14. fejezet megoldásai

14.2. alfejezet megoldásai

A feladat szövegét helyesbíteni kell: egy újratöltés kerül 50 dollár 70 centbe (nem literenként); másrészt azzal számolunk, hogy minden hónapban 4000 litert adnak el.
A kereslet és a készlettartási egységköltség adatunk egyazon időtartam mértékegységre vonatkozzon: vagy a havi keresletet számítsuk át évesre, vagy az éves készlettartási egységköltséget havira (2.5 cent/liter-hó).
D = 4,000 liter/hó h = $.025/liter-hó K = $50.7

1a. $q^* = \sqrt{\dfrac{2(50.7)(4{,}000)}{.025}} = 4028$ liter

1b. Rendelések száma/hó = D/q = 4000/4028 = 0.99 rendelés/hó, azaz 11.9 rendelést kell feladni egy évben.

1c. q/D = 4028/4000 = 1.007 hónap telik el a rendelések között.

1d. A valóságban a benzinkutak értékesítése általában ingadozik, függ pl. attól, hogy a hét melyik napjáról van szó. Ez még nem lenne probléma, mivel a kapott rendelések közti időtartam alatt, vagyis bármelyik hónapban közelítőleg hasonló arányban van mindenféle nap. A rendelési időszakon belüli ingadozások, egyenetlenségek akkor nem jelentenek problémát, ha mindegyik rendelési időszak egészére viszont kiegyenlítődnek. Ha a kiegyenlítődési időszaknak (pl. a fizetésnapok közti időtartamnak) egész számú többszöröse a rendelési időszak, vagy sokszorosa, akkor egyenletes lesz a rendelési időszak alatti kereslet, egyébként nem. (Az mindegy, hogy a két ciklus egyszerre indul vagy sem.)
Tehát alkalmazható az EOQ modell, ha mindig egyenletes a kereslet, vagy ha az egyenetlenségek ciklusidejének (véletlenül éppen) kb. egész számú többszöröse a rendelési ciklus időtartama.
A kérdés az, hogy a különböző rendelési időszakok során (1.007 hónap alatt nyáron vs. télen, egyik vs. másik évben) azonos-e a benzinkutaknál a kereslet mennyisége. A valóságban nem, hanem jelentősen függ az évszaktól, pl. nyaralások idején lényegesen nagyobb, továbbá némileg az árnak is függvénye, ezért nem igazán alkalmazható az EOQ modell, jelentős hibával járna. (A 15.6. alfejezetben látunk majd pontosabb modellt.)

1e. Ha az utánpótlási idő = 2 hét, akkor ezalatt a kereslet < EOQ, így az újrarendelési készletszint = az utánpótlási idő alatti készletfogyás, ami (2/52)(12 * 4,000) = 1846 liter.
Ha az utánpótlási idő = 10 hét, akkor ezalatt a kereslet > EOQ. A T = 0. időpontban beérkező rendelést T = -10. hét időpontban adták fel. Tudjuk, hogy 4028/4000 = 1.007 havonta, azaz 4028/4000 * 52/12 = 4.36 hetente indítanak rendelést. Vagyis -10. után a -10 + 4.36 = -5.64 hét; -5.64 + 4.36 = -1.27 hét; -1.27 + 4.36 = 3.09 hét stb. időpontokban is indítanak rendelést. T = 0 -kor feltöltik 0-ról 4028 literre a tartályt, így az újrarendelési időpontokban (mindegyikben) 4028 - 3.09 (48,000 / 12)= 1175 liter van a tartályokban, ennyi az újrarendelési készletszint.

2. $K = (1/4)10 = \$2.50$; $D = \$10,000$/év; $h = \$.10$/dollár-év

2b. $$q^* = \sqrt{\frac{2(2.50)10,000}{.10}} = 707.11$$ dollárt kell felvenni alkalmanként.

2a. Pénzfelvételek száma évente = $D / q^* = 10,000 / 707.11 = 14.14$ felvétel/év

2c. Mivel $D/q^* = (hD/2K)^{1/2}$, ezért D növekedése a pénzfelvételek gyakoriságát, D/q^* –t növeli. Ha D n-szeresére nő, q^* csak gyök(n) –szeresére nő, így a D/q^* hányados növekszik (gyök(n)-szeresére).

2d. A kamatláb növekedése (n-szeresére) h növekedését okozza (n-szeresére). h növekedése pedig q^* csökkenését okozza (1/gyök(n)-szeresére változik). Ez pedig D/q^* növekedését okozza (gyök(n)-szeresére).

2e. A pénztárak számának növekedése a sorban állás idejének csökkenését okozza, ami K csökkenését jelenti (1/n-szeresére). Ez q^* csökkenését okozza (1/n-szeresére). Ez pedig D/q^* növekedését okozza (gyök(n)-szeresére).

3a. Olyan, mint a buszos 3. példa; D = 30 hívás/óra, K = \$10 és h = \$12/pizza-óra. Ebből

$$q^* = \sqrt{\frac{2(10)30}{12}} = 7.07$$ és óránként $30/7.07 = 4.24$ -szer kell futárt indítani.

3b. Az összköltség görbéje q függvényében ábrázolva olyan alakú, mint a 4. ábrán. Csakhogy most egy korlátozott, $q<=5$ intervallumon keressük az összköltség görbe legalacsonyabb pontját. Mivel az összköltség szigorúan monoton csökken a minimumáig, amit 5 fölött ér el ($5<EOQ$), így a megengedett intervallum jobb szélén, $q=5$-nél legkisebb az összköltség. Általánosan: annál kisebb az összköltség, azaz annál közelebb van TC(q) TC(EOQ)-hoz, minél közelebb van q EOQ-hoz (az intervallumkorlátozás nélküli optimumhelyhez) EOQ egyazon oldalán összehasonlítva két lehetőséget. Vigyen minden futár 5 pizzát, óránként 30/5 = 6-szor induljon futár.

3b. Az összköltség görbéje q függvényében ábrázolva olyan alakú, mint a 4. ábrán. Most a $q\leq 5$ intervallumon keressük az összköltség minimumát. Mivel az összköltség szigorúan monoton csökken a minimumáig, amit ($5<q^*$) 5 fölött ér el, így a megengedett intervallum jobb szélén, $q=5$-nél legkisebb az összköltség. Minél közelebb van q q^*-hoz (az intervallumkorlátozás nélküli optimumhelyhez), annál kisebb az összköltség. Vigyen minden futár 5 pizzát, óránként 30/5 = 6-szor induljon futár.

4a. Igen. Nagy forgási sebesség azt jelzi, hogy az átlagos készletérték relatíve alacsony. A készletezési rendszer pedig annál hatékonyabb, minél kisebb az átlagos készletérték.

4b. Legyen p = az egységenkénti beszerzési költség. Akkor a számláló, az eladott áruk beszerzési értéke évente = pD

A nevező, az átlagos készletérték = $p(q/2) = p\sqrt{\frac{KD}{2h}}$.

Így $TR = \sqrt{\frac{2Dh}{K}}$

4c. A 4b –ben adott képlet mutatja, hogy D növekedése (n-szeresére) q* és TR növekedésével jár (gyök(n)-szeresükre).

5. A készlettartási költség bármely q esetén: HC(q) = h(q/2). HC(0.8 q*) = h(0.8 q*/2) = 0.8 HC(q*).
A rendelési költség bármely q esetén: OC(q) = K(D/q). OC(0.8 q*) = K D/(0.8 q*) = 1.25 OC(q*).
A (14.3) egyenlőség szerint az optimális tételnagyság esetén e kétféle költség egyenlő: HC(q*) = OC(q*). Így HC(q*) + OC(q*) = 2 HC(q*).
HC(0.8 q*) + OC(0.8 q*) = 0.8 HC(q*) + 1.25 OC(q*) = 0.8 HC(q*) + 1.25 HC(q*) = 2.05 HC(q*).
[HC(0.8 q*) + OC(0.8 q*)] / [HC(q*) + OC(q*)] = 2.05 HC(q*) / 2 HC(q*) = 1.025, ami épp a 2.5%-os összköltség-növekedést mutatja.

6. A rendelési ciklusidő fele, azaz

$$(1/2)(q/D) = \sqrt{K/2Dh}.$$

A gyorsan mozgó terméknél a raktárban töltött átlagos időtartam kicsi, vagyis K/2Dh kicsi, ami vagy azért van, mert K kicsi, vagy D nagy, vagy h nagy. Minél kisebb a rendelésenkénti fix költség, minél nagyobb a kereslet, minél nagyobb a készlettartási egységköltség, annál rövidebb időt tölt raktáron átlagosan egy termék. Ezek lehetnek az okai a nagy forgási sebességnek.

7. K = \$10/rendelés, p = \$10/üveg, h_D = 0.2/év, h = p h_D = \$2/üveg-év, D = 30(52) =1560 üveg/év.

$$EOQ = \sqrt{\frac{2(10)(1560)}{2}} = 124.90 \text{ üveg}$$

Ez a rendelési mennyiség EOQ/D = 124.90/30 = 4.16 hétig elégítené ki a keresletet. Ennyit viszont nem bír ki az antibiotikum, megromlana ezen rendelt mennyiség egy része. Ahhoz, hogy ne legyen veszteség, q≤30-at kell rendelni. Az összköltség görbéje q függvényében ábrázolva olyan alakú, mint a 4. ábrán. Csakhogy most egy korlátozott, q<=30 intervallumon keressük az összköltség görbe legalacsonyabb pontját. Mivel az összköltség szigorúan monoton csökken a minimumáig, amit 30 fölött ér el (30<EOQ), így a megengedett intervallum jobb szélén, q=30-nál legkisebb az összköltség. Általánosan: annál kisebb az összköltség, azaz annál közelebb van TC(q) TC(EOQ)-hoz, minél közelebb van q EOQ-hoz (az intervallumkorlátozás nélküli optimumhelyhez) EOQ egyazon oldalán összehasonlítva két lehetőséget. 30 üveget kell rendelni (egy hétre).

8a. Igen, feltételezhetjük, hogy időben egyenletes a kereslet eloszlása. A kiképzett, de munkával még el nem látott szerelők felelnek meg a raktáron lévő áruknak. Ahogy folyamatosan, 1/27 évente egy-egy újabb kiképzett szerelő kezd el tényleges munkát végezni, úgy csökken a bevethető tartalékunk.

8b és 8c. K = \$12,000; D = 27 szerelő/év; h = \$18,000/szerelő-év.

$$q^* = \sqrt{\frac{2(12{,}000)27}{18{,}000}} = 6.$$ Hat ember legyen egy képzési csoportban.

$D/q^* = 27/6 = 4.5$ képzés kell évente.

8d. A kérdés helyesebben az, hogy mekkora készletmennyiségnél kell elkezdeni a képzést (vagyis feladni a rendelést), hogy mire beérkeznek, épp addigra csökkenjen 0-ra a készletünk? Az utánpótlási idő a képzési idő, L = 1/12 év. Ezalatt (1/12)27 = 2.25 szerelő kezd el munkát végezni. Ez kisebb q*=6 -nál, tehát amikor már csak 2.25 kiképzett szerelő áll rendelkezésre, mindig akkor kell beindítani egy képzést az optimális csoportnagysággal.

9. Legyen a készletszint a kiszámlázatlan, kifizetetlen előfizetési díj állomány. K = \$200,000; D = \$2,000,000/hó (=500,000 * \$4); h = 0.20/12 = \$.0167/\$-hó. Így

$$q^* = \sqrt{\frac{2(200{,}000)(2{,}000{,}000)}{.0167}} = \$6{,}928{,}203.$$

Tehát a rendelési ciklusidő: q* / D = 6,928,203 / 2,000,000 = 3.46 havonta kell a számlákat kibocsátani.

10a. Q nyilván nagyobb a normál rendelési mennyiségnél, ezzel növeli a (rendelése utáni) átlagos készletszintet, ez a készlettartási költség többlet oka.
Q nyilván nagyobb a normál rendelési mennyiségnél, ezzel egyenetlenné teszi a rendeléseket (pedig a kereslet egyenletes), ez a készletezési összköltség többlet oka (amit az árkülönbözet miatt lehet érdemes mégis vállalni).
Tegyük fel, hogy az áremelkedés miatti rendelés és a normál rendelések összehangolhatók: az utolsó 'normál' rendelés akkora volt, hogy a készletszint éppen az áremelkedés időpontjára csökken 0-ra. Ekkor feladják és megkapják a Q egységnyi rendelést, ez Q/D idő alatt fogy el, csak ekkortól kezdenek újra normál rendelési mennyiséget rendelni normál rendelési időnként. A Q egységnyi rendelés tehát átlagosan Q/2 készletszinttel járt, a készlettartási költség T=0 és T=Q/D közti Q/D idő alatt $HC = h(Q/2)(Q/D) = hQ^2/2D$.
Ha a normál_q* rendelések folytak volna tovább, akkor átlagosan normál_q*/2 készletszint lett volna, a készlettartási költség T=0 és T=Q/D közti Q/D idő alatt HC = h(normál_q*/2)(Q/D) = h(normál_q*)Q/2D.
HC többlete tehát h(Q - normál_q*)Q/2D.

Körültekintőbb megoldás:
Ha nem 0 lett volna a készletszint az áremelkedéskori rendeléskor, akkor az m maradék készlettel együtt a Q rendelt mennyiség Q/D-nél későbbre fogyott volna csak el, m/D idővel későbbre, és az átlagos készletszint

(m+Q)/2 lett volna. A maradék készlettartási költsége h(m/2)(m/D) lett volna; az együttes készlettartási költség h((m+Q)/2)((m+Q)/D); tehát a T=0 és T=(m+Q)/D közti időszakban a többlet készlettartási költség ezek különbsége: h(2mQ+Q^2)/2D. Ez az általános megoldás, ami m=0 feltételezése esetén a fenti eredményre egyszerűsödik.
Ha a normál rendelési ciklussal lett volna m maradék, és érdemes a Q rendelést megtenni, akkor az áremelkedés megtudása után érdemes úgy egyenletessé tenni a rendeléseket, hogy az áremelkedésre 0 készletszint maradjon, vagyis az m maradékot szétosztva az áremelkedésig még beérkező n db rendelés között, e rendelési mennyiségeket m/n -nel csökkenteni kellene (nevezhetjük ezt módosított normál rendelésnek). Ez csökkentené az áremelkedés előtti (T<0) átlagos készletszintet és készlettartási költséget, így a Q miatti többlet készlettartási költség ennyivel viszont csökkenne. A többletet tehát úgy kapjuk, hogy Q esetének össz HC-jéből levonjuk a normál össz HC-t (T= -végtelen és T= végtelen között, vagyis mivel csak az első módosított rendelés beérkezése és T=(m+Q)/D között tér el a két eset átlagos készletszintje, ezért elegendő köztük összegezni az esetek HC-it). A többlet kiszámításához ismerni kellene n –et, a normál q* -ot az áremelkedés előtt és után; és m –et vagy a normál rendelések időpontját.
Ha van utánpótlási idő (L>0), akkor kérdéses, hogy az áremelkedés a rendeléskor vagy a beérkezéskor érvényes árat változtatja.

Egyáltalán érdemes-e beiktatni egy külön rendelést az áremelkedés miatt? Nem feltétlenül; a paraméterek értékétől függ.
Ha nem éppen az áremelkedés időpontjára esett volna egy normál rendelés (azaz m<>0), akkor a normál ciklus m / korábbi_normál_q* hányada "elveszett", ennyivel több darab rendelés lett; viszont mivel későbbi_normál_q* < Q, ezért Q / normál_q* -1 –gyel kevesebb darab rendelés lett. Különbségük K –szorosa a rendelési költség többlet vagy csökkenés. Ha m=0, akkor későbbi_normál_q* < Q miatt biztosan csökkenés.
Minek lehetne megfeleltetni az árkülönbözetet? Egy előrehozottan megrendelt terméken nyerünk pl. $10 árkülönbözetet és vesztünk a készlettartási és rendelési költségen.
Q rendelt mennyiség esetén egy termék átlagosan (Q/D)/2 ideig van raktáron, ezalatt h(1)Q/2D készlettartási költség esik egy termékre. Korábban csak h(1)normál_q*/2D készlettartási költség esett egy termékre. Különbségükkel állítanánk szembe az árkülönbözetet, de a rendelések gyakoriságának változását is figyelembe kell venni.

Megnéztük tehát, hogy mi van ha nem teljes az összehangoltság, az áremelkedés előtti rendeléseket adottságnak kell tekinteni (ami reális, gyakran nem tudják a normál rendelés feladásakor, hogy áremelkedésről (vagy akcióról) fognak majd tudomást szerezni). Azt viszont feltételezhetjük, hogy az áremelkedés utáni rendelések időpontját módosítják, csak azután kezdenek újra normál rendeléseket feladni, amikor az egyszeri Q rendelt mennyiség elfogyott. Ha ugyanis ez olyan értelemben többlet rendelés lenne, hogy a normál rendeléseket a normál időben mindig feladnák, akkor sosem lenne szükség a Q többletmennyiségre, ami értelmetlen lenne.
Az ár változása lehet, hogy nem változtatja meg K -t, lehet, hogy nem változtatja meg D –t, lehet, hogy nem változtatja meg h –t. Ekkor nem változik a normál rendelési mennyiség és rendelési ciklusidő.

10b. Ha nem emelkedne az ár, akkor is rendelne normál_q* egységnyi terméket. Csak a (Q – normál q*) különbözetet okozta az áremelkedés, ennyi az előrehozottan megrendelt termékmennyiség. A beszerzési költség megtakarítás egységenként X dollár, (Q – normál q*) egység esetén X(Q – normál_q*) dollár.

10c. Helyesebben nyilván maximalizálni akarunk. A legegyszerűbb esetben feltételezzük, hogy m=0, n=0. Behelyettesítjük az a.-ban és b.-ban kiszámoltakat. Mely Q maximalizálja f(Q) = X(Q - normál_q*) - h(Q - normál_q*)Q/2D = (Q - normál_q*)(X – hQ/2D) -t? Amely Q-nál f'(Q) = X - hQ/D + h(normál_q*)/2D = 0, vagyis Q = (X + h(normál_q*)/2D)(D/h) = XD/h + normál_q*/2; mivel f"(Q)=-h/D <0.

10d. A legegyszerűbb esetben feltételezzük, hogy m=0, n=0. Behelyettesítjük az adatokat a legutóbbi egyenletbe. Q = 10(1000)/7.5 + normál_q*/2 = 1333 + normál_q*/2 egység. Ami 1333 + gyök(K1000/2/7.5) = 1333 + gyök(200K/3) egység. Ha pl. K = $150, akkor Q = 1433 egység.

11. Legyen k az a nemnegatív egész szám (EOQ/(LD) egész része), amelyre az r maradék 0 és EOQ közötti (0≤r<EOQ):
(1) LD = k EOQ + r.
Jelöljük T=0 –val az egyik időpontot, amikor egy rendelés megérkezik. Ekkorra éppen 0-ra csökken a készlet, megérkezik EOQ mennyiség, a készletszint = EOQ lesz (2).
A T=0 –kor megérkező rendelést T= -L –kor adták fel. A rendelések közt mindig EOQ/D idő telik el. Rendelést adnak fel tehát -L, -L + EOQ/D, -L + 2EOQ/D, ..., -L + k EOQ/D, -L + (k+1)EOQ/D,... -kor.
Valamely nemnegatív egész k –ra: -L + kEOQ/D ≤ 0 < -L+(k+1)EOQ/D. Így -L+(k+1)EOQ/D az első időpont 0 után, amikor rendelést adnak fel. Az ekkori készletszint = az újrarendelési készletszint. Ekkorra, vagyis -L+(k+1)EOQ/D idő alatt a T=0 –kor még EOQ nagyságú készlet (-L+(k+1)EOQ/D)(-D) –vel változott meg, vagyis EOQ + (-L+(k+1)EOQ/D)(-D) = LD - kEOQ = r lett.

12. Egy hét alatt p_i –szer tisztítanak (bármely pontot), tehát $1/p_i$ hét telik el a tisztítások közt az i. kerületben. Egy hét alatt p_1 –szer tisztítják meg az 1. kerület 500 mérföldjét, ez $500p_1$ mérföld; egy hét alatt p_2 –szer tisztítják meg az 2. kerület 500 mérföldjét, ez $500p_2$ mérföld; hetente összesen $500p_1 + 500p_2$ mérföldet tisztítanak. A 10 csapat 10(50)=500 mérföldet tisztít, így jött ki, hogy $p_1 + p_2 = 1$.
Az összeszedés pillanatnyiságát tekinthetjük akár úgy, hogy egy csapat hetente egy pillanatig dolgozik, és 50 mérföld utat tisztít meg; vagy úgy is, hogy 1/50 hetente egy pillanat alatt 1 mérföld utat tisztít meg; vagy úgy is, hogy a csapatok egyik része $1/p_1$ hetente egy pillanat alatt megtisztítja az egész 1. kerületet, a csapatok másik része $1/p_2$ hetente egy pillanat alatt megtisztítja az egész 2. kerületet. Ezek ugyanarra az eredményre vezető megközelítések. Ha folyamatosan tisztítanának, haladva az utakon, akkor a városban a szemét mennyisége állandó lenne (dinamikus egyensúly), csak az változna, hogy egy adott kis úton, pl. egy bizonyos mérföld úton éppen mennyi szemét van, $1/p_1$ hetente nullázódna le. Az 1. kerület heti 2000 tonna szemétgyűlési sebessége 4 tonna/mérföld-hét –nek felel meg, a 2. kerületben ugyanez 2 tonna/mérföld-hét. A város egészében a legkisebb átlagos tonna/mérföld szemétszintet szeretnénk, akármelyik kerületben is van az a mérföld. Egyébként ezt beszorozva a város útjainak összhosszával (1000 mérföld/város) a tonna/város átlagos szemétszintet kapjuk. Ugyanarra az eredményre vezet, bármelyiket is minimalizáljuk.
Tekintsük mégis az utóbbi megközelítést, miszerint kerületenként nő a szemétszint és a kerületben mindenhol egyszerre nullázódik le $1/p_1$ hetente.
Heti 2000 tonna, azaz $1/p_1$ hét alatt $2000/p_1$ tonna gyűlik fel az első

kerületben, ez a maximális szemétszint. Az átlagos szemétszint ennek fele: $1000/p_1$ tonna.
Ugyanígy a 2. kerületben az átlagos szemétszint = $(1000/p_2)/2 = 500/p_2$ tonna.
Helyesebben a város egészében minimalizálják az átlagos szemétszintet. (Nem többcélú programozásra gondoltak, melyben a két kerület átlagos szemétszintje a két célfüggvény). Mivel e példában ugyanannyi út van a két kerületben, egyenlő súllyal kell venni a két kerület átlagos szemétszintjét.
Azaz minimalizálandó $z = 1000/p_1 + 500/p_2$
feltéve, hogy $p_1 + p_2 = 1$
$p_1,\ p_2 \geq 0$.
Ez egy nemlineáris feladat, de meg tudjuk oldani. Mindig egyszerűsíthetjük a célfüggvényt bármely pozitív skalárral: $z = 2/p_1 + 1/p_2$. Helyettesítsük az egyik p-t a másikkal ($p_2 = 1-p_1$) a célfüggvényben: $z = 2/p_1 + 1/(1-p_1)$.
$z' = -2(p_1\text{^}{-2}) + (1-p_1)\text{^}{-2}$.
$z'' = 4(p_1\text{^}{-3}) + 2(1-p_1)\text{^}{-3} > 0$, tehát $z'=0$ –nál minimumhelyet találunk: beszorozzuk z' -t $(p_1\text{^}2)(1-p_1)\text{^}2$ –vel:
$-2((1-p_1)\text{^}2) + (p_1\text{^}2) = 0$;
$-1\ p_1\text{^}2 + 4p_1 - 2 = 0$;
$p_1 = (-4+\text{gyök}(16-8))/(-2) = 2 - \text{gyök}(2)$ = hetente 0.586 –szor kell megtisztítani az 1. kerületet (minden útját), azaz 1/0.586 = 1.7 hetente. Hetente $p_2 = .414$ –szer a 2. kerületet, azaz 1/.414 = 2.4 hetente. Nem is olyan nagy a különbség mint gondoltuk volna. Nem kétszer olyan gyakran kell tisztítani a (mérföldenként) kétszer annyi szemetet termelő kerületet! E modell segített New York városának nagy pénzeket megtakarítani a szemétgyűjtésen!!

14.3. alfejezet megoldásai

1. D = 960 doboz/év; K = \$20
A legalacsonyabb ártól haladunk a magasabbakig, míg végül EOQ_i megvalósítható lesz.
A p_3 = \$9.70/doboz árnál $h_3 = .2(9.7) = 1.94$, így

$$EOQ_3 = \sqrt{\frac{2(20)(960)}{1.94}} = 140.69$$, ami az $500 \le q$ tartományán kívül van,

nem megengedett. \$9.70/doboz árnál a megengedett tartományból az alsó határon, $q_3^* = 500$ –nál legkisebb az összköltség.
A p_2 = \$9.80/doboz árnál $h_2 = .2(9.8) = 1.96$, így

$$EOQ_2 = \sqrt{\frac{2(20)(960)}{1.96}} = 139.97$$, ami a $300 \le q < 500$ tartományán kívül van,

nem megengedett. \$9.80/doboz árnál a megengedett tartományból az alsó határon, $q_2^* = 300$ –nál legkisebb az összköltség.
A p_1 =\$10/doboz árnál $h_1 = .2(10) = 2$, így

$$EOQ_1 = \sqrt{\frac{2(20)960}{2}} = 138.56$$, ami a $q<300$ tartományán belül van,

megengedett, így $q_1^* = EOQ_1 = 138.56$.
Az eddig talált q_i^* -ok közül a minimális összköltségűt fogjuk választani.

Mindre kiszámoljuk az összköltséget (a saját árával).

	p	9.7	9.8	10
	h_D	0.2	0.2	0.2
	K	20	20	20
	D	960	960	960
	h	1.94	1.96	2
	EOQ=sqrt(2*K*D/h)	140.690	139.971	138.564
	q*	500	300	138.564
rendelések száma (/év)	D/q*	1.920	3.200	6.928
beszerzési ktg. ($/év)	PC = p D	9 312	9 408	9 600
készlettartási ktg. ($/év)	HC = h q*/2	485	294	138.5641
rendelési ktg. ($/év)	OC = KD/q*	38.4	64	138.5641
összktg.	TC=PC+HC+OC	9 835	9 766	9 877

A legkisebb összköltsége q*=300 -nak van, ez az optimális tételnagyság; 3.2 a rendelések száma évente.

2. D = 10,000 rekesz/év; K = $5

A legalacsonyabb ártól haladunk a magasabbakig, míg végül EOQ_i megvalósítható lesz.
A p_3 = $4/rekesz árnál h_3 = .2(4) = .8, így

$$EOQ_3 = \sqrt{\frac{2(5)(10,000)}{.2(4)}} = 353.55$$

, ami a 400<=q tartományán kívül van, nem megengedett. $4/rekesz árnál a megengedett tartományból az alsó határon, q_3^* = 400 -nál legkisebb az összköltség.
A p_2 = $4.20/doboz árnál h_2 = .2(4.2) = .84, így

$$EOQ_2 = \sqrt{\frac{2(5)(10,000)}{.2(4.2)}} = 345.03$$

, ami a 200<=q<400 tartományán belül van, megengedett, így $q_2^* = EOQ_2$ = 345.03. Több tartományt nem nézünk meg.
Az eddig talált q_i^* -ok közül a minimális összköltségűt fogjuk választani.
Mindre kiszámoljuk az összköltséget (a saját árával).

	p	4	4.2
	h_D	0.2	0.2
	K	5	5
	D	10 000	10 000
	h	0.8	0.84
	EOQ=sqrt(2*K*D/h)	353.553	345.033
	q*	400	345.033
	D/q*	25.000	28.983
beszerzési ktg. ($/év)	PC = p D	40 000	42 000
készlettartási ktg. ($/év)	HC = h q*/2	160	144.9138
rendelési ktg. ($/év)	OC = KD/q*	125	144.9138
összktg.	TC=PC+HC+OC	40 285	42 290

Tehát q*=400 rekeszt kell rendelni.

3. A $18.75/egység árnál

$$EOQ_4 = \sqrt{\frac{2(460)(40)}{1.875}}$$ = 140, ami az 500<=q tartományán kívül van,

nem megengedett. A $18.75/egység árnál a megengedett tartományból az alsó határon, q_4^* = 500 –nál legkisebb az összköltség.
A p_3 = $19/egység árnál h_3 = .1(19) = 1.9, így

$$EOQ_3 = \sqrt{\frac{2(460)(40)}{1.90}}$$ = 139, ami a tartományán kívül van, q_3^* = 200.

A p_2 = $19.50/egység árnál h_2 = .1(19.50) = 1.95, így

$$EOQ_2 = \sqrt{\frac{2(460)(40)}{1.95}}$$ = 137, ami a 100<=q<200 tartományán belül van, $=q_2^*$.

Több tartományt nem nézünk meg, hiába van.
Az eddig talált q_i^* -ok közül a minimális összköltségűt fogjuk választani. Mindre kiszámoljuk az összköltséget (a saját árával).

	p	18.75	19	19.5
	h_D	0.1	0.1	0.1
	K	40	40	40
	D	460	460	460
	h	1.875	1.9	1.95
	EOQ=sqrt(2*K*D/h)	140.0952	139.1705	137.3747
	q*	500	200	137.3747
	D/q*	0.920	2.300	3.349
beszerzési ktg. ($/év)	PC = p D	8 625	8 740	8 970
készlettartási ktg. ($/év)	HC = h q*/2	468.75	190	133.9403
rendelési ktg. ($/év)	OC = KD/q*	36.8	92	133.9403
összktg.	TC=PC+HC+OC	9 131	9 022	9 238

Az optimális rendelési mennyiség 200 egység, $19.00/egység árnál, 460/200 = 2.3 rendelést kell feladni évente.

4a. h arányos p-vel. h = h_D p. EOQ arányos gyök(1/h)-val, többi tényezőjéről (K-ról és D-ről) pedig feltesszük, hogy függetlenek az ártól. Minél kisebb az ár, annál kisebb h és annál nagyobb EOQ.

4b. Mert az optimális rendelési mennyiség mindig egy ártöréspont (b_i) vagy egy EOQ_i. q_i^* = (b_i vagy b_{i-1} vagy EOQ_i). q* pedig a q_i^* -ok egyike.

4c. Láttuk a 4a. pontban, hogy kisebb árhoz nagyobb EOQ tartozik, így $100<EOQ_{80}<EOQ_{79}$. Így EOQ_{79} megvalósítható, így a teljes TC_{79} görbének a minimumhelye: a TC_{79} görbe minden pontja legalább akkora összköltségű mint EOQ_{79}. A TC_{80} görbe a TC_{79} görbe fölött van minden q esetén. Így a TC_{79} görbe és a TC_{80} görbe összes pontja, vagyis az elvileg lehetséges összes pont közül EOQ_{79} a legkisebb összköltségű.
másik megoldás:
Láttuk a 4b. pontban, hogy az optimális rendelési mennyiség mindig egy ártöréspont (b_i) vagy egy EOQ_i. De EOQ_{80} nem lehet, mert nem megvalósítható, a 100 pedig EOQ_{79} tartományába tartozik, ott pedig jobb nála az EOQ_{79}.

Másik megoldás:
Legyen $TC_p(q)$ = az összköltség ha q egységet rendelnek és p az egységár.
Mivel $EOQ_{80}>100$, ezért $q<100$ –ra $TC_{80}(q)>TC_{80}(EOQ_{80})>TC_{79}(EOQ_{80})>TC_{79}(EOQ_{79})$.
Ami azt mutatja, hogy EOQ_{79} rendelése olcsóbb mint 80-as áron bármennyi rendelése. Így EOQ_{79} optimális kell legyen.
másik megoldás:
A legalacsonyabb ártól haladunk a magasabbakig, míg végül EOQ_i megvalósítható lesz. Ezen q_i^* -ok egyike az optimális rendelési mennyiség. Itt pedig a legalacsonyabb ár EOQ –ja rögtön megvalósítható, csak egyből kell választani.

4d. EOQ_{79} nem megvalósítható, így a megengedett tartományból az alsó határon, $q_2^* = 100$ –nál legkisebb az összköltség. $q_1^* = EOQ_{80}$. A q_i^* -ok egyike az optimális rendelési mennyiség. (Ennyi információ alapján még nem lehet megmondani, hogy melyikük.)

4e. 4c.-hez hasonlóan belátható, mivel EOQ_{79} megvalósítható. A magasabb árúakkal már egyáltalán nem is kell foglalkozni. $TC_{80}(EOQ_{80})>TC_{79}(EOQ_{80})>TC_{79}(EOQ_{79})$

5. D = 600 lázmérő/év; K = \$1

A p_2 = 79 cent árnál $EOQ_2 = \sqrt{\dfrac{2(1)(600)}{.25(.79)}} = 77.95$, nem megvalósítható.

$q>100$ –nál $TC_2(q)$ növekvő, így $q_2^* = 100$ a legjobb amit tehetünk ezen árnál.

A p_1 = 80 cent árnál $EOQ_1 = \sqrt{\dfrac{2(1)600}{.25(.80)}} = 77.46$, megvalósítható, $= q_1^*$.

Az eddig talált q_i^* -ok közül a minimális összköltségűt fogjuk választani. Mindre kiszámoljuk az összköltséget (a saját árával).

	p	0.79	0.8
	h_D	0.25	0.25
	K	1	1
	D	600	600
	h	0.1975	0.2
	EOQ=sqrt(2*K*D/h)	77.95	77.46
	q*	100.00	77.46
	D/q*	6.000	7.746
beszerzési ktg. (\$/év)	PC = p D	474	480
készlettartási ktg. (\$/év)	HC = h q*/2	9.88	7.75
rendelési ktg. (\$/év)	OC = KD/q*	6.00	7.75
összktg.	TC=PC+HC+OC	489.9	495.5

Tehát 100 lázmérő az optimális tételnagyság.
Legalább akkora árengedményt kell adni a 80 centes árból, hogy az összköltség legfeljebb 495.5 legyen. Jelöljük p –vel ezt a kedvezményes árat. $TC_p(100) \le TC_{80}(77.46) = \$495.50$. Ez akkor áll fenn, ha
$600p + (.25p)100/2 + 1(600)/100 \le 495.50$, vagyis ha
$p \le 489.50/612.5 = 0.799$.
Vagyis legalább 0.1 cent árengedményt kell adnia.

14.4. alfejezet megoldásai

1. Az optimális sorozatnagyság = EOQ[r/(r-D)]$^{1/2}$. r/(r-D)>1, az optimális sorozatnagyság > EOQ.
Intuitíven: a 'fokozatos' termelés csökkenti a készlettartási költséget valamely adott q esetén. Ez lehetővé teszi, hogy nagyobb optimális sorozatnagyságot válasszunk mint az EOQ modellben.

A 771. oldalon látható 3. ábrát egészítsük ki. A rendelési költség görbe változatlan, a készlettartási költség félegyenesünknek ezúttal azonban kisebb a meredeksége, lejjebb fordul a félegyenes, így az összeg görbe is lejjebb kerül. Minél nagyobb q, annál többel lejjebb kerül a HC és TC görbe, így TC minimuma (optimuma) nagyobb q –nál lesz. Másik indoklás: az összeg minimuma ott van, ahol OC deriváltja már nem negatívabb (az összeget csökkentő), mint amennyire HC deriváltja pozitív (növelő)(q-tól független). HC meredekségének csökkenése miatt OC deriváltja is kevésbé negatív az optimumban, OC deriváltja pedig nagyobb q–nál kevésbé negatív.
$HC_{rendelés}'$ = h/2 illetve $HC_{termelés}'$ = h/2 * (r-D)/r
OC' = -KD(q^-2) ;
OC'' = 2KD(q^-3) > 0
Amikor $HC_{termelés}'$ = -OC', akkor behelyettesítve, q-ra rendezve: q = gyök(2KD/h * r/(r-D)), ami láthatóan nagyobb EOQ-nál. E q-nál hogyan viszonylik HC és OC? HC = gyök(hKD/2 * (r-D)/r). OC = gyök(hKD/2 * (r-D)/r), tehát az optimumban itt is HC=OC, vagyis a metszéspontjukban van az optimumhely. HC lejjebb fordulásával lejjebb és jobbra (nagyobb q-nál) metszi OC-t.

A 784. oldalon a 8. ábrát érdemes kiegészíteni: meghosszabbítani a (q/D; 0) pontig lejtő szakaszt az I tengelyig, melyet q –nál (az optimális sorozatnagyságnál) metsz. Ha termelés helyett q–t rendeltek volna, akkor ez a szakasz mutatná a készletet. Milyen magasan van EOQ? A (6) képletből látszik, hogy q alatt. Mégpedig q és az ábrán jelölt q(r-D)/r mértani átlagánál, vagyis közöttük.
Kiegészíthetjük az ábrát a (0; EOQ) és (EOQ/D; 0) pontok közti szakasszal, ez a rendelés esetének készletgörbéje. Az (EOQ/D; EOQ) ponttal és az origóval együtt egy téglalapot látunk.
Kiegészíthetjük az ábrát az origótól a (q/r; q) ponton átmenő, r meredekségű félegyenessel, ami a termelést mutatja. A termelés félegyenese D<r<végtelen meredekségű lehet, az origótól indul és az előbbi téglalap átlója fölött halad. A termelés görbéje a téglalap átlója és a függőleges tengely között forgatva bárhol lehet, ezt határozza meg r. A nettó készletfelhalmozódás egyenese r-D meredekségű, az origóból indulva forgatható, a két tengely közt bárhol lehet. (r-D)/r a (0; 1) intervallumban mozoghat, a maximális készletszint q(r-D)/r a (0; EOQ) intervallumban mozoghat.

Másik megoldás:
Azt érdemes meggondolni, hogy mi van ha r sokkal nagyobb D-nél, illetve ha alig nagyobb (vagyis ha az (r-d)/r százalékos különbség nagy vagy kicsi). Ha r végtelen, akkor az EOQ modellel egybeesik a helyzet. Ha r=D lenne, akkor sosem kellene leállni, végtelen hosszú és mennyiségű lenne a sorozat. A köztes esetekben q is EOQ és a végtelen közötti, mert (r-d)/r –nek monoton függvénye.

Nézzük meg, mi lenne, ha épp annyit termelnének, mint amennyit rendelni optimális (q=EOQ lenne).
Mivel a termelés során idő telik el, mire felhalmozódik készlet a

maximális készletszintig, a leállásig, ezért ezen idő alatt is történik keresletkielégítés, ellentétben a rendeléssel, amelynek egy pillanata alatt nem történik keresletkielégítés. Így a termelés esetében kevesebbet kell raktározni, van amit azonnal fel is használnak, így a maximális (és ennek fele, az átlagos) készletszint kisebb lenne, ezzel a készlettartási költség is kisebb lenne. $HC_{\text{termelés}}(EOQ) < HC_{\text{rendelés}}(EOQ)$.
A rendelési költség és a termelésátállítási költség képlete azonos, így felcserélhetők, egymás megfelelői. Amikor q=EOQ, akkor D/q=D/EOQ, a rendelések száma azonos. Így az (éves vagy bármilyen időegységes) rendelési illetve termelésátállítási költség is azonos. $OC_{\text{termelés}}(EOQ) = OC_{\text{rendelés}}(EOQ)$.
Optimumban HC=OC a rendelés és a termelés esetében is.
$HC_{\text{rendelés}}(EOQ) = OC_{\text{rendelés}}(EOQ)$. Mert EOQ a rendeléses eset optimuma. Így $HC_{\text{termelés}}(EOQ) < OC_{\text{termelés}}(EOQ)$; ezen az egyenlőtlenségen tehát javíthatunk $HC_{\text{termelés}}()$ növelésével és/vagy $OC_{\text{rendelés}}()$ csökkentésével, mindkettő azt jelenti, hogy q növelésével. Ezért EOQ<q.
Ceteris paribus minél gyorsabb a termelés (D-hez képest; r nagy; (r-D)/r nagy), annál rövidebb ideig tart a termelés, amit azért sajnálunk, mert ezzel annál rövidebb ideig tart az ezalatti remek, raktározás nélküli azonnali keresletkielégítés, annál kisebb mennyiségű keresletrészt elégítünk ki raktározás nélkül, annál kisebb a $HC_{\text{termelés}}(EOQ) < OC_{\text{termelés}}(EOQ)$ különbség, annál kisebb q-növeléssel érjük el az egyenlőségüket, vagyis annál kevésbé haladja meg q EOQ-t. Ha r nagy, akkor q és q(r-D)/r közel húzódik EOQ-hoz; a maximális készletszint q(r-D)/r nő, ezzel a készlettartási költség HC is nő; q és q/D csökken; q/D közelebb húzódik EOQ/D –hez; a termelés ideje q/r csökken, közelebb húzódik 0-hoz; a termelés és a nettó felhalmozódás félegyenese meredekebbé válik; a (0;EOQ)-(EOQ/D;0) szakaszhoz a vele párhuzamos, szintén –D meredekségű (0;q)-(q/D;0) szakasz közelebb húzódik; csökken a termelés q/r idejének aránya a q/D ciklusidőn belül; csökken az azonnal felhasznált termelés aránya.
De ha lassú a termelés, alig haladja meg D –t (r-D alig pozitív, (r-D)/r alig pozitív, emiatt a termelésnek nagy része az, ami azonnali felhasználású és kis hányada raktárra kerülő. Ez az arány fontos.
Érdemes megrajzolni a 8. ábrát kis és nagy r-rel is. EOQ/D eshet q/r mindkét oldalára.

2. r = 36,000 számítógép/év; D = 24,000 számítógép/év; h = \$300/számítógép-év; K = \$1,000

$$\text{optimális sorozatnagyság} = \sqrt{\frac{2(1{,}000)(24{,}000)(36{,}000)}{300(36{,}000-24{,}000)}} = 692.82.$$

D/q = 24,000/692.82 = 34.64 sorozatot kell indítani évente.

$$\text{3a. optimális sorozatnagyság} = \sqrt{\frac{2(180)150}{(5/250)}}\sqrt{\frac{400}{(400-150)}} = 2078.$$

Az adatokat bármilyen időmértékegységre átszámíthatjuk, ugyanaz az eredmény jön ki. Akár termelési naponként (250 termelési nap/év), akár 360 napos év napjaiként, akár évenként (mely 250 termelési napos vagy 360 napos).

3b. A maximális készletszint = q*(r - D)/r = 2078(250)/400 = 1299; ami kisebb a fagyasztó kapacitásánál (2000), így megvalósítható. A készlettartási és termelésátállítási költség összege: 5(1299/2) + 180(150)/2078 *250 = $6496 (250-nel azért kell szorozni, hogy éves költséget kapjunk).

		W144F3	W144F3	W144F3
		év	termelési nap	nap
	r	100 000	400	278
	K	180	180	180
	D	37 500	150	104
	h	5	0	0
opt. sorozatnagyság	q*=sqrt(2KDr/(h(r-D)))	2 078.461	2 078.461	2 078.461
sorozatok száma (/idő m.e.)	D/q*	18.042	0.072	0.050
sorozatok száma (/év)		18.042	18.042	18.042
készlettartási ktg. ($/év)	HC = h q* (r-D)/2r	3 247.6	3 247.6	3 247.6
termelésátállítási ktg. ($/év)	OC = KD/q*	3 247.6	3 247.6	3 247.6
összktg. ($/év)	TC=HC+OC	6 495.2	6 495.2	6 495.2
maximális készletszint	q* (r-D)/r	1 299.038	1 299.038	1 299.038
készlettartási ktg. ($/év)	HC=h max._készletszint/2	3 247.595	3 247.595	3 247.595

3c. 37,500/2078 = 18 –szor indítanak sorozatot évente. Mindegyik sorozat 2078/400 = 5.2 napig tart. Így évente 18(5.2) = 93.6 napon át termelnek.
másik megoldás:
A kereslettel (37,500 pizza/év) megegyező a termelés. Termelési naponként 400 pizzát termelnek. Tehát évente 37,500/400 = 93.6 napon át termelnek.

4. Ha rendel, K = $4; D = 3000 egység/év; h = $2.5/egység-év

$$q = \sqrt{\frac{2(4)(3000)}{2.5}} = 97.98$$

Éves készlettartási költség = éves rendelési költség = 2.5(97.98)/2 = $122.47
Éves beszerzési költség = 25(3000) = 75,000
Éves összköltség = 2(122.47) + 75,000 = $75,244.94

Ha termel, r = 8000 egység/év, K = $50, D = 3000 egység/év, h = $2.30/egység-év

$$\text{optimális sorozatnagyság} = \sqrt{\frac{2(50)3000(8000)}{(2.3)(8000 - 3000)}} = 456.83$$

$$\text{Éves készlettartási költség} = \frac{hq(r - D)}{2r} = \frac{2.3(456.83)(5000)}{16000} = \$328.35$$

$$\text{Éves termelésátállítási költség} = KD/q = \frac{50(3000)}{456.83} = \$328.35$$

Éves termelési költség = 23(3000) = $69,000
Éves összköltség = 69,000 + 2(328.35) = $69,656.70.
Tehát inkább termelje a vállalat a terméket.

14.5. alfejezet megoldásai

1. Mivel $(h + s)/s > 1$, $q^* > EOQ$. Mivel $s/(h + s) < 1$, $M^* < EOQ$.

2. D = 500 autó/év ,s = $20,000/autó-év, K = $10,000,
h = $5,000/autó-év

$$q^* = \sqrt{\frac{2(10{,}000)(500)(25{,}000)}{5{,}000(20{,}000)}} = 50 \text{ autó}$$

$$M^* = \sqrt{\frac{2(10{,}000)(500)(20{,}000)}{(5{,}000)(25{,}000)}} = 40 \text{ autó}$$

Így a maximális hiány = $q^* - M^* = 10$ autó.

3. TC tagjai közül csak a hiányköltség képlete változik, HC és OC képlete változatlan.

$$\frac{\text{hiányköltség}}{\text{ciklus}} = S(q-M) \quad \text{, így}$$

$$\frac{\text{hiányköltség}}{\text{év}} = D/q * S(q-M).$$

q* -ot és M* -ot

$$\frac{\partial TC(q,M)}{\partial q} = \frac{\partial TC(q,M)}{\partial M} = 0 \text{ –nál keressük.}$$

TC = h M^2 /2q + D S(q-M)/q + K D/q.
∂TC(q,M)/∂q = -(h M^2 /2 + K D - D S M)/q^2
2. derivált = 2(h M^2 /2 + K D - D S M)/q^3, aminek az előjele a paraméterektől és M-től függ, nem feltétlenül pozitív, így TC minimuma nem feltétlenül ∂TC(q,M)/∂q = 0 –nál van; egyébként 0-volta nem is függ q-tól, csak a paraméterektől és M-től; és ha 0, akkor a 2. és az összes többi derivált is 0. Ha a 2. derivált pozitív, akkor és csak akkor az 1. derivált negatív, így q=végtelen lenne optimális. Ha a 2. derivált negatív, akkor és csak akkor az 1. derivált pozitív, így q lehető legkisebb értéke optimális. Nem volt róla szó, de szükségszerűen M <= q kell legyen. Ha S nagy, akkor egyáltalán nem engedünk meg hiányt.
∂TC(q,M)/∂M = h M/q - D S/q = (h M – D S)/q
2. derivált = h/q > 0, tehát az 1. derivált = 0 –nál minimumot találunk: h M = D S; M = D S/h.

4a. A termékek M/q részére 0 ideig várnak (a raktárban a termékek várják a felhasználást); (q - M)/q részére pedig várnak, átlagosan (q - M)/2D időt. Így egy-egy termékre átlagosan

$$\frac{(q-M)}{q} * \frac{(q-M)}{2D} + \frac{M}{q}(0) = (q-M)^2/2qD \text{ ideig várnak.}$$

4b. A (q - M)/q részét.

14.6. alfejezet megoldásai

1. $\overline{d} = 600/4 = 150$

Becsült (korrigálatlan) Var D = $1/4\{100^2 + 50^2 + 150^2 + 300^2\}-(150)^2$ = 31,250-22,500 = 8750.

$$VC = \frac{8750}{(150)^2} = .389$$

Mivel VC > .20, a kereslet túl egyenetlen ahhoz, hogy az EOQ modellt használjuk.

14. fejezet áttekintő feladatainak megoldásai

1a. D = 6000 íróasztal/év, h = \$50/íróasztal-év, K = \$300/rendelés, L = 1/52 év

$$q^* = \sqrt{\frac{2(300)(6000)}{50}} = 268.33 \text{ íróasztal.}$$

1b. D/q* = 6000/268.33 = 22.36 rendelés/év.

1c. Éves rendelési költség = Éves készlettartási költség =(22.36)(300) = \$6708. Összegük = 2(6708) = \$13,416.
(Éves beszerzési költség = 6000(200) = \$1,200,000)

1d. 52 hét = 1 évvel számolva, L = 1 hét = 1/52 év alatt (1/52)(6000) = 115.38 íróasztal fogy, nem több az egyszerre rendelt 268.33 –nál, így az újrarendelési készletszint = 115.38. Ha L = 5/52 év, akkor az utánpótlási idő alatti fogyasztás meghaladja az optimális rendelési mennyiséget. Jelöljük T = 0 –val az egyik időpontot, amikor megérkezik egy szállítmány. Akkor ezt T = -5/52 = -.0962 év –kor rendelték. Mivel 1/22.36 évente = .0447 évente rendelnek, rendeltek T = -.0515, T = -.0068, T = .0379 –kor is. Mivel T = 0 -kor 268.33 íróasztal volt a készletszint, T = .0379 –kor (és bármely újrarendelési időpontban) a készletszint 268.33 - .0379(6000) = 40.93 íróasztal.
(nekem kicsit más számok jöttek ki az xls-ben)

1e. s = \$80,

$$\text{rendelési mennyiség} = \text{EOQ}\sqrt{\frac{50 + 80}{80}} = 342.05 \text{ íróasztal}$$

és évente 6000/342.05 = 17.54 rendelést kell feladni.
2. r = 10,000 íróasztal/év, K = \$250

$$\text{optimális sorozatnagyság} = \sqrt{\frac{2(250)(6000)(10,000)}{50(10,000 - 6000)}} = 387.30$$

Évente 6000/387.30 = 15.5 rendelést kell feladni.

3. A legalacsonyabb árnál kezdjük. \$5.50/fényképezőgép árnál

$$EOQ = \sqrt{\frac{2(120)(1200)}{1.65}} = 417.79 > 100,$$ így megvalósítható,

tehát ennyi az optimális rendelési mennyiség.

4. Jelölje q_1 = az 1-es termékből rendelt mennyiséget,
q_2 = a 2-es termékből rendelt mennyiséget.

A beszerzési költség adottság, így minimalizáljuk

(1) $TC = 1.20q_1/2 + (6000/q_1)(35) + (1/2)(.875)q_2 + (4000/q_2)(20) = .60q_1 + 210{,}000/q_1 + .4375q_2 + 80{,}000/q_2.$

Átlagos készletérték = $(q_1/2)4 + (q_2/2)3.5 = 2q_1 + 1.75q_2 \le 700$ a feltétel.

Az optimum Kuhn-Tucker feltételei:

(2) $.60 - 210{,}000/q_1^2 + 2\lambda = 0$

(3) $.4375 - 80{,}000/q_2^2 + 1.75\lambda = 0$

(4) $\lambda(2q_1 + 1.75q_2 - 700) = 0$

(5) $2q_1 + 1.75q_2 \le 700$

Próbáljuk először $\lambda = 0$ -val. Ekkor $q_1 = 591.60$, $q_2 = 427.62$, amitől (5) nem teljesülne. Próbáljuk $\lambda > 0$ –val, amiből (4) miatt $2q_1 + 1.75q_2 = 700$ azaz $q_1 = 350 - .875q_2$. Ezt behelyettesítve (2) és (3) -ba

$$\lambda = \frac{\{-.60 + 210{,}000/(350 - .875q_2)^2\}}{2}$$ és

$$\lambda = \frac{(-.4375 + 80{,}000/q_2^2)}{1.75}$$

Egyenlővé téve e két jobb oldalt, $q_2 = 147.5$; ebből $q_1 = 220.9$. (2) vagy (3) alapján $\lambda = 1.85$. Tehát a készletbefektetés korlátjának növelése \$1 –ral évente \$1.85 költségcsökkentést tesz lehetővé.

5a. Éves termelés átállítási költség = $N(K_1 + K_2 + K_3)$. Az N darab ciklus mindegyikében mindhárom termékre átállítás megtörténik. (Mivel P_i helyett r_i–vel jelölte a könyvfejezet a termelést, ezért itt is azt használjuk.) Maximális készletszint az i. termék esetében = $(D_i/N)(r_i - D_i)/r_i$; ennek fele az átlagos készletszint (de csak akkor, ha nincs állás, hanem folyamatosan termelik valamelyik terméket, a maximális r_i sebességgel; ami csak a paraméterértékek szerencsés együttállása esetén történik). Egy ciklus alatt $q_i = D_i/N$ egységet termelnek; 1 terméket $1/r_i$ év alatt lehet előállítani; D_i terméket D_i/r_i év alatt lehet előállítani. Az éves kereslet mennyiségek termelésével töltött idő összesen $\Sigma D_i/r_i$, ami pontosan 1 év kell(ene) legyen a folyamatos termeléshez és megvalósíthatósághoz. r_i általában technológiai adottság, D_i pedig a vállalaton kívüli piaci adottság. (Ha $\Sigma D_i/r_i < 1$ lenne, akkor vagy állásidő is lenne (minden ciklusban), vagy ha olyan a technológia, hogy lehetővé teszi, akkor jobban járnánk ha lassabban termelnénk, r_i csak felső korlátja lenne a termelési sebességnek, a megvalósuló r_i kisebb lenne legalább a fajlagosan legdrágábban készletezhető terméknél.) Tegyük fel, hogy $\Sigma D_i/r_i = 1$.

$$\text{Éves készlettartási költség} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{3} h_i D_i (r_i - D_i)/r_i$$

5b. Jelölje TC(N) az éves készlettartási és termelésátállítási költség összegét ha N termelési ciklus van. Az 5a. válasz alapján

$$TC'(N) = K_1 + K_2 + K_3 - 1/(2N^2) * \sum_{i=1}^{i=3} h_iD_i(r_i - D_i)/r_i$$

TC''(N) > 0, így TC'(N) = 0 –t keressük:

$$N^* = \sqrt{\frac{\sum_i h_iD_i(r_i - D_i)/r_i}{2(K_1 + K_2 + K_3)}}$$

ekkor pedig $q_i^* = D_i/N^*$.

5c. Helyesebben $EROQ_i$ az abban az esetben optimális sorozatnagyság, ha a többi terméktől függetlenül, egyedül termelhetnénk az i. terméket. $EROQ_i$ a korlátozatlan optimumhely; q_i^* a termékek összekötött termelésének feltételével korlátozott eset optimumhelye. Nyilván $EROQ_i$ összköltsége kedvezőbb, jobban járhatnánk ha q_i^* -t közelíteni tudnánk $EROQ_i$ –hez. Egy termék termelése esetén, vagyis a korlátozatlan esetben is szükségszerűen van nem a termék termelésével töltött idő (lásd 8. ábra). Ha ebbe az időrésbe belefér a többi termék termeléséhez szükséges idő, kölcsönösen egymás korlátozatlan időrésébe beleférnek, akkor mindegyiknél $q_i^* = EROQ_i$, ez is előfordulhat. Ha folyamatos termeléssel kitöltik az egész évet, akkor ez csak úgy lehet, ha mindegyiket évente ugyanannyi sorozatban lenne optimális termelni: $D_1/q_1^* = D_2/q_2^* = D_i/q_i^* = \ldots$ Intuitíven jobban érthető a kihagyás kérdése, ha a sorozat darabszámokra gondolunk, nem a sorozatnagyságokra. Ha q_i^* kisebb $EROQ_i$ –nél, akkor a sorozatok száma $D/q_i^* > D/EROQ_i$, vagyis a korlátozott esetben túl nagy. Ezen úgy tudnánk segíteni, hogy néhány ciklusban nem termelnénk az i. terméket, csak a többit. Csakhogy mi van ha a többi terméknél is ugyanez a helyzet? A közös N* ciklusszám némelyik terméknek lehet túl kevés, némelyiknek túl sok. De ha több terméknek is túl nagy, akkor lehet, hogy nem ugyanannyira fájóan túl nagy. Így önmagában az nem elég egy termék ciklusszámának csökkentéséhez, hogy $q_i^* < EROQ_i$, még az sem elég, hogy sokkal kisebb, hanem a többi termék helyzetéhez kell viszonyítani.

Miért kell, hogy q_i^* sokkal kisebb legyen $EROQ_i$ –nál? Az egyes termékeket akárhány darab akármekkora sorozatra is bontva, de összesen évente D_i/r_i évig kell termelni (ezen adott hányadosaik arányában osztva fel az évet). Ha némelyik terméket nem termeljük némelyik ciklusban, akkor máskor viszont hosszabban kell termelni, nagyobb sorozatnagysággal, nagyobb maximális (és átlagos) készletszinttel. A kihagyás előtt a kihagyott termékekből nagyobb készletet kell felhalmozni, hogy kitartson a termelésben maradt termékek termelési ciklusidejével megnőtt időn keresztül. A kihagyás előtt a maradó termékekből viszont készletet kell felhalmozni, mert a kihagyott termelési időkkel rövidebb ideig kell kitartson a maradt termékek készlete. Egy kihagyással megtakarítunk egy termelésátállítási költséget, viszont legalábbis az i. termék készlettartási költsége megnő. A többieké is nő, mert egyenetlenebbé válik.

5d. Ha az i. termék kereslete alacsonyabb, akkor (ceteris paribus, legalábbis már amennyire lehet $\Sigma D_i/r_i = 1$ megkötésen belül, de tegyük fel, hogy a többi termék kereslete arányosan nő), akkor az i. terméket a korábbinál kevesebb ciklusban érdemes termelni.
A 784. oldal (5) képletében látható, hogy K növelésével EROQ nő, a D/EROQ korlátozatlan optimális sorozatszám csökken, jobban megéri tehát a sorozatszámot ehhez közelíteni, vagyis csökkenteni kihagyással. Ha K nagyobb, akkor nagyobb a megtakarítás a kihagyással, hajlamosabbá válunk kihagyni.
Ugyanitt látható, hogy h növelésével EROQ csökken, D/EROQ nő, a sorozatszámot növelni érdemes, nemhogy kihagyni ciklusból. Ha h nagyobb, nagyobb a költsége a kihagyásnak.