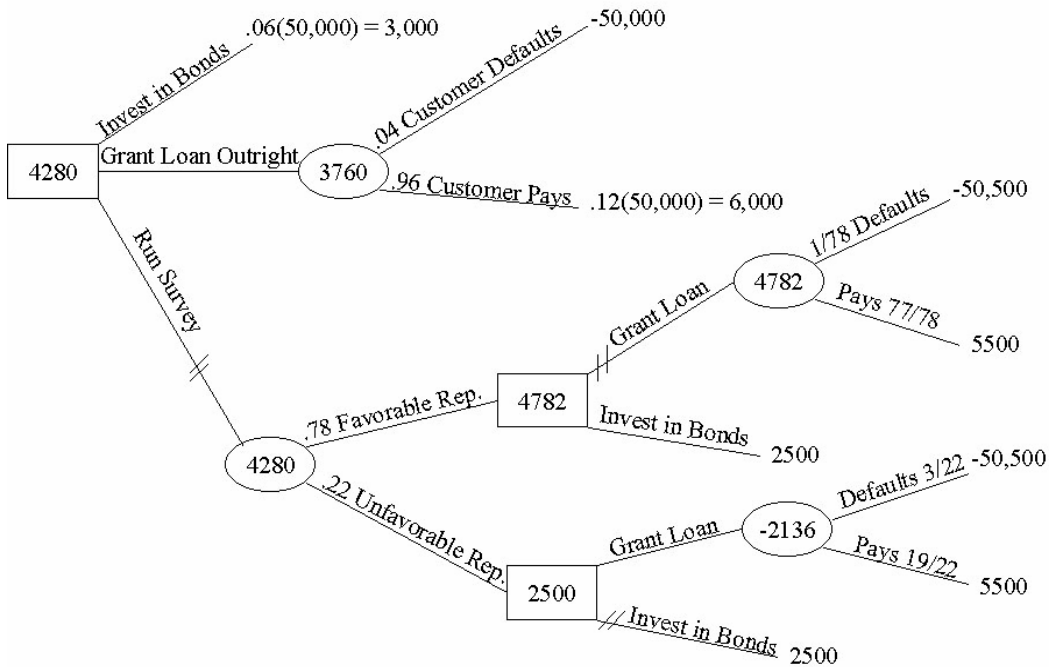


Hasznossági függvénnyel számolva



11.4. alfejezet

1.



2. Adottak a következők: $p(\text{földrengés}) = .20$ $p(\text{nincs földrengés}) = .80$
 $p(\text{rengés előrejelzés} | \text{van rengés}) = .95$,
 $p(\text{nincs rengés előrejelzés} | \text{van rengés}) = .05$
 $p(\text{rengés előrejelzés} | \text{nincs rengés}) = .10$,
 $p(\text{nincs rengés előrejelzés} | \text{nincs rengés}) = .9$
 Ezek alapján:

$$p(\text{rengés előrejelzés és rengés}) = .2(.95) = .19$$

$$p(\text{rengés előrejelzés és nincs rengés}) = .8(.10) = .08$$

$$p(\text{rengés előrejelzés}) = .19 + .08 = .27$$

$$p(\text{nincs rengés előrejelzés és rengés}) = .2(.05) = .1$$

$$p(\text{nincs rengés előrejelzés és nincs rengés}) = .8(.9) = .72$$

$$p(\text{nincs rengés előrejelzés}) = .73$$

$$p(\text{rengés} | \text{rengés előrejelzés}) = .19 / .27 = 19/27$$

$$p(\text{rengés} | \text{nincs rengés előrejelzés}) = .01 / .73 = 1/73.$$

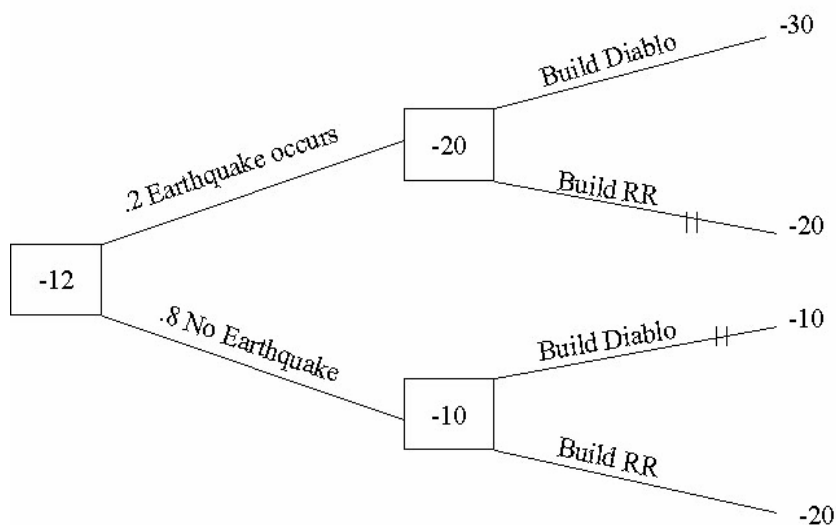
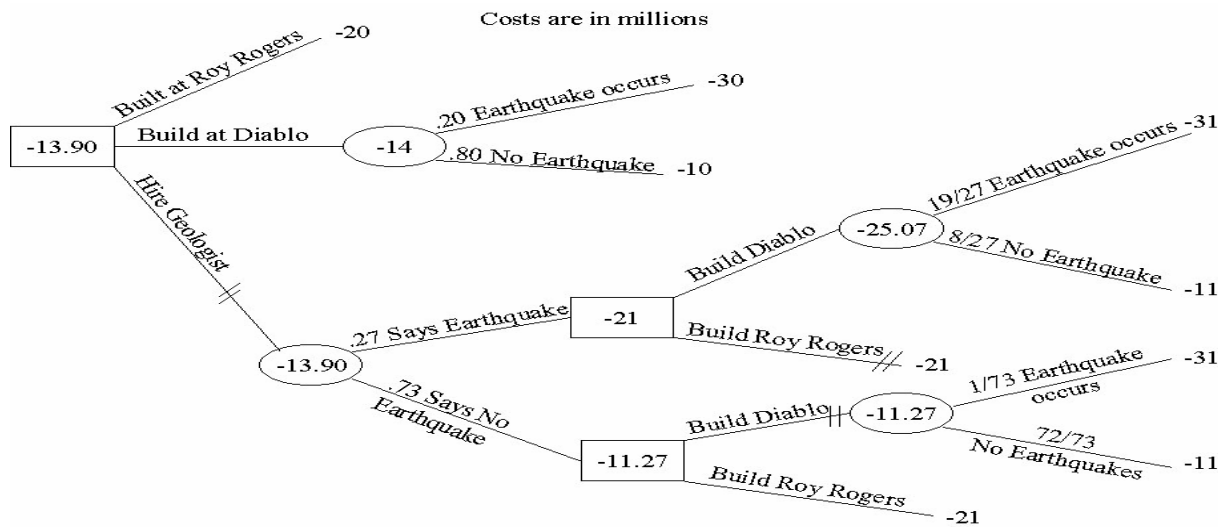
$$P(\text{nincs rengés} | \text{rengés előrejelzés}) = .08 / .27 = 8/27.$$

$$P(\text{nincs rengés} | \text{nincs rengés előrejelzés}) = .72 / .73 = 72/73$$

Az eredmények alapján fel kell fogadnunk a geológust és ha ő földrengést jelez előre, akkor az erőművet Roy Rogers-ben kell megépíteni. Ha az előrejelzés nemleges, akkor a Diablo Canyonban kell építeni.

Ha a geológus ingyen dolgozna, $EVWSI = -13.9 + 1 = -12.9$. $EVWOI = -14$
 $EVSI = -12.9 - (-14) = 1.1$ millió.

Az EVPI meghatározásához tekintsük a második ábrát. EVWPI = -12, tehát EVPI = -12 - (-14) = 2 millió dollár.



$$3. P(\text{hideg előrejelzése}) = .9(.4) + .2(.6) = .48$$

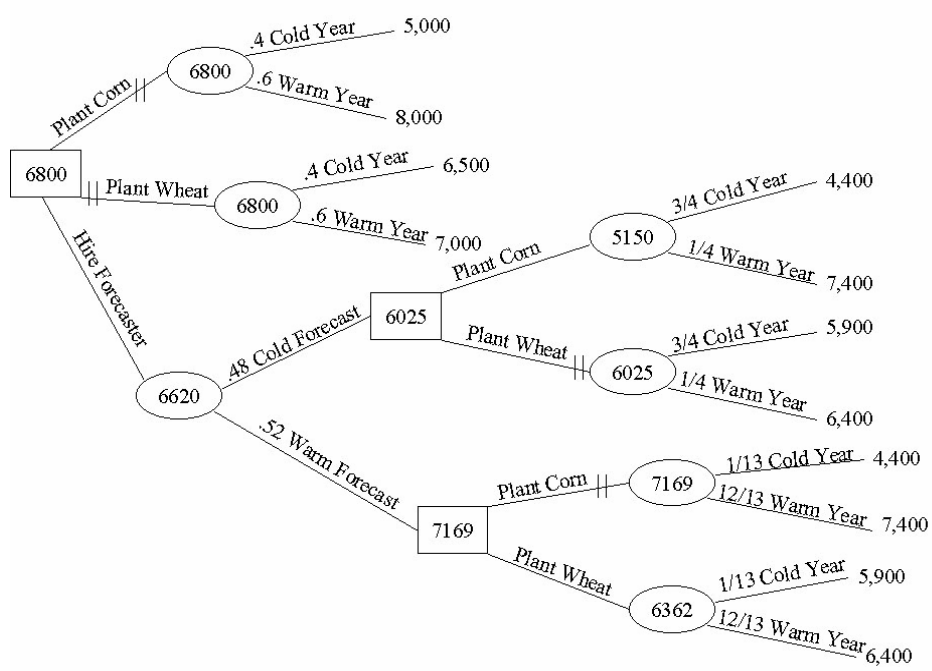
$$P(\text{meleg előrejelzése}) = 1 - .48 = .52.$$

$$P(\text{hideg idő} | \text{hideg előrejelzése}) = .36 / .48 = .75$$

$$P(\text{meleg idő} | \text{hideg előrejelzése}) = .12 / .48 = .25$$

$$P(\text{hideg idő} | \text{meleg előrejelzése}) = (.1)(.4) / .52 = 1/13$$

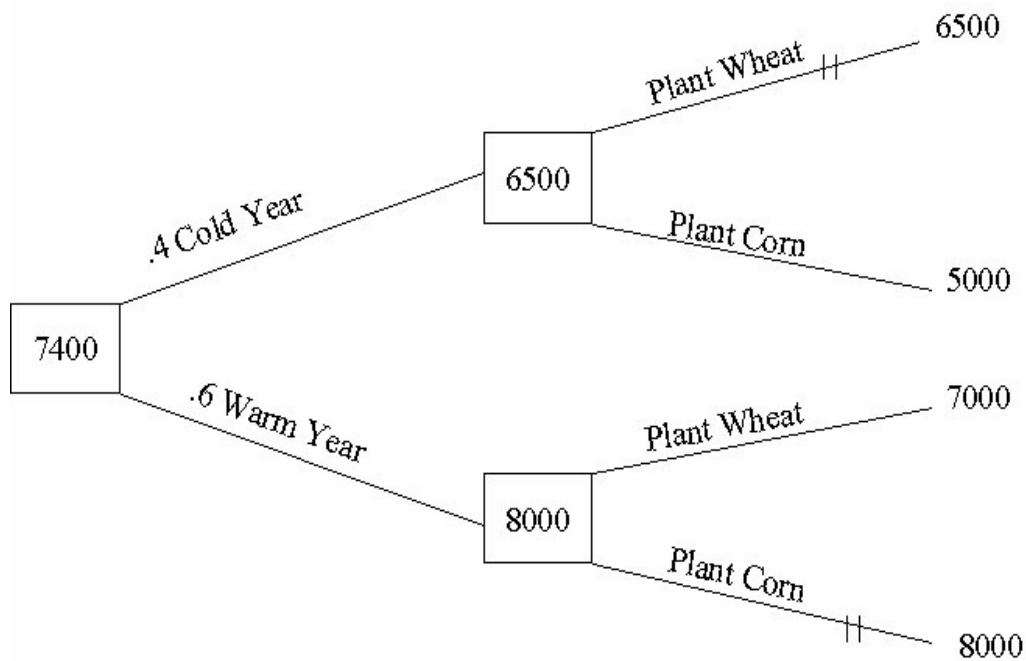
$$P(\text{meleg idő} | \text{meleg előrejelzése}) = (.8)(.6) / .52 = 12/13$$



Nem kell tehát az előrejelzést igénybe venni és mindegy, hogy kukoricát vagy búzát ültetünk.

$$EVWSI = 6620 + 600 = 7220$$

$$EVSI = 7220 - 6800 = 420$$



$$EVWPI = 7400 \quad EVWOI = 6800 \quad EVPI = 7400 - 6800 = 600.$$

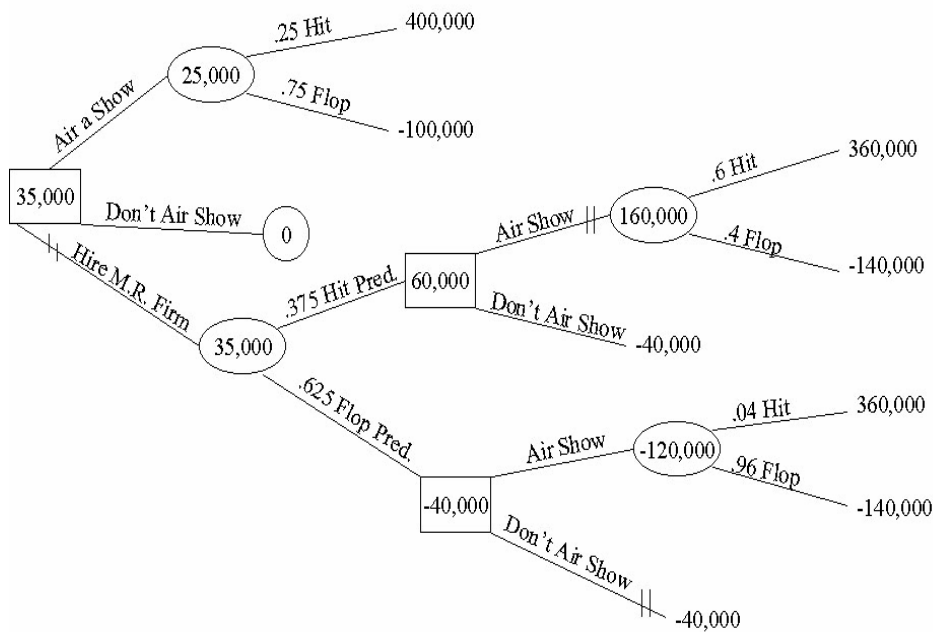
4. $P(\text{siker előrejelzése}) = .9(.25) + (.2)(.75) = .375$.
 $P(\text{bukás előrejelzése}) = 1 - .375 = .625$.

$P(\text{siker} | \text{siker előrejelzése}) = .9(.25) / .375 = .60$.
 $P(\text{bukás} | \text{siker előrejelzése}) = 1 - .60 = .4$.

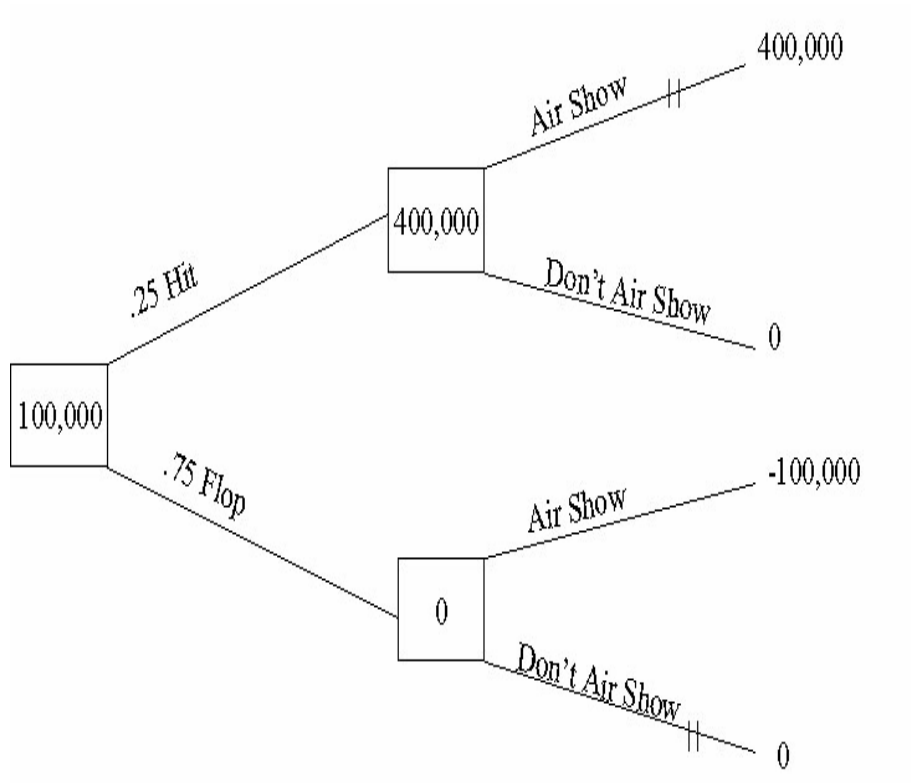
$P(\text{siker} | \text{bukás előrejelzése}) = .1(.25) / .625 = .04$
 $P(\text{bukás} | \text{bukás előrejelzése}) = 1 - .04 = .96$.

A döntési fa alapján meg kell bízni a piackutató céget. Ha sikert jelez előre, akkor sugározzuk a show-t, ha bukást jelez előre, akkor ne.

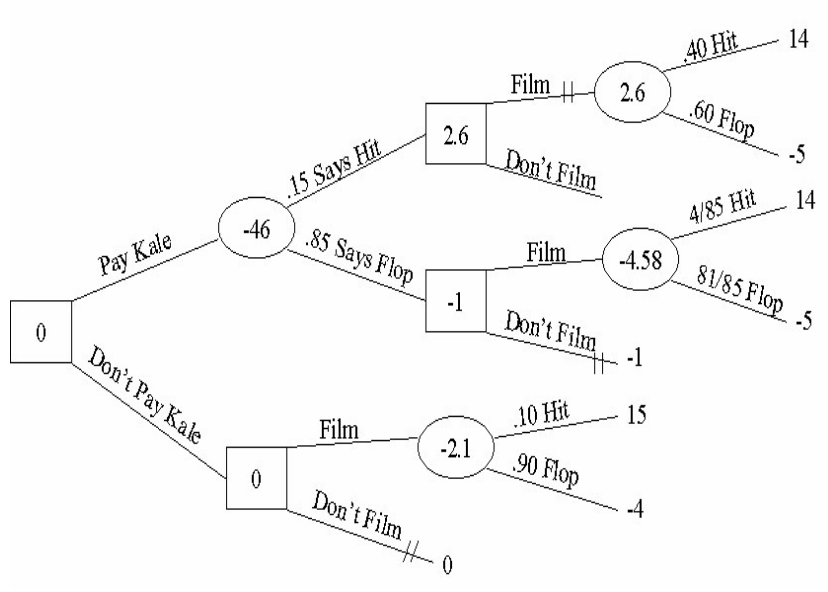
$EVWSI = 35,000 + 40,000 = \$75,000$ $EVSI = 75,000 - 25,000 = \$50,000$.

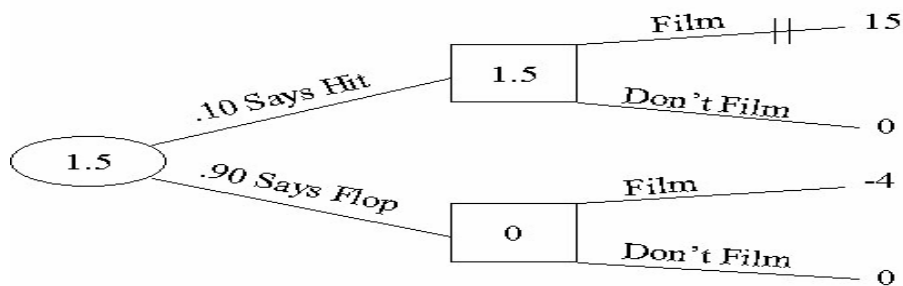


$EVWPI = 100,000$, $EVWOI = 25,000$, $EVPI = 100,000 - 25,000 = 75,000$.



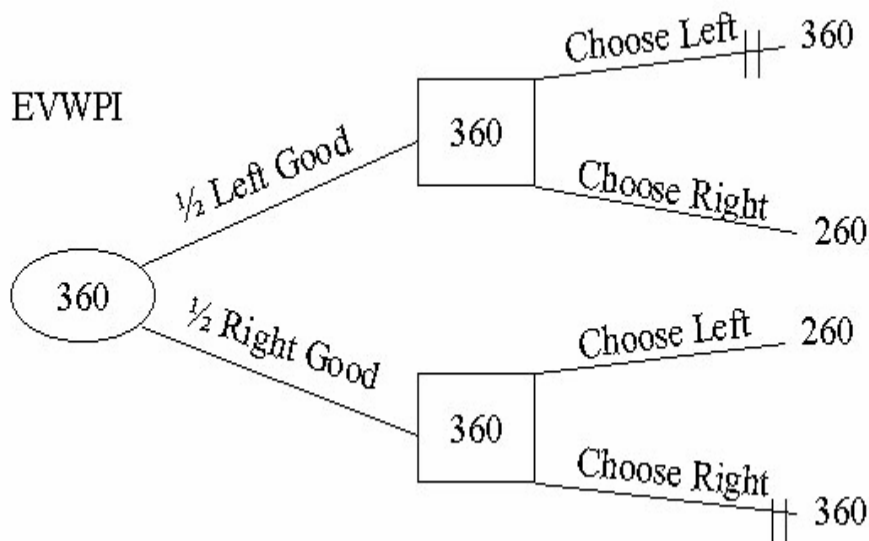
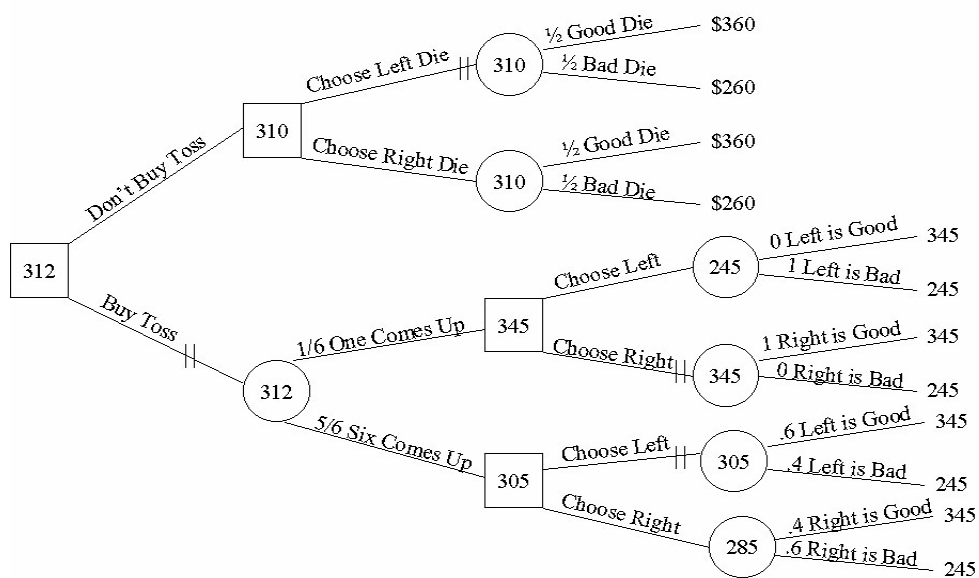
5. Ne fizessünk Keelnek és ne forgassuk le a filmet.





6. Gréta fizessen a feldobásért, és ha 1 jön ki, akkor a jobbkezes kockát válassza, ha pedig 6 jön ki, akkor a balkezeset.

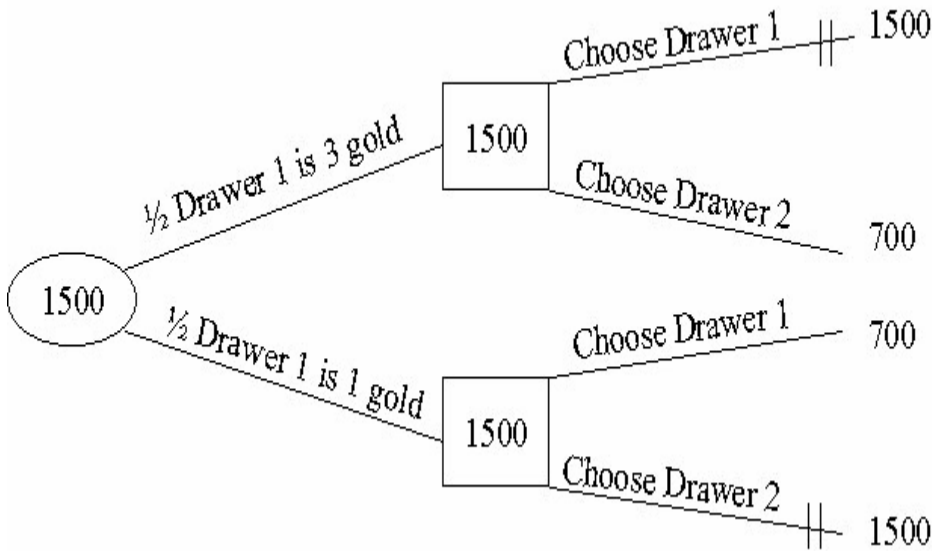
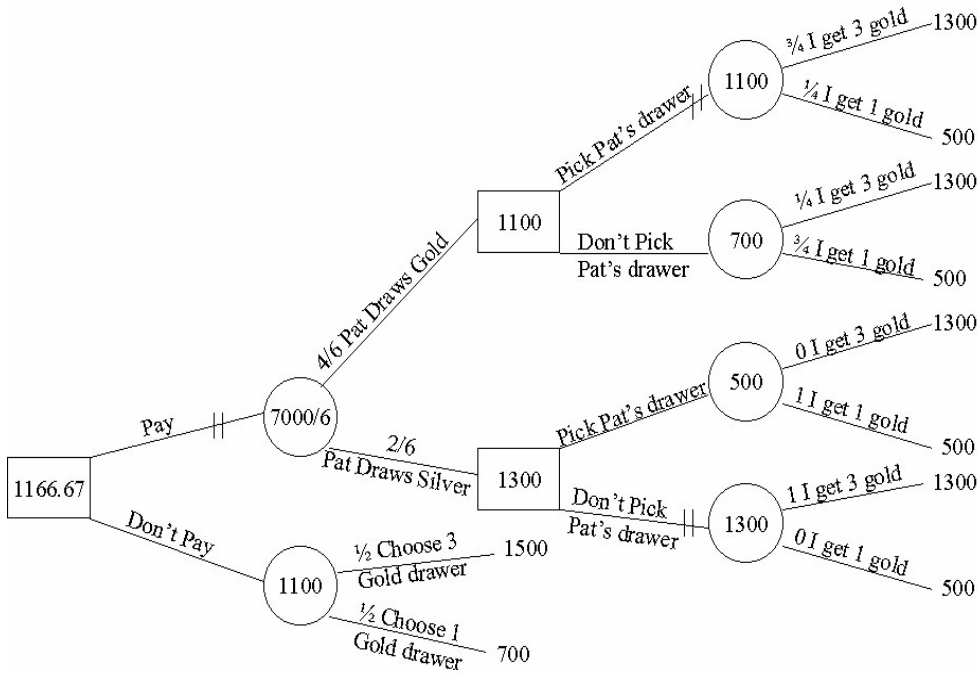
EVSI = (312 + 15) - 310 = \$17.



EVPI = 360 - 310 = \$50.

7. Fizessünk Pat-nek, és ha aranyérmét húz, akkor azt a fiókot válasszuk, ha pedig ezüstöt húzott, akkor válasszuk a másik fiókot.

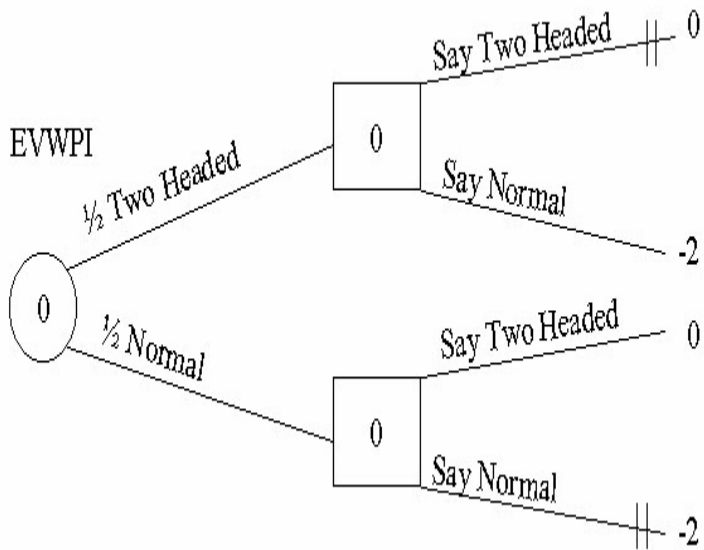
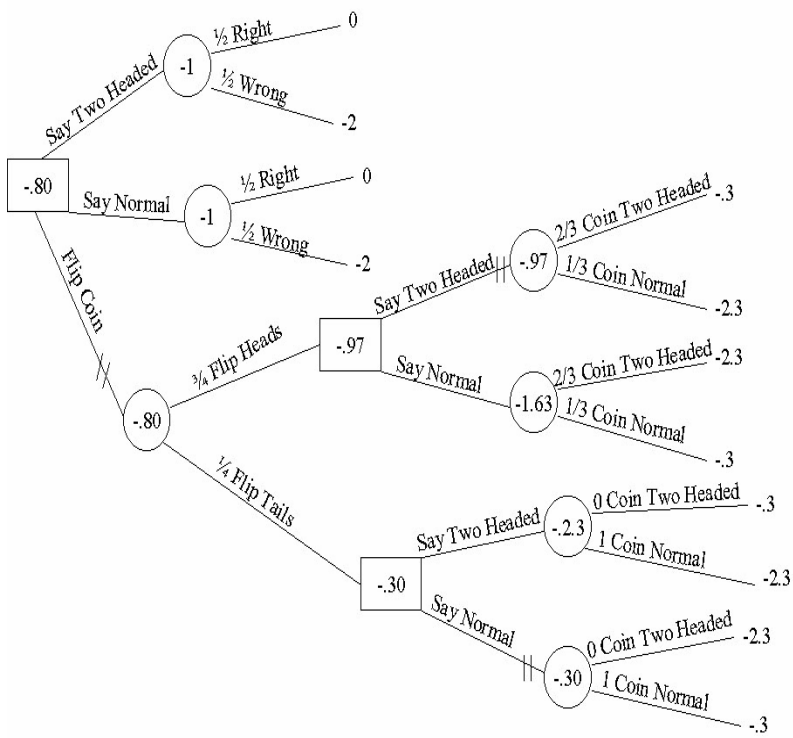
$$EVSI = (1166.67 + 200) - 1100 = \$266.67$$



$$EVPI = 1500 - 1100 = \$400$$

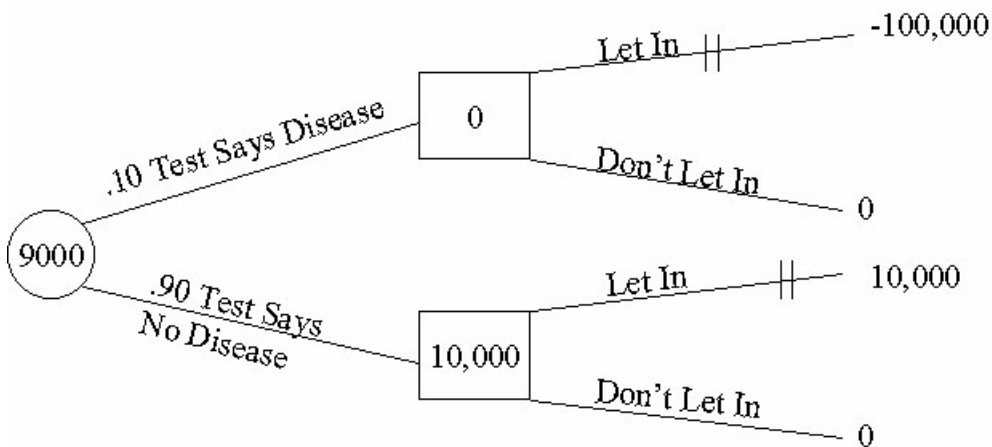
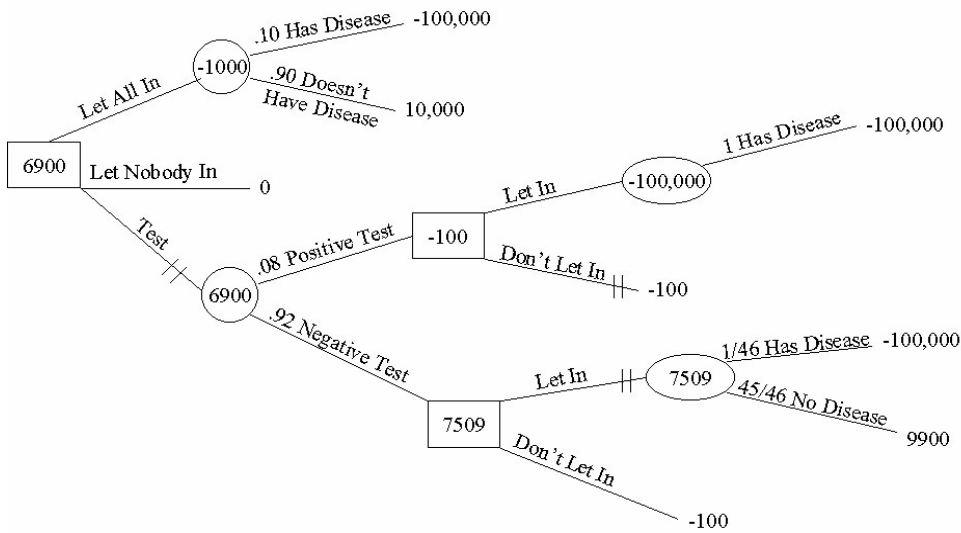
8. Imelda fizessen az érme feldobásáért. Ha fej jön ki, akkor mondja azt, hogy az érme mindkét oldalán fej van, ha írás, akkor mondja azt, hogy normál érméről van szó.

$$EVSI = (-.8 + .3) - (-1) = \$0.50.$$



$$EVPI = 0 - (-1) = \$1$$

9. Vizsgáltassanak meg minden bevándorlót. Negatív teszteredménnyel engedjék be, pozitív eredmény esetén utasítsák el a bevándorlókat.



$$EVPI = 9000 - 0 = \$9000 \quad EVSI = 6900 + 100 - 0 = \$7000.$$

$$10a. P(+)=.05(.90)+.95(.10)=.14, P(-)=1-.14=.86$$

$$P(\text{kábítószeres}|+)=(.05)(.9)/.14=.32,$$

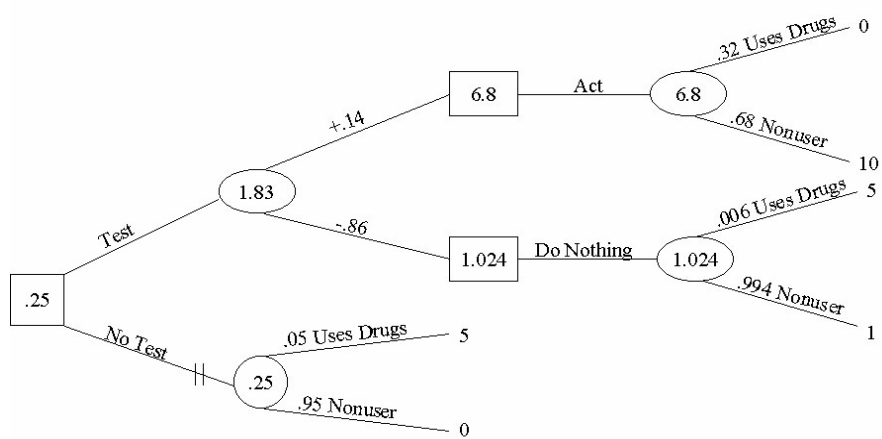
$$P(\text{nem kábítószeres}|+)=1-.32=.68.$$

$$P(\text{kábítószeres}|-.)=(.05)(.10)/.86=.006, P$$

$$(\text{nem kábítószeres}|-.)=1-.006=.994$$

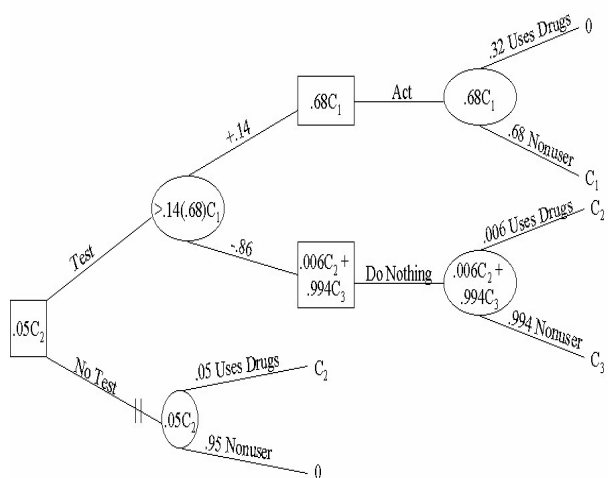
A fa azt mutatja, hogy a főiskolán nem kell a vizsgálatokat lefolytatni.

Megjegyzés: feltételezésünk az, hogy pozitív tesztre reagálnunk kell, negatív teszt esetén nem kell beavatkoznunk.



10b. A döntési fa szerint a vizsgálatok várható költsége $> .14(.68)c_1 > .14(.68)c_2 > .05c_2 =$ várható költség vizsgálatok nélkül.

Tehát az optimális megoldás az, ha nem végzünk vizsgálatokat.



Áttekintő feladatok

1a. Befektetés	Minimális haszon
Pénzpiac	\$1100*
Részvény	\$1000
Arany	\$300

A maximin döntés tehát a pénzpiaci befektetés.

1b. Befektetés	Maximális haszon
Pénzpiac	\$1100
Részvény	\$1200
Arany	\$1600*

A maximax döntés az aranyvásárlás.

1c. A regret mátrix a következő:

Befektetés	1. állapot	2. állapot	3. állapot	Maximum Regret
Pénzpiac	\$500	\$0	\$300	\$500*
Részvény	\$600	\$0	\$200	\$600
Arany	\$0	\$800	\$0	\$800

A maximális elmulasztott nyerség minimalizálásával a pénzpiaci befektetés a döntés.

1d. Mindegyik befektetésnek azonos a várható haszna, \$1100.

- 2. Várható hasznosság a pénzpiacon = $\ln 1100 = 7.003$
- Várható hasznosság a részvényt piacon = $\{\ln 1000 + \ln 1100 + \ln 1200\}/3 = 7.0003$
- Várható hasznosság az arany piacon = $\{\ln 1600 + \ln 300 + \ln 1400\}/3 = 6.775$

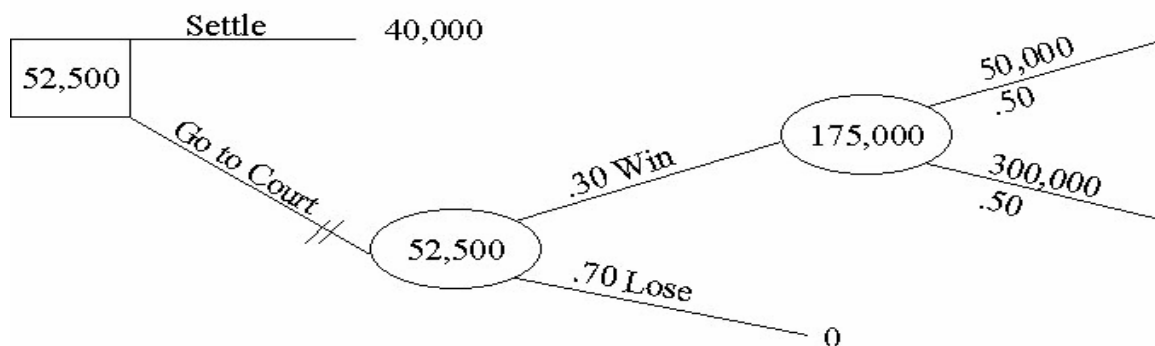
A pénzpiaci alapok mutatják tehát a legnagyobb várható hasznosságot.

3a. Ha az L_1 lotteryt választjuk, akkor biztosan gazdaggá válunk, míg ha az L_2 lotteryt, akkor van egy pozitív esélye annak, hogy nem gazdagszunk meg.

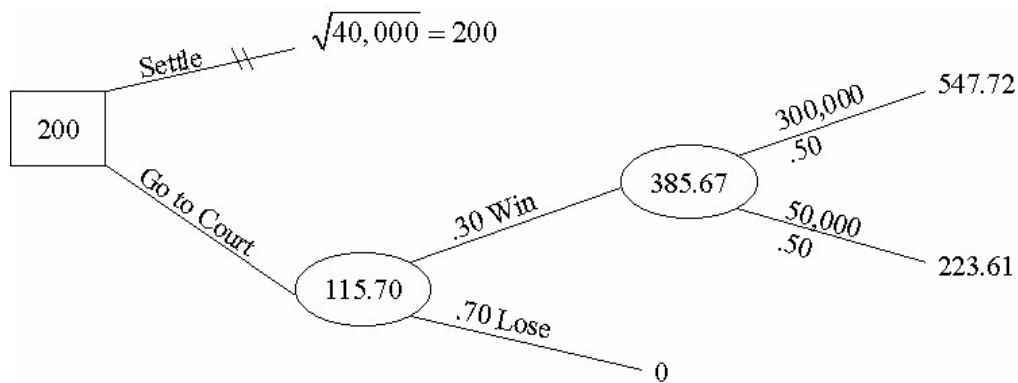
A legtöbb ember L_4 -et preferálja L_3 -hoz képest, mert L_4 nagyobb várható értékkel rendelkezik.

3b. Legyen $u(3,000,000) = 1$, $u(0) = 0$ és $u(1,000,000) = x$. Ekkor $L_1 \succ L_2$, ha $x \geq .50$, míg $L_3 \succ L_4$ ha $.10x \geq .05$ vagy $x \geq .50$. Tehát ha $L_1 \succ L_2$, akkor $L_3 \succ L_4$.

4a. Az ábrából azt látjuk, hogy ha Lark kockázat-semleges, akkor perre viszi az ügyet, míg ha $u(x) = x^{1/2}$ a hasznossági függvénye, akkor pmegegyezik peren kívül.

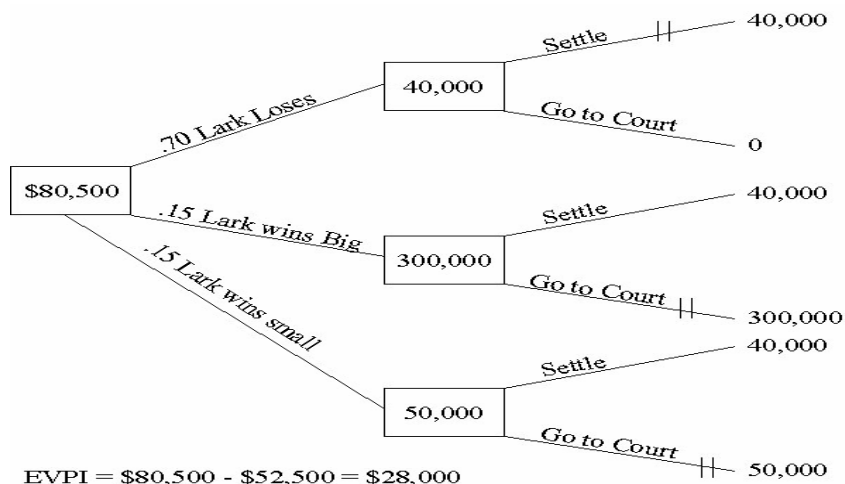


Ha $U(x) = x^{1/2}$ (kockázat-elutasítás), akkor a peren kívüli megegyezés a döntés.



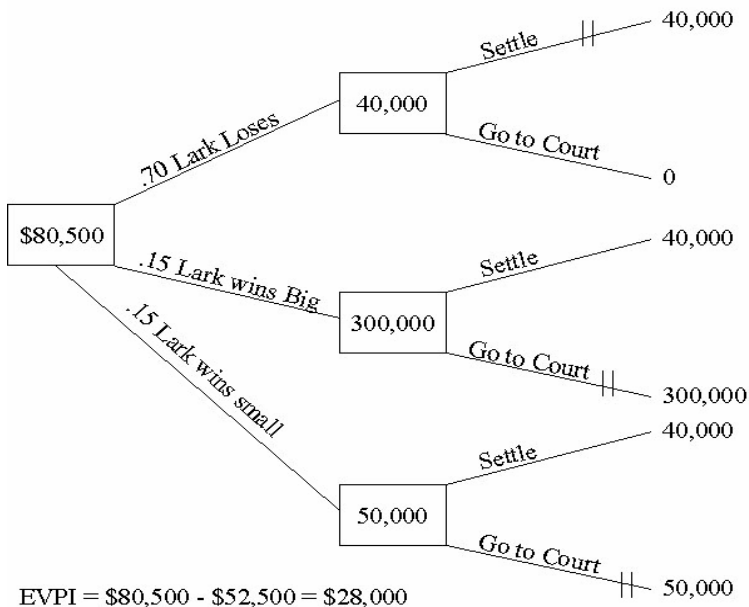
4b. és 4c. Ha azt mondjuk, hogy a tanácsadó 90%ban megbízható, ez alatt azt értjük, hogy annak a valószínűsége, hogy Lark nyer, ha a tanácsadó ezt jósolta, 0.9; és annak a valószínűsége, hogy Lark veszít, ha a tanácsadó azt jósolta, szintén 0.9.

4b feladat



$EVPI = \$80,500 - \$52,500 = \$28,000$

4c feladat

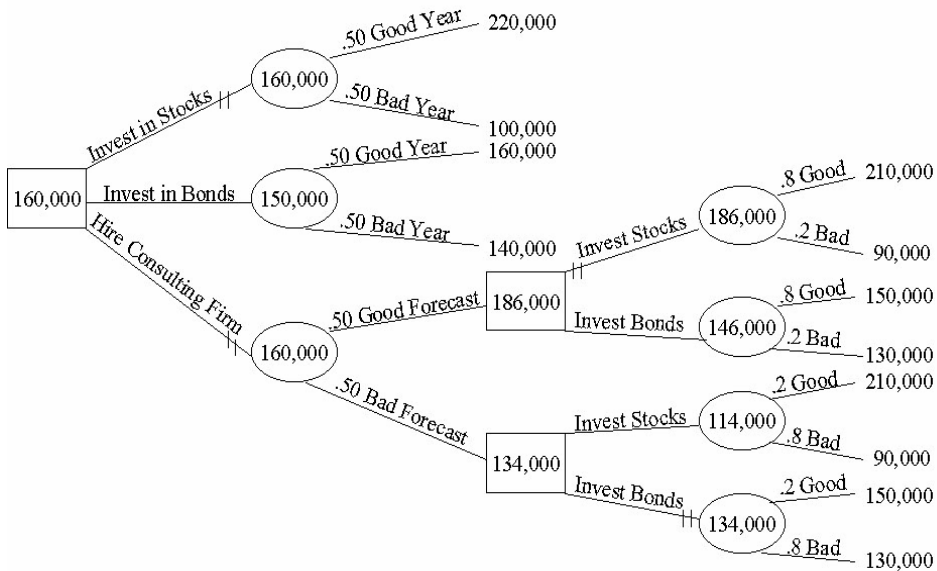


$$EVPI = \$80,500 - \$52,500 = \$28,000$$

$$5a. \text{ Várható nyereség részvényekből} = .50(220,000) + .50(100,000) = \$160,000$$

$$\text{Várható nyereség kötvényekből} = .50(160,000) + .5(140,000) = \$150,000$$

A kockázatmentes döntéshozó tehát részvényekbe fektet be.



$$EVSI = 160,000 + 10,000 - 160,000 = \$10,000.$$

5b. A fán található valószínűségeket a következőképpen számítottuk ki.
Legyen

BF = rossz év előrejelzése GF = jó év előrejelzése
G = jó év B = rossz év

$$P(G) = P(B) = .50 ,$$

$$P(GF|G) = .80, P(BF|G) = .20, \\ P(GF|B) = .20, P(BF|B) = .80$$

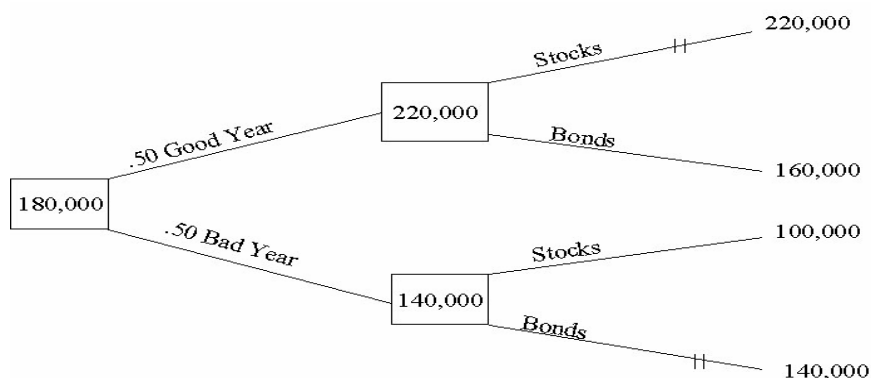
$$P(GF \text{ és } G) = .80(.50) = .40, P(BF \text{ és } G) = .20(.50) = .10 \\ P(GF \text{ és } B) = .20(.50) = .10, P(BF \text{ és } B) = .80(.50) = .40$$

$$P(GF) = .40 + .10 = .50 \quad P(BF) = .10 + .40 = .50$$

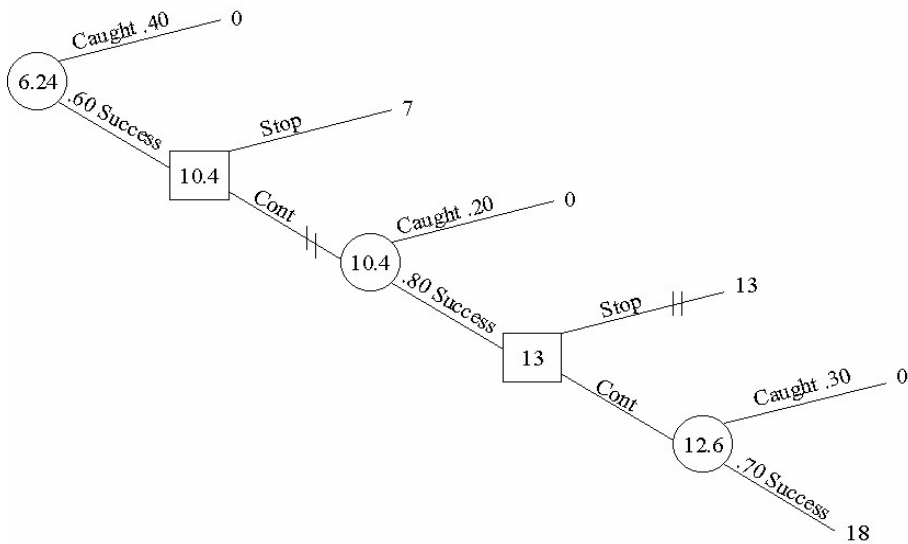
$$P(G|GF) = .40/.50 = .80, P(B|GF) = .10/.50 = .20 \\ P(B|BF) = .10/.50, P(G|BF) = .80$$

Rollo előrejelzés nélkül részvényekbe fektethet be, vagy megrendelheti az előrejelzést. Ha az előrejelzés jó évet mond, akkor részvényekbe fektet be. Ha az előrejelzés rossz évet mond, akkor kötvényekbe kell befektetnie.

$$EVPI = 180,000 - 160,000 = \$20,000.$$



6. A döntési fa azt mutatja, hogy Willynek két bankrablás után le kell állnia.



7. Legyen x = a részvényekbe fektetett pénz, és $1,000,000 - x$ = a kötvényekbe fektetett pénz nagysága. Ha a gazdaság állapota jó, akkor a végállapot $1.22x + 1.16(1,000,000 - x) = 1,160,000 + .06x$.

Ha a gazdaság állapota rossz, akkor a végállapot $1.10x + 1.14(1,000,000 - x) = 1,140,000 - .04x$.

Minimalizálnunk kell a következő függvényt:
 $u(x) = .5 \ln(1,160,000 + .06x) + .5 \ln(1,140,000 - .04x)$

$$u'(x) = \frac{.30}{(1,160,000 + .06x)} - \frac{.20}{(1,140,000 - .04x)}$$

$$= \frac{(342,000 - 232,000 - .024x)}{(1,160,000 + .06x)(1,140,000 - .04x)}$$

Az $u'(x) > 0$ esetben $x \leq 1,000,000$. Minden pénzt részvényekbe kell fektetni.

8. Megmutatjuk, hogy a kockázatkerülő döntéshozó a 2. lehetőséget preferálja az 1. lehetőséggel szemben. Ezáltal az 1. lehetőség bevezetése jobban elriasztja az embereket a szemeteléstől, mint a 2. lehetőség tenné.

Legyen $u(x)$ = x dollár nyereség elérésének hasznossága (x negatív is lehet!). A döntéshozó akkor fogja a 2. alternatívát előnyben részesíteni az 1. alternatívával szemben, ha

$$(1) \quad .10u(-60) + .90u(0) \leq .12u(-50) + .88u(0).$$

Mivel a kockázatkerülő döntéshozó hasznossági függvénye konkáv,

$$(2) \quad u(-50) \geq (5/6)u(-60) + (1/6)u(0).$$

Szorozzuk meg (2)-t 0.12-vel és adjunk .88u(0)értéket mindkét oldalhoz, ekkor azt kapjuk, hogy $.12u(-50) + .88u(0) \geq .10u(-60) + .90u(0)$. Ez pedig éppen az (1) állítás.